

д. т. н., професор **Вірченко Г.А.**,
kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538
к. т. н., доцент **Голова О.О.**,
fire19@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4903-4450
ст. викладач **Воробйов О.М.**,
voroba.ua@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5314-1075
ст. викладач **Надкернична Т.М.**,
t_nadker@ukr.net, ORCID ID 0000-0002-9147-0512
асистент **Лазарчук-Воробйова Ю.В.**
voroba.ua@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7866-3299

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ ПОВЕРХОНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Одним із сучасних напрямків подальшого розвитку наукової школи прикладної геометрії КПІ імені Ігоря Сікорського є структурно-параметричне формоутворення різноманітних технічних об'єктів. При цьому розробляються як загальні теоретичні засади даної методології, так і спеціалізовані засоби її практичної реалізації. Від ефективності останніх значною мірою залежать отримувані результати стосовно проектування, виготовлення та експлуатації конкретної промислової продукції.

Напрацьовані математичні моделі слугують основою для програмних модулів, які стають компонентами застосовуваних комп'ютерних інформаційних систем. У зазначених умовах важливі також питання розроблення необхідного методичного забезпечення. З боку теорії структурно-параметричного формоутворення до нових геометричних засобів висуваються вимоги згідно з принципами універсальності та уніфікації, варіантності, відкритості й розвитку, системного підходу та ін.

Як видно з назви публікації, в нашому випадку мова йде про поверхні другого порядку, які завдяки своїм корисним властивостям доволі розповсюджені в багатьох технічних об'єктах. Зауважимо, що площина вважається спрощеним різновидом цих фігур. Універсальність та уніфікація полягають у розв'язуванні широкого кола задач однотипними способами, прийомами, алгоритмами і т. д. Варіантність зводиться до потреби реалізації геометричною моделлю гнучких та продуктивних побудов, а відкритість і розвиток – до легкого оновлення, розширення та вдосконалення її складових. Системний підхід вимагає розгляду

створюваного засобу не тільки як взаємопов'язаних елементів, а й компонента систем більш високого ієрархічного рівня. Описаним правилам задовольняє подана модель поверхонь другого порядку. Її головна особливість полягає в поєднанні векторного визначення даних об'єктів зі структурно-параметричною методологією. Розроблені прийоми формоутворення придатні для широкого практичного використання під час автоматизованого проектування різноманітної технічної продукції, процесів її виготовлення та експлуатації.

Ключові слова: автоматизоване проектування; геометричні засоби; комп'ютерні інформаційні системи; поверхні другого порядку; структурно-параметричні моделі; технічні об'єкти.

Постановка проблеми. Нині автоматизоване проектування широко застосовується при розроблянні багатьох технічних об'єктів. При цьому основою значного числа застосовуваних комп'ютерних інформаційних систем є геометричні засоби моделювання. Ефективність останніх суттєвим чином визначає якість опрацьовуваної промислової продукції. Тому подальше вдосконалення математичного апарату формоутворення становить актуальну науково-прикладну проблему.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У виданні [1] проаналізовано перспективи розвитку наукової школи прикладної геометрії КПІ імені Ігоря Сікорського. Важливе місце серед них займає методологія структурно-параметричного геометричного моделювання [2, 3], яка є продуктивним інструментом для інтеграції та комплексної оптимізації технічних об'єктів під час їх автоматизованого проектування. Це стосується, зокрема, й вітчизняної авіаційної галузі, див. публікації [4–6]. Як бачимо з наведених джерел, у поданих випадках поверхні відіграють вагомий роль при створенні сучасного літака. Звідси постає необхідність подальшого покращення математичного апарату та програмної реалізації в комп'ютерних інформаційних системах геометричних засобів моделювання поверхонь.

Цілі та завдання статті. Мета публікації полягає у викладенні запропонованої методики автоматизованого структурно-параметричного формоутворення поверхонь другого порядку.

Основна частина. У виданнях [7, 8] поверхні другого порядку визначаються алгебраїчними рівняннями другого степеня та різноманітними параметричними виразами. У даній праці для уніфікації дефініції опрацьовуваних фігур використано кінематичний спосіб формоутворення з твірними й напрямними лініями другого порядку у векторно-параметричному раціональному вигляді

$$\mathbf{r}(u) = \frac{(1-u)^2 \mathbf{r}_0 + 2w_1(1-u)u\mathbf{r}_1 + u^2\mathbf{r}_2}{(1-u)^2 + 2w_1(1-u)u + u^2}, \quad (1)$$

де $u \in [0, 1]$ – параметр;

$\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ – відповідно радіус-вектор поточної точки кривої та вершин характеристичного трикутника;

w_1 – ваговий коефіцієнт для \mathbf{r}_1 .

Початком лінії (1) є \mathbf{r}_0 , кінцем – \mathbf{r}_2 . Якщо $w_1=0$, то маємо прямолінійний відрізок. При $0 < w_1 < 1$, $w_1=1$ та $w_1 > 1$ – дугу еліпса, параболи та гіперболи. Дузі кола з кутовою величиною θ відповідає $w_1 = \cos(\theta/2)$, де $0 < \theta < \pi$.

Для автоматизованого проектування технічних об'єктів застосовуються обмежені фрагменти поверхонь, які й аналізуються далі. У праці [7] показано, що поверхні другого порядку кінематичним формоутворенням будуються зсувом або обертянням певної лінії. Згідно зі структурно-параметричною методологією визначаємо множину цих операцій

$$K\Phi = (K\Phi_1, K\Phi_2) = (\text{Зсувом}, \text{Обертанням}). \quad (2)$$

На підставі співвідношення (2) записуємо належні кортежі

$$K\Phi_1 = (K\Phi_{1i})_1^{N_{K\Phi_1}} = (K\Phi_{1i})_1^8, \quad (3)$$

де $K\Phi_{11}$ – площина;

$K\Phi_{12}, K\Phi_{13}, K\Phi_{14}$ – еліптична, параболічна, гіперболічна циліндрична поверхня;

$K\Phi_{15}, K\Phi_{16}, K\Phi_{17}$ – еліптична, параболічна, гіперболічна конічна поверхня;

$K\Phi_{18}$ – гіперболічний параболоїд,

$$K\Phi_2 = (K\Phi_{2i})_1^{N_{K\Phi_2}} = (K\Phi_{2i})_1^4, \quad (4)$$

де $K\Phi_{21}$ – еліпсоїд;

$K\Phi_{22}, K\Phi_{23}, K\Phi_{24}$ – параболоїд, одно- і двопорожнинний гіперболоїд обертання.

Примітка. Для елементів виразів (3) та (4) наведено назви з енциклопедії [8]. Еліптичний параболоїд і гіперболоїди загального виду утворюються з відповідних фігур обертання подальшим потрібним стисненням.

У нашому випадку векторне параметричне рівняння поверхні зсуву має вигляд

$$\mathbf{r}(u, v) = m(v)\mathbf{t}(u) + \mathbf{n}(v) - \mathbf{n}(0) + \mathbf{s}, \quad (5)$$

де $v \in [0, 1]$ – параметр;

$\mathbf{t}(u), \mathbf{n}(u)$ – твірна та напрямна у формі (1);

$m(v)$ – масштабний коефіцієнт;

\mathbf{s} – вектор початкового суміщення твірної й напрямної.

У декартовій прямокутній системі координат $Oxyz$ із використанням осі обертання z та твірної (1), що розташована у площині Oxz , рівняння відповідної поверхні записується наступним чином

$$x = x(u) \cos(v); y = x(u) \sin(v); z = z(u), \quad (6)$$

де v – параметр, кут повороту в радіанах.

Таким чином, наведеними вище залежностями визначено склад та аналітичну дефініцію опрацьовуваних фігур розроблюваної структурно-параметричної моделі. Проілюструємо її деякими прикладами. Для ідентифікації конкретних поверхонь другого порядку застосовуватимемо номери кортежу (3) і далі збільшуватимемо їх згідно зі зростанням порядкових індексів у множині (4). Загальна кількість різновидів поверхонь становить

$$N_{K\Phi} = N_{K\Phi_1} + N_{K\Phi_2} = 8 + 4 = 12, \quad (7)$$

які подаються множиною

$$K\Phi = (\kappa\phi_i)_1^{N_{K\Phi}} = (\kappa\phi_i)_1^{12}. \quad (8)$$

На рис. 1 показано сформовані на підставі співвідношень (1) ... (8) граф синтезу та граф варіантів створеної моделі. Останні за допомогою належних матриць суміжності поєднуються з компонентами систем вищого ієрархічного рівня.

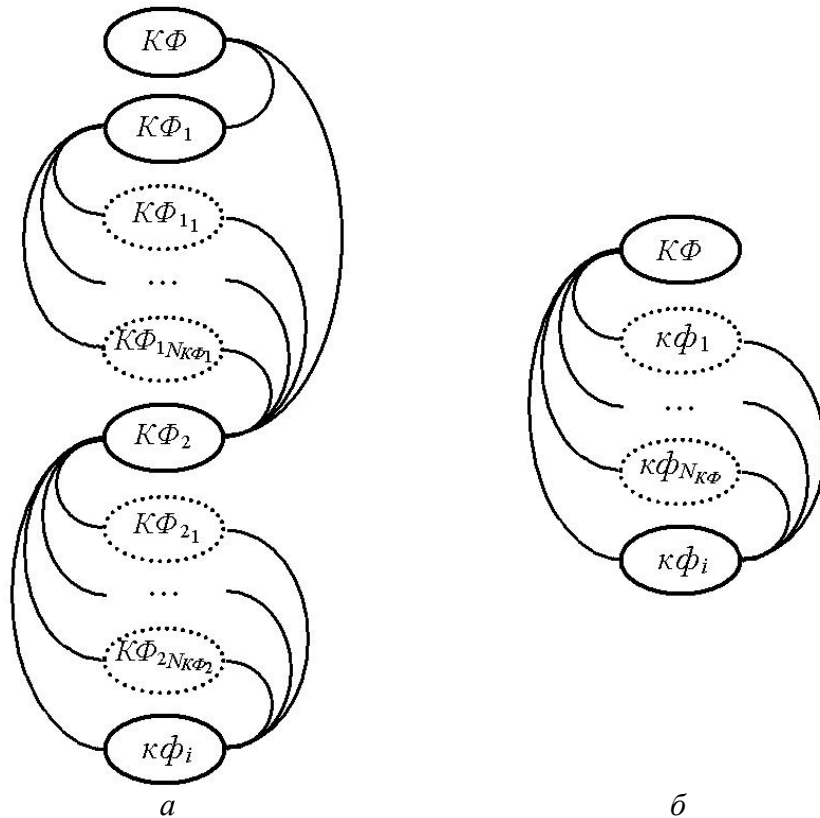


Рис. 1. Структурно-параметрична модель поверхонь другого порядку:
а – граф синтезу; б – граф варіантів

Для площини $\kappa\phi_1$ рівняння (5) спрощується

$$\mathbf{r}(u, v) = \mathbf{t}(u) + v\mathbf{d}, \quad (9)$$

де \mathbf{d} – вектор паралельного перенесення твірного прямолінійного відрізка.

На рис. 2, *a* зображено приклад для цього виразу з величинами $\mathbf{r}_0=(60,0,0)$, $\mathbf{r}_1=(60,0,60)$, $\mathbf{r}_2=(0,0,60)$, $w_1=0$, $\mathbf{d}=(0,100,0)$.

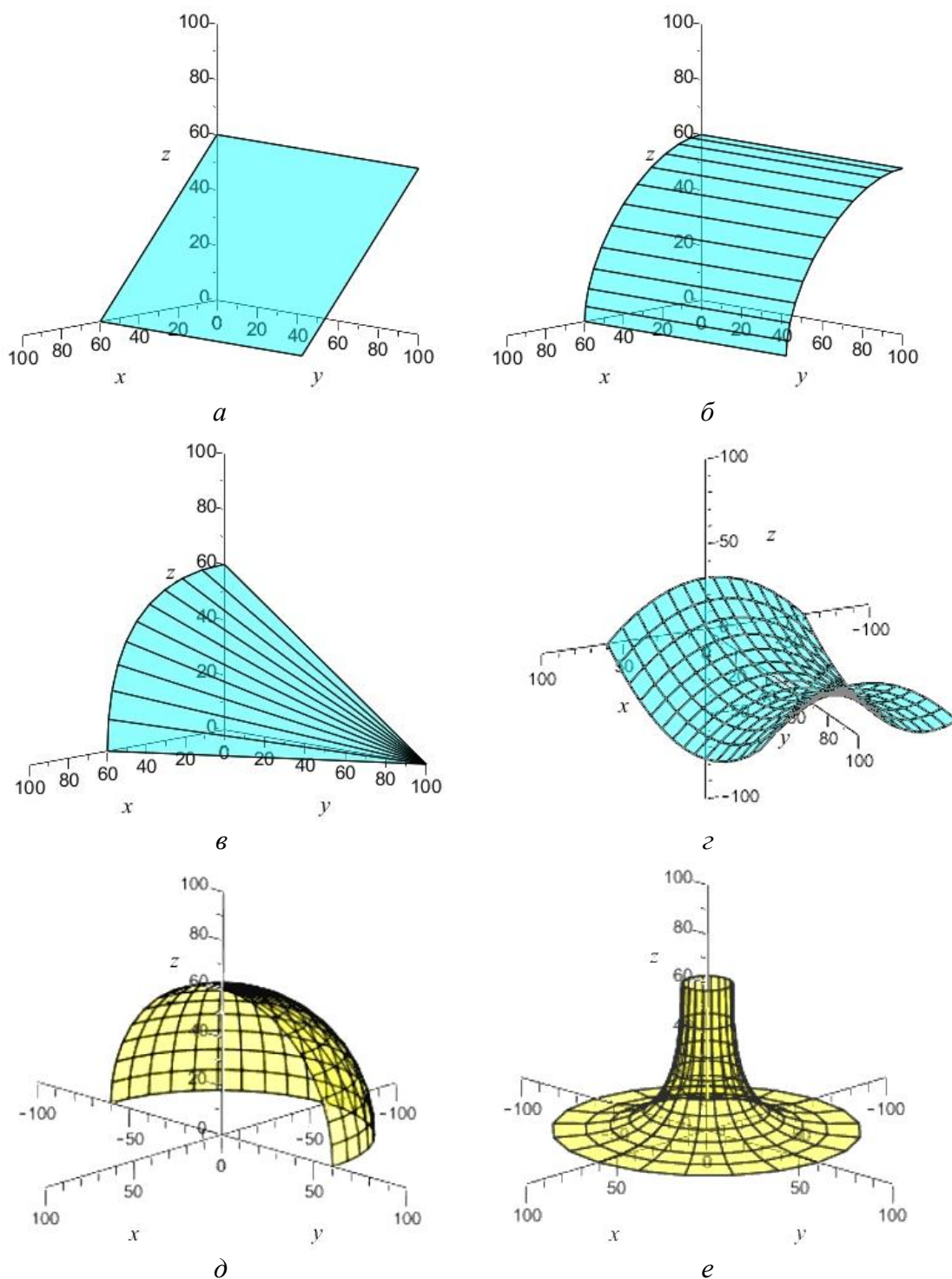


Рис. 2. Приклади побудованих поверхонь:

a – площина; *б* – еліптична циліндрична; *в* – параболічна конічна;
г – параболічний гіперboloїд; *д* – сферична; *е* – гіперboloїд обернення

За аналогією з попередньою поверхнею формується й наступна $k\phi_2$, див. рис. 2, *б*. Відміною є лише твірна з $w_1=0,5$. Для отримання фігури $k\phi_6$, наведеної на рис. 2, *в*, змінено $w_1=1$ та в залежності (9) для твірної

застосовано масштабний коефіцієнт $m(v)=1-v$.

Гіперболічний параболоїд $k\phi_8$ (рис. 2, з) одержано на підставі спрощеного варіанта формули (5)

$$\mathbf{r}(u, v) = \mathbf{t}(u) + \mathbf{n}(v),$$

де для твірної – $\mathbf{r}_0=(60,0,0)$, $\mathbf{r}_1=(0,0,60)$, $\mathbf{r}_2=(-60,0,0)$, $w_1=1$; а напрямної – $\mathbf{r}_0=(0,0,0)$, $\mathbf{r}_1=(0,50,-60)$, $\mathbf{r}_2=(0,100,0)$, $w_1=1$.

Фрагмент сфери, що є окремим випадком еліпсоїда $k\phi_9$ (рис. 2, д), побудовано шляхом використання твірної для фігури $k\phi_2$ з ваговим коефіцієнтом $w_1=\cos(\pi/4)$, залежності (6) та проміжку параметра $v \in [0, 5\pi; 1, 5\pi]$. Гіперболічний обертання $k\phi_{12}$ (рис. 2, е) створено на основі твірної з $\mathbf{r}_0=(60,0,0)$, $\mathbf{r}_1=(10,0,0)$, $\mathbf{r}_2=(10,0,60)$, $w_1=1,5$ і $v \in [0; 2\pi]$.

Отже бачимо, що в розробленій структурно-параметричній моделі незначні зміни застосовуваних величин дозволяють прогнозувати і продуктивно керувати великим числом різновидів поверхонь другого порядку під час автоматизованого проектування промислової продукції в середовищі сучасних комп'ютерних інформаційних систем. Напрацьовані геометричні засоби інваріантні по відношенню до останніх. Це доволі важливо з точки зору впровадження на практиці запропонованої методики моделювання.

Порівняно з алгебраїчним визначенням кривих і поверхонь другого порядку векторно-параметричне забезпечує більш ефективне комп'ютерне генерування даних фігур. Також, що особливо необхідно при складному формоутворенні, зокрема в авіаційній галузі, реалізує відносно простий математичний апарат їх стикування з потрібною гладкістю для проєктованих технічних об'єктів.

Таким чином, у поданих матеріалах викладено основні положення напрацьованої методики автоматизованого структурно-параметричного формоутворення поверхонь другого порядку, що й було головною метою даної публікації.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Запропонована геометрична модель відповідає базовим принципам структурно-параметричної методології та, як свідчать наведені вище різноманітні приклади, придатна для використання в багатьох галузях народного господарства.

Перспективними напрямками наукових розвідок у теоретичному плані є розроблення математичного апарату для поєднання напрацьованого підходу з іншими подібними геометричними засобами автоматизованого проектування. Це сприятиме розширенню наявних корисних можливостей проаналізованої моделі. З практичної точки зору доцільна її апробація шляхом проведення належних комп'ютерних експериментів та на конкретних промислових зразках. Останнє дозволить не тільки встановити існуючі проблемні питання, а й визначити засоби для їх успішного вирішення. Окреслені завдання потребують здійснення в розглянутій сфері

подальших ґрунтовних наукових досліджень.

Література

1. Ванін В.В., Вірченко Г.А., Гумен О.М., Юрчук В.П., Яблонський П.М. Сучасний стан і перспективи подальшого розвитку наукової школи прикладної геометрії Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». *Прикладні питання математичного моделювання*. 2018. Вип. 2. С. 17–23. doi: 10.32782/2618-0340-2018-2-17-23.
2. Ванін В.В., Вірченко Г.А., Гетьман О.Г., Яблонський П.М. Структурно-параметричне формоутворення як засіб інтеграції автоматизованого проектування технічних об'єктів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2019. Вип. 95. С. 46–50.
3. Ванін В.В., Вірченко Г.А. Визначення та основні положення структурно-параметричного геометричного моделювання. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. 2009. Вип. 23. С. 42–48.
4. Ванін В.В., Вірченко Г.А. Структурно-параметричні геометричні моделі як засіб інтеграції автоматизованого проектування сучасного літака. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2014. Вип. 3 (50). С. 571–574.
5. Незенко А.Й., Вірченко Г.А. Геометричне моделювання поверхонь спряження як засіб інтегрального оптимального формоутворення в життєвому циклі літака. *Сучасні проблеми моделювання*. 2017. Вип. 8. С. 49–53.
6. Незенко А.Й. Параметричне моделювання кінцевої аеродинамічної поверхні літака. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2018. Вип. 94. С. 72–76.
7. Ванін В.В., Вірченко Г.А., Збруцький О.В. Теоретичні основи комп'ютерного геометричного моделювання авіаційної техніки. Київ: НТУУ «КПІ», 2013. 124 с.
8. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н. Энциклопедия аналитических поверхностей. Москва: Либроком, 2010. 560 с.

References

1. Vanin, V.V., Virchenko, G.A., Gumen, O.M., Yurchuk, V.P., Yablonskyi, P.M. Suchasnyi stan i perspektyvy podalshoho rozvytku naukovoï shkoly prykladnoi heometrii Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu Ukrainy «Kyivskiy politekhnichnyi instytut imeni Ihoria Sikorskoho». *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia*. 2018. Vyp. 2. P. 17–23. doi: 10.32782/2618-0340-2018-2-17-23. {in Ukrainian}
2. Vanin V.V., Virchenko G.A., Hetman O.H., Yablonskyi P.M. Strukturno-

parametrychne formoutvorennia yak zasib intehratsii avtomatyzovanoho proektuvannia tekhnichnykh ob'ektiv. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. 2019. Vyp. 95. P. 46–50. {in Ukrainian }

3. Vanin, V.V., Virchenko, G.A. Vyznachennia ta osnovni polozhennia strukturno-parametrychnoho heometrychnoho modeliuvannia. *Heometrychne ta kompiuterne modeliuvannia*. 2009. Vyp. 23. P. 42–48. {in Ukrainian }

4. Vanin V.V., Virchenko G.A. Strukturno-parametrychni heometrychni modeli yak zasib intehratsii avtomatyzovanoho proektuvannia suchasnoho litaka. *Visnyk Khersonskoho natsionalnogo tekhnichnogo universytetu*. 2014. Vyp. 3 (50). P. 571–574.

5. Nezenko A.I., Virchenko G.A. Heometrychne modeliuvannia poverkhon spriazhennia yak zasib intehrального optymального formoutvorennia v zhyttievomu tsykli litaka. *Suchasni problemy modeliuvannia*. 2017. Vyp. 8. P. 49–53.

6. Nezenko A.I. Parametrychne modeliuvannia kintsevoi aerodynamichnoi poverkhni litaka. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. 2018. Vyp. 94. P. 72–76.

7. Vanin V.V., Virchenko G.A., Zbrutskyi O.V. Teoretychni osnovy kompiuternoho heometrychnoho modeliuvannia aviatsiinoi tekhniki. Kyiv: NTUU «KPI», 2013. 124 p.

8. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Entsiklopediya analiticheskikh poverhnostey. Moskva: Librokom, 2010. 560 p.

д. т. н., професор **Вірченко Г.А.**,

kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538

к. т. н., доцент **Голова О.О.**,

fire19@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4903-4450

ст. викладач **Воробйов О.М.**,

voroba.ua@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5314-1075

ст. викладач **Надкернична Т.М.**,

t_nadker@ukr.net, ORCID ID 0000-0002-9147-0512

асистент **Лазарчук-Воробйова Ю.В.**

voroba.ua@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7866-3299

Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Одним из современных направлений дальнейшего развития научной школы прикладной геометрии КПИ имени Игоря Сикорского является структурно-параметрическое формообразование различных технических объектов. При этом разрабатываются как общие теоретические основы

данной методологии, так и специализированные средства ее практической реализации. От эффективности последних в значительной степени зависят получаемые результаты проектирования, изготовления и эксплуатации конкретной промышленной продукции.

Созданные математические модели служат основой для программных модулей, которые становятся компонентами применяемых компьютерных информационных систем. В указанных условиях важны также вопросы разработки необходимого методического обеспечения. Со стороны теории структурно-параметрического формообразования к новым геометрическим средствам предъявляются требования в соответствии с принципами универсальности и унификации, вариантности, открытости и развития, системного подхода и др.

Как видно из названия публикации, в нашем случае речь идет о поверхностях второго порядка, которые благодаря своим полезным свойствам довольно распространены во многих технических объектах. Заметим, что плоскость считается упрощенной разновидностью этих фигур. Указанные универсальность и унификация заключаются в решении широкого круга задач однотипными способами, приемами, алгоритмами и т. д. Вариантность сводится к необходимости реализации геометрической моделью гибких и производительных построений, а открытость и развитие – к легкому обновлению, расширению и совершенствованию ее составляющих. Системный подход требует рассмотрения создаваемого средства не только как взаимосвязанных элементов, но и как компонента систем более высокого иерархического уровня. Описанным правилам удовлетворяет поданная модель поверхностей второго порядка. Ее главная особенность заключается в сочетании векторного определения данных объектов со структурно-параметрической методологией. Разработанные приемы формообразования пригодны для широкого практического использования во время автоматизированного проектирования разнообразной технической продукции, процессов ее производства и эксплуатации.

Ключевые слова: автоматизированное проектирование; геометрические средства; компьютерные информационные системы; поверхности второго порядка; структурно-параметрические модели; технические объекты.

Doctor of Technical Sciences, Professor **Gennadii Virchenko**,
kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538

Doctor of Philosophy, Associate Professor **Olga Golova**,
fire19@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4903-4450

Senior teacher **Oleksii Vorobyov**,
voroba.ua@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5314-1075

Senior teacher **Tetjana Nadkernichna**,

t_nadker@ukr.net, ORCID ID 0000-0002-9147-0512
Assistant **Julia Lazarchuk-Vorobyova**
voroba.ua@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7866-3299

National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

STRUCTURAL-PARAMETRIC MODEL OF SECOND-ORDER SURFACES

One of the modern directions for the further development of the applied geometry scientific school of the Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute is the structural-parametric shaping of various technical objects. Currently, the general theoretical foundations of this methodology and specialized means of its practical implementation are being developed. The results obtained in the design, manufacture and operation of specific industrial products largely depend on their efficiency.

The created mathematical models serve as the basis for software modules, which become components of the applied computer information systems. In these conditions, the issues of developing the necessary methodological support are also important. From the side of the theory of structural-parametric shaping, requirements are imposed on new geometric means in accordance with the principles of universality and unification, variability, openness and development, a system approach, etc.

As can be seen from the title of the publication, in our case we are talking about second-order surfaces, which, due to their useful properties, are quite common in many technical objects. Note that the plane is considered a simplified version of these figures. The indicated universality and unification consist in solving a wide range of problems using the same type of methods, techniques, algorithms, etc. Variability is the need to implement for the geometric model of its flexible and productive use, the openness and the development – of easy updating, expansion and improvement its components. The systems approach requires considering the created mean not only as interconnected elements, but also as a part of systems of a higher hierarchical level. The submitted second-order surface model satisfies the rules described above. Its main peculiarity lies in the combination of the vector definition of these items with the structural-parametric methodology. The developed techniques of shaping are suitable for wide practical use during the automated design of various technical objects, the processes of their production and operation.

Keywords: automated design; geometric means; computer information systems; second order surfaces; structural-parametric models; technical objects.