

ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ ПАРАМЕТРАМИ ТОЧКОВИХ ДЖЕРЕЛ ЕНЕРГІЇ І ПАРАМЕТРАМИ ЗАДАНИХ ТОЧОК ЕНЕРГЕТИЧНОГО ПОЛЯ

Київський національний університет будівництва і архітектури, Україна

Пропонується розглянути ряд задач, які пов'язано з геометричним моделюванням фізичних полів, що породжуються точковими джерелами енергії.

У даному дослідженні показано шляхи вирішення оптимізаційних задач визначення потужностей точкових джерел енергії, що породжують енергетичне поле, та їх розміщення на площині при заданих потенціалах точок цього поля у заданих місцях.

Постановка проблеми. При моделюванні енергетичного поля виникає ряд задач, які пов'язано з визначенням потенціалу енергії в довільній точці простору від різного виду джерел енергії. Особливу цікавість для практики представляє ряд зворотних задач, які пов'язано з визначенням потужностей та положення точкових джерел при заданих потенціалах і положеннях точок енергетичного поля.

Аналіз останніх досліджень. У проаналізованих роботах [1] та [2], які пов'язано з визначенням потенціалу енергії в точках двовимірного та тривимірного простору, розглядалась проблема вирішення зворотних задач, які пов'язано з визначенням, наприклад, потужностей джерел енергії при заданих потенціалах точок енергетичного поля. Але авторами цих робіт не враховувався вплив відстаней між точками фізичного поля і точковими джерелами енергії на форму цього поля.

Формулювання цілей статті. Визначити обмеження, які потрібно накладати на задані точки фізичного поля із заданими потенціалами, при заданих точкових джерелах енергії.

Визначити потужності та положення точкових джерел енергії на площині при заданому числі потенціалів точок енергетичного поля у заданих місцях.

Основна частина. Геометричне моделювання фізичних полів, що породжуються точковими джерелами енергії, дозволяє розв'язувати цілий ряд перспективних задач, пов'язаних з освітленням території, опаленням приміщень тощо.

Основною з цих задач можна вважати визначення потужності джерел та їх розміщення на площині при заданих потенціалах точок поля у заданих місцях.

Похідними від цієї основної задачі можна вважати такі:

1. Визначення положення точкових джерел енергії, якщо задані їх потужності для забезпечення заданих потенціалів заданих точок поля;
2. Визначення мінімальної потужності джерел для забезпечення заданих потенціалів заданих точок поля;
3. Визначення потужності і положення заданої кількості джерел однакової потужності;
4. Визначення мінімальної кількості джерел однакової чи різної потужності;
5. Визначення співвідношення кількості джерел енергії та їх потужностей тощо.

Зазначені задачі з одного боку можуть мати множину розв'язань, а з іншого боку – певні обмеження.

Якщо задача має множину розв'язань, то виникає задача пошуку оптимального розв'язання.

Більшість перелічених задач зводиться до розв'язання системи рівнянь [3]:

$$U_{x,y} = U_1 t_1 + U_2 t_2 + \dots + U_n t_n, \quad (1)$$

де U_i – потужність i -го точкового джерела енергії;

$U_{x,y}$ – потенціал поля у точці з координатами x та y ;

$t_i = f(l)$ – параметр впливу відстані від точки поля до джерела енергії на потенціал поля в заданій точці.

Невідомими в системі рівнянь (1) є потужності U_i точкових джерел енергії та координати цих джерел.

Можливі різні схеми визначення параметра t [4], з яких найпростішою є схема з обмеженою відстанню від джерел енергії до точок поля. Хоча ця схема не дає точні значення параметра t , але аналітично описується лінійною залежністю цього параметра від відстані l :

$$t_i = \frac{l_{\max} - l_i}{l_{\max}}, \quad (2)$$

де l_i – відстань від точки поля до i -го джерела енергії;

l_{\max} – задана максимальна відстань від точок поля до джерела енергії;

Кількість заданих точок фізичного поля пов'язана залежністю з кількістю джерел енергії. Наприклад, при одному джерелі енергії можна задавати потенціали не більше ніж у трьох точках поля: U_A ,

U_B, U_C відповідно у точках поля $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$. Система рівнянь (1) приймає вигляд:

$$\begin{aligned} U_A &= \frac{U_1 \left(l_{\max} - \sqrt{(x_1 - x_A)^2 + (y_1 - y_A)^2} \right)}{l_{\max}}, \\ U_B &= \frac{U_1 \left(l_{\max} - \sqrt{(x_1 - x_B)^2 + (y_1 - y_B)^2} \right)}{l_{\max}}, \\ U_C &= \frac{U_1 \left(l_{\max} - \sqrt{(x_1 - x_C)^2 + (y_1 - y_C)^2} \right)}{l_{\max}}, \end{aligned} \quad (3)$$

де U_1 – невідома потужність точкового джерела енергії;

x_1, y_1 – невідомі координати точкового джерела енергії.

Якщо в точках A, B і C задано однакові потенціали (U_A), то джерело енергії збігається з центром кола, що проходить через задані точки.

Потужність точкового джерела визначається за формулою:

$$U = \frac{U_A \cdot l_{\max}}{l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2}}, \quad (4)$$

де $x_0; y_0$ – координати центра кола.

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{(2y_A + y_B + y_C)(y_B - y_A)(y_C - y_A) + x_A^2(y_B - y_C) + x_B^2(y_C - y_A) - x_C^2(y_B - y_A)}{2[x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) - x_C(y_B - y_A)]}, \\ y_0 &= \frac{(2x_A + x_B + x_C)(x_B - x_A)(x_C - x_A) + y_A^2(x_B - x_C) + y_B^2(x_C - x_A) - y_C^2(x_B - x_A)}{2[y_A(x_B - x_C) + y_B(x_C - x_A) - y_C(x_B - x_A)]}. \end{aligned}$$

При двох джерелах енергії різної потужності число рівнянь системи (1) повинно дорівнювати числу невідомих, з яких дві - потужності заданих джерел, а решта чотири - координати двох точкових джерел.

При двох джерелах однакової потужності число невідомих параметрів дорівнює п'яти.

У роботі [5] було показано, що ізолініями плоского поля, що породжується двома джерелами енергії, є множина софокусних еліпсів, фокуси яких збігаються з точковими джерелами енергії. Задані точки поля з однаковими потенціалами повинні належати одній ізолінії поля, тобто еліпсу, який можна провести через п'ять точок, що відповідає зазначеним п'яти параметрам.

Потрібно зазначити, що не всякі п'ять точок належать одному еліпсу. Тому на їх розміщення потрібно накладати певні обмеження. Наведені приклади показують, що заданій кількості точок поля з заданими потенціалами відповідає певне максимальне число точкових джерел енергії. Якщо при заданому числі джерел енергії число заданих точок поля менше максимального, то виникають вільні параметри положення джерел енергії. У цьому випадку існують певні залежності між параметрами положення джерел енергії.

Покажемо це на прикладі визначення залежності між параметрами положення двох джерел енергії з різними потужностями при трьох заданих точках енергетичного поля з заданими потенціалами.

Для скорочення аналітичних викладок в рівняннях (3) виконаємо заміну:

$$\begin{aligned}
 l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_1)^2 + (y_A - y_1)^2} &= a_1; \\
 l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_2)^2 + (y_A - y_2)^2} &= a_2; \\
 l_{\max} - \sqrt{(x_B - x_1)^2 + (y_B - y_1)^2} &= b_1; \\
 l_{\max} - \sqrt{(x_B - x_2)^2 + (y_B - y_2)^2} &= b_2; \\
 l_{\max} - \sqrt{(x_C - x_1)^2 + (y_C - y_1)^2} &= c_1; \\
 l_{\max} - \sqrt{(x_C - x_2)^2 + (y_C - y_2)^2} &= c_2.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Тоді система рівнянь (3) набуває вигляду:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \frac{U_A \cdot l_{\max} - U_2 a_2}{a_1}; \\
 U_1 &= \frac{U_B \cdot l_{\max} - U_2 b_2}{b_1}; \\
 U_1 &= \frac{U_C \cdot l_{\max} - U_2 c_2}{c_1}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Звідки:

$$U_1 = \frac{l_{\max}(U_B a_2 - U_A b_2)}{a_2 b_1 - a_1 b_2}, \tag{7}$$

$$U_1 = \frac{l_{\max}(U_C a_2 - U_A c_2)}{a_2 c_1 - a_1 c_2}, \tag{8}$$

$$U_2 = \frac{l_{\max}(U_A b_1 - U_B a_1)}{a_2 b_1 - a_1 b_2}, \tag{9}$$

$$U_2 = \frac{l_{\max}(U_A c_1 - U_C a_1)}{a_2 c_1 - a_1 c_2}. \quad (10)$$

Виключаючи з (7) і (8) U_1 , або з (9) і (10) U_2 отримаємо:

$$U_A(b_1 c_2 - b_2 c_1) + U_B(a_2 c_1 - a_1 c_2) + U_C(a_1 b_2 - a_2 b_1) = 0, \quad (11)$$

або з врахуванням (5):

$$\begin{aligned} & U_A \left[\left(l_{\max} - \sqrt{(x_B - x_1)^2 + (y_B - y_1)^2} \right) \left(l_{\max} - \sqrt{(x_C - x_2)^2 + (y_C - y_2)^2} \right) - \right. \\ & \left. - \left(l_{\max} - \sqrt{(x_B - x_2)^2 + (y_B - y_2)^2} \right) \left(l_{\max} - \sqrt{(x_C - x_1)^2 + (y_C - y_1)^2} \right) \right] + \\ & + U_B \left[\left(l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_2)^2 + (y_A - y_2)^2} \right) \left(l_{\max} - \sqrt{(x_C - x_1)^2 + (y_C - y_1)^2} \right) - \right. \\ & \left. - \left(l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_1)^2 + (y_A - y_1)^2} \right) \left(l_{\max} - \sqrt{(x_C - x_2)^2 + (y_C - y_2)^2} \right) \right] + \\ & + U_C \left[\left(l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_1)^2 + (y_A - y_1)^2} \right) \left(l_{\max} - \sqrt{(x_B - x_2)^2 + (y_B - y_2)^2} \right) - \right. \\ & \left. - \left(l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_2)^2 + (y_A - y_2)^2} \right) \left(l_{\max} - \sqrt{(x_B - x_1)^2 + (y_B - y_1)^2} \right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

З рівняння (12) видно, що між координатами двох точкових джерел енергії при заданих трьох точках A , B і C енергетичного поля з заданими потенціалами існує залежність, за якою три координати з чотирьох можна задавати, а четверту – визначати за формулою (12). Потужності джерел за відомими параметрами положення можна визначити за формулами (7) - (10).

Висновки. З дослідження видно, що існують залежності між параметрами джерел енергії та заданими потенціалами в заданих точках фізичного поля.

Література

1. Скочко В. І. Спеціальні геометричні моделі процесів, що розвиваються в суцільному середовищі: дис...к. техн. наук: 05.01.01. [Текст]:/ В.І. Скочко - К.: КНУБА, 2012. – 269с.
2. Сергейчук О.В. Геометричне моделювання фізичних процесів при оптимізації форми енергоефективних будинків. Дис...д. техн. наук: 05.01.01. [Текст]:/ О.В. Сергейчук - К.: КНУБА, 2008. 425с.

3. Мостовенко А.В. Геометрическое моделирование физических полей / А.В. Мостовенко, С.Н. Ковалёв // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць/ МДПУ ім. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В. Найдиш. – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2019.– Вип. 14. – С. 101-106.
4. Мостовенко О.В. Вплив відстаней між точками інтерполянта та заданими точками на його форму [Текст] / А.В. Мостовенко, С.Н. Ковалев // Управління розвитком складних систем. – 2019. - №37. – С. 78 – 82.
5. Мостовенко О.В. Ізолінії рівних потенціалів енергетичного поля на площині [Текст] / А.В. Мостовенко // Управління розвитком складних систем. – 2019. - №40. – С. 85 – 89.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ПАРАМЕТРАМИ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ И ПАРАМЕТРАМИ ЗАДАНЫХ ТОЧЕК ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

А.В. Мостовенко

Предлагается рассмотреть ряд задач, которые связаны с геометрическим моделированием физических полей, порождаемых точечными источниками энергии.

В данном исследовании показаны пути решения оптимизационных задач определения мощностей точечных источников энергии, порождающих энергетическое поле, и их размещение на плоскости при заданных потенциалах точек этого поля в заданных местах.

DEFINITION OF DEPENDENCE BETWEEN ENERGY POINT PARAMETERS AND ENERGY FIELD POINT PARAMETERS

A. Mostovenko

It is suggested to consider a number of problems related to the geometric modeling of physical fields generated by point sources of energy.

This study shows the ways of solving the optimization problems of determining the capacities of point sources of energy generating an energy field and their location on a plane at given potentials of points of this field in given places.