

ВЗАЄМОДІЯ СКЛАДНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ЗІ ЗМІННИМИ МЕТРИЧНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Взаємодія матеріальних об'єктів, що беруть участь в процесі синтезу складних технічних систем, вимагає враховувати їх просторову форму, метричні характеристики, а також обмеження на їх розміщення. При синтезі складних систем виникають задачі, які відносяться до теорії геометричного проектування, тобто задач оптимізації розміщення (покриття, розбиття, моделювання руху) і які пов'язані з математичним та геометричним моделюванням об'єктів і їх взаємних відносин.

Незважаючи на наявність різноманітних моделей і методів вирішення задач геометричного проектування, вони як і раніше є актуальними в тих областях, формалізація яких недостатня для застосування існуючих моделей і методів, що пов'язано з необхідністю врахування особливостей кожної з предметних областей. Це, в свою чергу, призводить до необхідності побудови нових моделей, формулювання постановок нових задач і розробці ефективних методів їх розв'язання.

В рамках класу задач розміщення в роботі розглядається задача раціонального розміщення складних об'єктів зі змінними метричними характеристиками, в результаті чого синтезується конфігурація розміщення об'єктів нових просторових форм. Тому актуальною проблемою є подальший розвиток математичного апарату для синтезу та опису складних об'єктів та умов їх взаємного не перетинання.

Для цього в роботі будується модель складних об'єктів, яка складається з основного і ряду допоміжних. Основний об'єкт може неперервно обертатись, а допоміжні мають можливість неперервно обертатись відносно заданих спільних точок з основним в заданому діапазоні кутів (по відношенню до кута повороту основного об'єкту). Отримані аналітичні вирази для умов не перетинання складних об'єктів, що розглядаються в роботі.

Математичний апарат взаємодії геометричних об'єктів є основою методів моделювання розміщення за заданими обмеженнями, моделювання руху потоку людей.

Як приклад, в роботі наведено частковий випадок, а саме трикомпонентна модель, що є горизонтальною проекцією людського тіла, та результат розв'язання задачі визначення максимальної кількості об'єктів, що розміщуються в прямокутній області шляхом вибору об'єктів відповідно до заданої послідовності номерів з деякого набору.

Ключові слова: геометричного проектування; математичне та геометричне моделювання; складний об'єкт; умови взаємодії об'єктів; розміщення.

Вступ. Взаємодія матеріальних об'єктів, що беруть участь в процесі синтезу складних технічних систем, вимагає враховувати їх просторову форму, метричні характеристики, а також обмеження на їх розміщення. При синтезі складних систем виникають задачі, які відносяться до теорії геометричного проектування, тобто задач оптимізації розміщення (покриття, розбиття, моделювання руху) просторових об'єктів заданої форми. Основи геометричного проектування закладені в роботах [1–2] і пов'язані з математичним моделюванням геометричних об'єктів і їх взаємних відносин [3–6].

Незважаючи на наявність різноманітних моделей і методів вирішення задач геометричного проектування, вони як і раніше є актуальними в тих областях, формалізація яких недостатня для застосування існуючих моделей і методів, що пов'язано з необхідністю врахування особливостей кожної з предметних областей. Це, в свою чергу, призводить до необхідності побудови нових моделей, формулювання постановок нових задач і розробці ефективних методів їх розв'язання.

В рамках класу задач розміщення в роботі розглядається задача раціонального розміщення складних об'єктів зі змінними метричними характеристиками, в результаті чого синтезується конфігурація розміщення об'єктів [7–8] нових просторових форм.

Тому актуальною проблемою є подальший розвиток математичного апарату для синтезу та опису складних об'єктів та умов їх взаємодії.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Першим кроком в побудові аналітичного опису умов взаємного неперетину об'єктів цього класу задач став підхід, розроблений академіком НАН України В.Л. Рвачовим [9], який базується на використанні R -функцій. Подальші дослідження в цьому напрямі дали можливість розробити математичний апарат функції щільного розміщення (ФЩР) [3] та її годографа (ГФЩР) [4], які дозволяли перетворити геометричну інформацію про об'єкти, що розміщуються, в інформацію про їх можливі щільні розміщення.

На базі ГФЩР розроблено методологію послідовно-одиначного розміщення для знаходження наближень до локальних екстремумів у задачах нерегулярного розміщення об'єктів [4, 6]. У подальшому

введено поняття ϕ -функції [10], за допомогою якої формалізовані відношення геометричних об'єктів. Згодом побудовані ϕ -функції для базових об'єктів у дво- та тривимірному просторах [11–13]. Для деяких об'єктів ϕ -функції мають дуже складний вигляд, тому запропоновано квазі- Φ -функції [14–18]. Метод ϕ -функцій визнаний на теперешній час потужним засобом аналітичного моделювання відношень між геометричними об'єктами. Він дозволяє описувати оптимізаційні задачі розміщення у вигляді задач нелінійного програмування та має широке коло застосувань.

До класу задач геометричного проектування можна віднести і задачі моделювання руху людей, транспорту, роботів, тощо. Аналізуючи засоби відео спостережень руху, слід відзначити, що елементи руху апроксимуються об'єктами складної просторової форми, яка може змінюватися в залежності від зміни параметрів компонентів об'єктів. Тому виникла необхідність в побудові моделей складних об'єктів та аналітичному поданні умов неперетинання для більш широкого класу об'єктів:

Формулювання цілей та завдання статті. Метою статті є побудова квазі- ϕ -функцій для складних об'єктів, параметри компонентів яких неперервно змінюються в заданих межах. .

Основна частина. В даній роботі пропонується розглядати складні об'єкти H_i , до яких входять основний S_{ci} і декілька допоміжних $S_r, r=1,2,\dots,n$ за умови $H_i = S_{ci} \cup (\bigcup_r S_r)$; $S_r \cap S_{r'} \neq \emptyset, r, r' > r=2,\dots,n$; $S_{ci} \cap H_i \neq S_{ci}$ (рис.1).

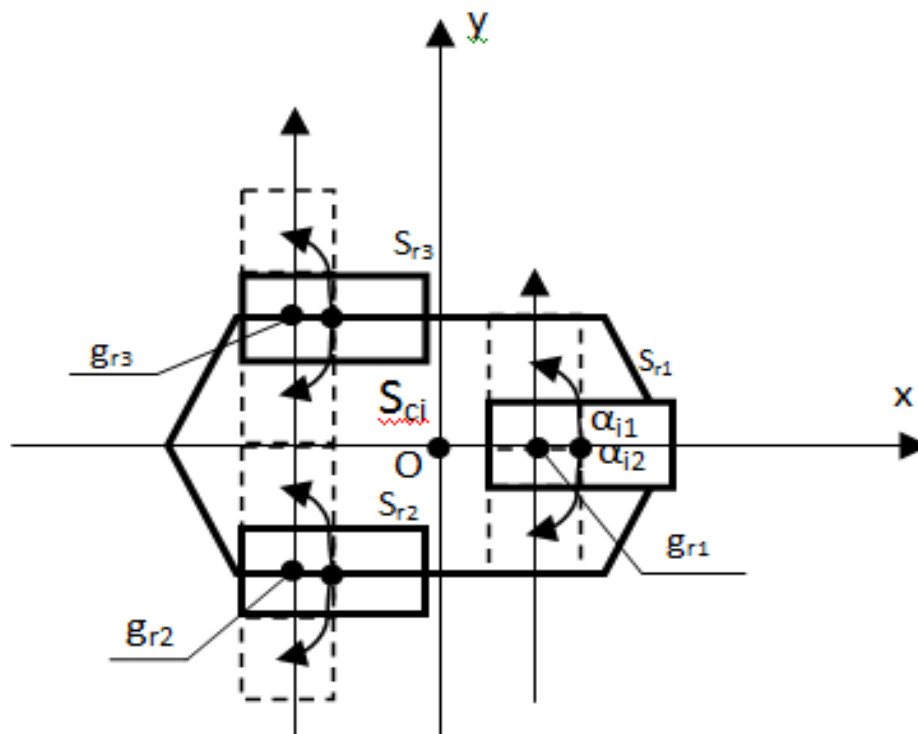


Рис.1 Складний об'єкт H_i

Кожному об'єкту, на прикладі еліпса E на рис.2, зіставлені у відповідність параметри розміщення $u=(v,\theta)$, де $v=(x,y)$ – вектор трансляції об'єкта E відносно нерухомої системи координат, а θ – кут його повороту.

При цьому довільна точка $p = p(0)$ об'єкта відображається у точку $p(u) = v + M(\theta)p^T(0)$, де $M(\theta)$ – матриця оператора повороту простору на кут $\theta = \phi$ (рис.2).

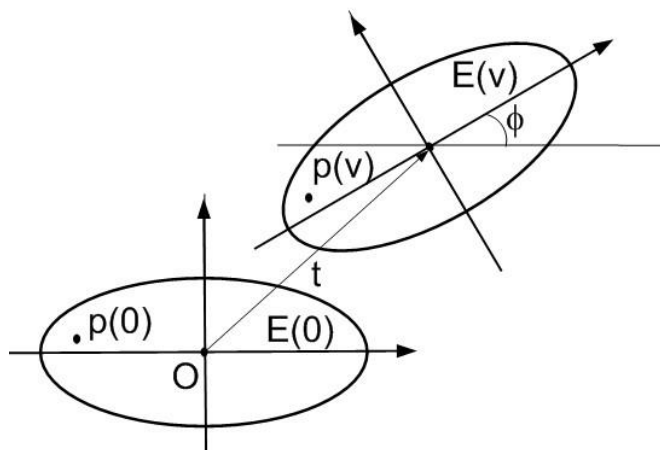


Рис 2. Ілюстрація до параметричного опису положення еліпса на площині

Позначимо через $E(u)$ об'єкт $E = E(0)$, що повернутий на кут $\theta = \phi$ і трансляований на вектор v .

Кожен із об'єктів S_{ri} має спільну точку з об'єктом S_{ci} , точку "склеювання" $q_{ri} \in \text{int} S_{ci}$. Положення точки q_{ri} на площині визначається виключно параметрами розміщення об'єкта S_{ci} . Об'єкт S_{ci} може неперервно обертатись, а допоміжні $S_{ri}, r=1,2,\dots,n$, мають можливість неперервно обертатись відносно заданої спільної точки в діапазоні кутів $(\alpha_{i1}; \alpha_{i2})$ (по відношенню до кута повороту об'єкта E_{ci}). (рис.1)

Розглянемо складний об'єкт $H_i = S_c \cup S_{ri}, r=1,2,\dots,n$. Положення кожного з об'єктів H_i на площині визначається вектором $u_i = (x_{ci}, y_{ci}, \theta_{ci}, x_{ri}, y_{ri}, \theta_{ri}, \dots, x_{ni}, y_{ni}, \theta_{ni})$ при дотриманні обмежень «склеювання» та обмежень на кути повороту допоміжних об'єктів :

$$g_{li}(v_{li}) = G_{li}(v_{ci}) \tag{1}$$

$$g_{ri}(v_{ri}) = G_{ri}(v_{ci}) \tag{2}$$

$$g_{ni}(v_{ni}) = G_{ni}(v_{ci}) \tag{3}$$

$$\theta_{ci} - \alpha_{i2} \leq \theta_{li} \leq \theta_{ci} + \alpha_{i1}, \tag{4}$$

$$\theta_{ci} - \alpha_{i2} \leq \theta_{ri} \leq \theta_{ci} + \alpha_{i1}, \quad (5)$$

$$\theta_{ci} - \alpha_{i2} \leq \theta_{ni} \leq \theta_{ci} + \alpha_{i1}, \quad (6)$$

Замітимо, що α_{i1}, α_{i2} – константи, що характеризують технологічні обмеження конкретної задачі, Вектор змінних параметрів $u_i = (\theta_{ci}, \theta_{ri}, r=1, 2, \dots, n)$ визначає просторову форму складного об'єкта $H_i = S_{ci} \cup (\cup_r S_{ri})$.

З урахуванням вищесказаного, умова неперетинання складних об'єктів $H_i = S_{ci} \cup S_{ri}, r=1, \dots, n$. і $H_s = E_{cs} \cup E_{rs}, r=1, \dots, m$. можна представити у вигляді:

$$\Phi^{H_i H_s}(u_i, u_s, t'_{is}) \geq 0, \quad (7)$$

де

$$\begin{aligned} \Phi^{H_i H_s}(u_i, u_s, t'_{is}) = \min \{ & \Phi^{S_{ci} S_{cs}}(u_{ci}, u_{cs}, t_{is}^{cc}), \Phi^{S_{li} S_{cs}}(u_{li}, u_{cs}, t_{is}^{1c}), \dots, \\ & \Phi^{S_{ni} S_{cs}}(u_{ni}, u_{cs}, t_{is}^{nc}), \dots, \Phi^{S_{ci} S_{1s}}(u_{ci}, u_{1s}, t_{is}^{c1}), \Phi^{S_{ri} S_{cs}}(u_{1i}, u_{1s}, t_{is}^{11}), \dots, \\ & \Phi^{S_{ri} S_{cs}}(u_{ni}, u_{1s}, t_{is}^{n1}), \dots, \Phi^{S_{ci} S_{ms}}(u_{ci}, u_{ms}, t_{is}^{cm}), \Phi^{S_{li} S_{ms}}(u_{li}, u_{ms}, t_{is}^{1m}), \dots, \\ & \Phi^{S_{ni} S_{ms}}(u_{ni}, u_{ms}, t_{is}^{nm}) \} \end{aligned}$$

– квазі-phi-функція, що описує умови неперетину об'єктів $H_i(u_i)$ і $H_s(u_s)$;

$t'_{is} = (t_{is}^{cc}, t_{is}^{1c}, \dots, t_{is}^{nc}, \dots, t_{is}^{c1}, t_{is}^{11}, \dots, t_{is}^{n1}, \dots, t_{is}^{cm}, t_{is}^{1m}, \dots, t_{is}^{rr})$ – вектор допоміжних змінних квазі-phi-функцій,

$$\begin{aligned} & \Phi^{S_{ci} S_{cs}}(u_{ci}, u_{cs}, t_{is}^{cc}), \Phi^{S_{li} S_{cs}}(u_{li}, u_{cs}, t_{is}^{1c}), \dots, \Phi^{S_{ni} S_{cs}}(u_{ni}, u_{cs}, t_{is}^{nc}), \dots, \\ & \Phi^{S_{ci} S_{1s}}(u_{ci}, u_{1s}, t_{is}^{c1}), \Phi^{S_{ri} S_{cs}}(u_{1i}, u_{1s}, t_{is}^{11}), \dots, \Phi^{S_{ri} S_{cs}}(u_{ni}, u_{1s}, t_{is}^{n1}), \dots, \quad - \\ & \Phi^{S_{ci} S_{ms}}(u_{ci}, u_{ms}, t_{is}^{cm}), \Phi^{S_{li} S_{ms}}(u_{li}, u_{ms}, t_{is}^{1m}), \dots, \Phi^{S_{ni} S_{ms}}(u_{ni}, u_{ms}, t_{is}^{nm}) \end{aligned}$$

– квазі-phi-функції, що описують умови неперетинання відповідних пар об'єктів, рівності (1)–(3) задають умови «склеювання» складеного об'єкта, нерівності (4)–(6) – обмеження на кути повороту частин складеного об'єкта.

У роботах [19] розглянуто частковий випадок – трикомпонентна модель горизонтальної проекції людського тіла. Описані умови

«склеювання» трьох еліпсів в складний та обмеження на кути обертання допоміжних.

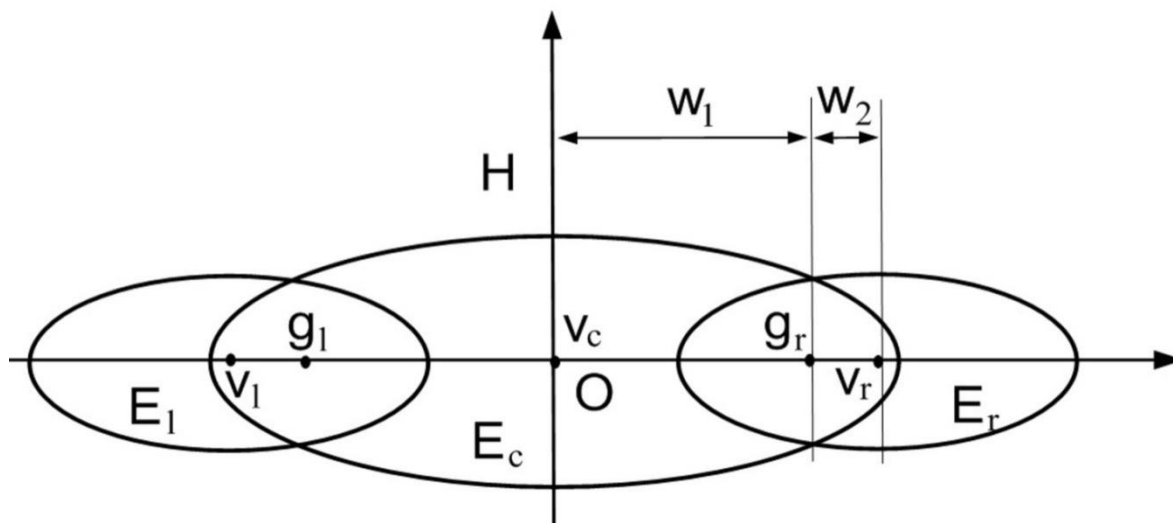


Рис. 3. Трикомпонентна модель проєкції людського тіла на горизонтальну площину

На рис.3: E_c – основний еліпс, що описує тулуб людини, E_r , E_l – допоміжні, що описують відповідно праве та ліве плече.

Як приклад розв’язана задача. раціонального розміщення максимальної кількості людей в обраному мобільному засобі (прямокутній області). коли евакуйовані завантажуються в них в заданому порядку.

Створено алгоритмічне та програмне забезпечення для комп’ютерного моделювання оптимізації розміщення об’єктів.

Було проведено обчислювальний експеримент. Для області площею 1 м^2 вирішувалася задача визначення максимальної кількості об’єктів, розміщених в ній, шляхом їх вибору відповідно до заданої послідовності номерів з набору в 35 об’єктів з оптимізацією їх розміщення.

Обчислювальні експерименти проводилися на AMD Athlon 64x2 Dual5200+. Розв’язок підзадач нелінійного програмування [20] здійснювався за допомогою програми IPOPT, доступною на відкритому некомерційному ресурсі (<https://projects.coin-or.org/Ipopt>).

Результат комп’ютерного моделювання наведені на рис.4.

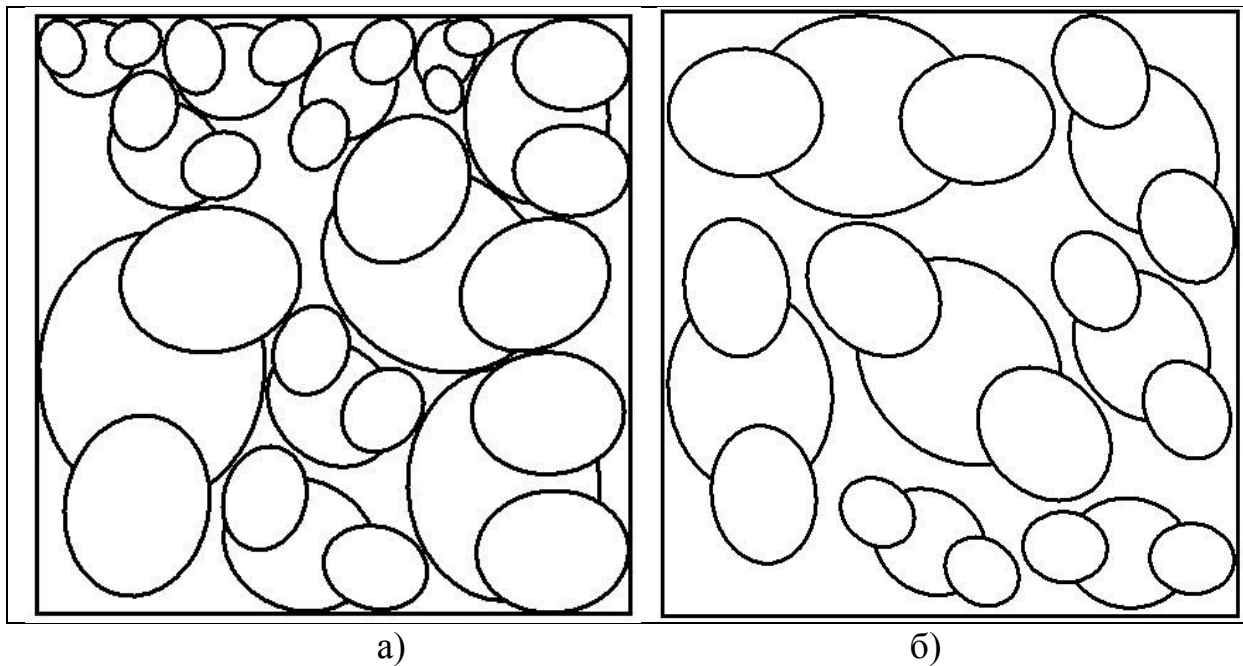


Рис.4. Приклади локального екстремума в задачі:

- а) для об'єктів, що представлені трикомпонентною моделлю з неперервними трансляціями основних еліпсів, а також з неперервним обертанням, як основних, так і допоміжних еліпсів;
- б) для об'єктів, що представлені трикомпонентною моделлю з неперервними трансляціями і обертаннями основних еліпсів, при фіксованій орієнтації допоміжних еліпсів

Час пошуку локального екстремуму для об'єктів, представлених трикомпонентною моделлю, з неперервною трансляцією основних еліпсів, а також неперервними поворотами, як основних, так і допоміжних еліпсів (рис. 4, а), становить 275.32 с. Для об'єктів, що представлені трикомпонентною моделлю з неперервними трансляціями і обертаннями основних еліпсів, при фіксованій орієнтації допоміжних еліпсів (рис.4, б) час становить 195.50 с.

Висновки. Отримані аналітична та геометрична модель складного об'єкта, параметри компонент якого можуть змінюватися в допустимих межах, які дозволяють утворювати в процесі розв'язання задачі оптимізації розміщення, нову просторову форму об'єктів. Ідея створення багатокомпонентних об'єктів, що допускають зміну просторових форм може бути використана, наприклад, в робототехніці. Робот, що складається з рухомих частин, зможе підвищити свою ефективність завдяки зміні своєї просторової форми при проходженні складних маршрутів, що виникають в процесі розвитку надзвичайних ситуацій.

Література

1. Stoyan Y.G. Mathematical methods for geometric design. *Advances in CAD/CAM*. Proceedings of PROLAMAT82, Leningrad, USSR, May 1982. 67–86, North-Holland, Amsterdam, The Netherlands, 2003.
2. Стоян Ю.Г. Основная задача геометрического проектирования / Ю.Г. Стоян. Харьков: Ин-т проблем машиностроения АН УССР, 1983. 36 с. (Препринт / АН УССР. Ин-т проблем машиностроения; 181.)
3. Стоян Ю.Г. Размещения геометрических объектов. Київ : *Наук. Думка*, 1975. 239 с.
4. Стоян Ю.Г., Гиль Н.И. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов. Київ : *Наук. Думка*, 1976. 247 с.
5. Стоян Ю.Г., Яковлев С.В. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. Київ : *Наук. Думка*, 1986. 268 с.
6. Элементы теории геометрического проектирования/ Яковлев С.В., Гиль Н.И., Комяк В.М. и др./ Под 131ехн. В.Л. Рвачева. Київ : *Наук. думка*, 1995. 241с.
7. Stoyan Y.G., Yakovlev S.V. Configuration space of geometric objects. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2018. 54. 5. P. 716–726
8. Yakovlev S.V. On some classes of spatial configurations of geometric objects and their formalization. *Journal of Automation and Information Sciences*, 2018. 50,. 5, P. 73–84.
9. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В.Л.Рвачев. Київ : *Наук. думка*. 1982. 550 с.
10. Stoyan Yu.G. Φ -function and its basic properties. *Доклады НАН України*, 2001. Сер. А. №8. С. 112–117.
11. Stoyan Yu., Gil N., Romanova T., Scheithauer G. Phi-function for complex 2D object. *40RQuarterly Journal of the Belgian, French and Italian Operations Research Societies*, 2004. 2(1). P.69–84.
12. Scheithauer G., Stoyan Yu. G., Romanova T. Ye. Mathematical modeling of interactions of primary geometric 3D objects. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2005. 41. Iss. 3. P. 332–342.
13. Стоян Ю.Г, Романова Т.Е., Чернов Н.И., Панкратов А.В. Полный класс Φ -функций для базових объектов. *Доповіди НАН України*, 2010. № 12. С. 25–30.
14. Панкратов А.В. Информационная система решения оптимизационной задачи размещения производных неориентированных 2D объектов. *Системи обробки інформації*. Харків: ХУПС, 2013.1(108). С.82–86.
15. Stoyan Y., Romanova T., Pankratov A., Chugay A. Optimized object packings using quasi-phi-functions. *Optimized Packings with Applications*. Fasano G., Pintér J. (eds). Springer *Optimization and Its Applications*. Springer, Cham, 2015. 105. P. 265–293

16. Стоян Ю.Г., Панкратов А.В., Романова Т.Е., Чернов Н.И. Квази-phi-функции для математического моделирования отношений геометрических объектов. *Доповіди. НАН України*, 2014. Вып. 9. С. 49–54.
17. Stoyan, Y., Pankratov, A., & Romanova, T. Quasi-phi-functions and optimal packing of ellipses. *Journal of Global Optimization*, 2016. 65(2). P. 283–307.
18. Komyak Va., Komyak Vl., Danilin A. A study of ellipse packing in the high-dimensionality problems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2017. 1/4(85). С. 17–23.
19. Komyak Vf, Komyak Vl., Pankratov A Mathematical and Computer Modeling of Active Movement of People during Evacuation. Part of the IFIP Advances in Information Technology in Disaster Risk Reduction book series (IFIPAICT0. 2021. 622, P.245–258.
20. Wachter A. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Mathematical Programming*, 2006. Vol. 106 (1). P. 25–57. doi:10.1007/s10107-004-0559-y.

References

1. Stoyan Y.G. Mathematical methods for geometric design. *Advances in CAD/CAM. Proceedings of PROLAMAT82, Leningrad, USSR, May 1982.* 67–86, North-Holland, Amsterdam, The Netherlands, 2003.
2. Stoian Yu.H. Osnovnaia zadacha heometrycheskoho proektyrovaniya / Yu.H. Stoian. – Kh.: Yn-t problem mashynostroeniya AN USSR, 1983. 36 s. (Preprynt / AN USSR. Yn-t problem mashynostroeniya; 181.)
3. Stoian Yu.H. Razmeshcheniia heometrycheskykh ob'ektov. Kyiv : Nauk. Dumka, 1975. 239 s.
4. Stoian Yu.H., Hyl N.Y. Metodi y alhorytmi razmeshcheniia ploskykh heometrycheskykh ob'ektov. Kyiv : Nauk. Dumka, 1976. 247 s.
5. Stoian Yu.H., Yakovlev S.V. Matematycheskiye modeli y optymyzatsyonnye metodi heometrycheskoho proektyrovaniya. Kyiv :Nauk. Dumka, 1986. 268 s.
6. Elementy teoryy heometrycheskoho proektyrovaniya/ Yakovlev S.V., Hyl N.Y., Komiak V.M. y dr./ Pod ekhn. V.L. Rvacheva. Kyiv : Nauk, dumka, 1995. 241с.
7. Stoyan Y.G., Yakovlev S.V. Configuration space of geometric objects. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2018. 54. 5. R. 716–726
8. Yakovlev S.V. On some classes of spatial configurations of geometric objects and their formalization / *Journal of Automation and Information Sciences*, 2018. 50,. 5, R. 73–84.

9. Rvachev V. L. Teoryia R-funktsyi y nekotorye ee prylozheniya / V.L.Rvachev. Kyiv : Nauk, dumka. 1982. 550 s.
10. Stoyan Yu.G. F-function and its basic properties. Dokladi HAH Ukraini, 2001. Ser. A. №8. S. 112–117.
11. Stoyan Yu., Gil N., Romanova T., Scheithauer G. Phi-function for complex 2D object. 40RQuarterly Journal of the Belgian, French and Italian Operations Research Societies, 2004. 2(1). P.69–84.
12. Scheithauer G., Stoyan Yu. G., Romanova T. Ye. Mathematical modeling of interactions of primary geometric 3D objects. Cybernetics and Systems Analysis, 2005. 41. Iss. 3. P. 332–342.
13. Stoian Yu.H, Romanova T.E., Chernov N.Y., Pankratov A.V. Polnyi klass F-funktsyi dlia bazovykh ob'ektov. Dopovidi NAN Ukrainy, 2010. № 12. C. 25–30.
14. Pankratov A.V. Informacionnaya sistema resheniya optimizacionnoj zadachi razmeshcheniya proizvod'nyh neorientirovannyh 2D ob"ektov. Sistemi obrobki informacii. Harkiv: HUPS, 2013.1(108). S.82–86.
15. Stoyan Y., Romanova T., Pankratov A., Chugay A. Optimized object packings using quasi-phi-functions. Optimized Packings with Applications. Fasano G., Pintér J. (eds). Springer Optimization and Its Applications. Springer, Cham, 2015. 105. pp. 265–293
16. Stoian Yu.H., Pankratov A.V., Romanova T.E., Chernov N.Y. Kvazyphi-funktsyy dlia matematycheskoho modelyrovanyia otnosheni heometrycheskykh ob'ektov. Dopovidi. NAN Ukrainy, 2014. Vol. 9. C. 49–54.
17. Stoyan, Y., Pankratov, A., & Romanova, T. Quasi-phi-functions and optimal packing of ellipses. Journal of Global Optimization, 2016. 65(2). R. 283–307.
18. Komyak Va., Komyak Vl., Danilin A. A study of ellipse packing in the high-dimensionality problems. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2017. 1/4(85). S. 17–23.
19. Komyak Vf, Komyak Vl., Pankratov A Mathematical and Computer Modeling of Active Movement of People during Evacuation. Part of the IFIP Advances in Information Technology in Disaster Risk Reduction book series (IFIPAICT0. 2021. 622, P.245–258.
20. Wachter A. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. Mathematical Programming, 2006. Vol. 106 (1). P. 25–57. doi:10.1007/s10107-004-0559-y.

Ph. D., Prof. **Valentyna Komyak**,
vkomyak@ukr.net, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9840-2635>
National University of Civil Defense of Ukraine;
Department of Physical and Mathematical Disciplines

Kyazim Kyazimov
kazim.kazimov@fhn.gov.az,
ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0790-9770>
Academy of the Ministry of Emergency Situations of Azerbaijan;
Department of Specialized Disciplines of Fire Safety

INTERACTION OF COMPLEX GEOMETRIC OBJECTS WITH VARIABLE METRIC CHARACTERISTICS

The interaction of material objects involved in the synthesis of complex technical systems requires consideration of their spatial shape, metric characteristics, as well as restrictions on their location. In the synthesis of complex systems there are problems related to the theory of geometric design, ie problems of optimization of placement (of covering, partitioning, motion modeling) and which are related to mathematical and geometric modeling of objects and their relationships.

Despite the existence of various models and methods of solving problems of geometric design, they are still relevant in those areas whose formalization is insufficient for the application of existing models and methods, due to the need to take into account the characteristics of each subject area. This, in turn, leads to the need to build new models, formulate new tasks and develop effective methods for solving them.

Within the class of placement problems, the paper considers the problem of rational placement of complex objects with variable metric characteristics, as a result of which the configuration of placement of objects of new spatial forms is synthesized. Therefore, the urgent problem is the further development of the mathematical apparatus for the synthesis and description of complex objects and the conditions of their mutual nonintersection.

To do this, the model of complex objects is built, which consists of the one main and a number of auxiliary. The main object can rotate continuously, and the auxiliary ones have the ability to rotate continuously relative to the specified common points with the main in a given range of angles (relative to the angle of rotation of the main object). Analytical expressions are obtained

for the conditions of non-intersection of complex objects considered in the paper.

The mathematical apparatus of interaction of geometric objects is the basis of methods for modeling of placement given constraints, modeling the movement of people.

As an example, the paper presents a partial case, namely the three-component model, which is a horizontal projection of the human body, and the result of solving the problem of determining the maximum number of objects placed in a rectangular area by selecting objects according to a given sequence of numbers from some set.

Keywords: geometric design; mathematical and geometric modeling; complex object; conditions of interaction of objects; placement

Д. т. н., профессор **Валентна Комьяк**,
vkomyak@ukr.net, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9840-2635>,

Кязим Кязимов
kazim.kazimov@fhn.gov.az,
ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0790-9770>

ВЗАМОДЕЙСТВИЕ СЛОЖНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С МЕНЯЮЩИМИСЯ МЕТРИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Взаимодействие материальных объектов, участвующих в синтезе сложных технических систем, требует учета их пространственной формы, метрических характеристик, а также ограничений на их расположение. При синтезе сложных систем существуют проблемы, связанные с теорией геометрического проектирования, то есть проблемы оптимизации размещения (покрытия, разделения, моделирования движения) и связанные с математическим и геометрическим моделированием объектов и их взаимосвязей.

Несмотря на наличие различных моделей и методов решения задач геометрического проектирования, они по-прежнему актуальны в тех областях, формализация которых недостаточна для применения существующих моделей и методов, в связи с необходимостью учета особенностей каждой предметной области. Это, в свою очередь, приводит к необходимости построения новых моделей, формулирования новых задач и разработки эффективных методов их решения.

В рамках класса задач размещения в статье рассматривается проблема рационального размещения сложных объектов с переменными метрическими характеристиками, в результате чего синтезируется конфигурация размещения объектов новых пространственных форм. Поэтому актуальной задачей является дальнейшее развитие математического аппарата для синтеза и описания сложных объектов и условий их взаимного непересечения.

Для этого строится модель сложных объектов, состоящая из одного основного и ряда вспомогательных. Основной объект может вращаться непрерывно, а вспомогательные имеют возможность непрерывно вращаться относительно заданных общих точек с основным в заданном диапазоне углов (относительно угла поворота основного объекта). Получены аналитические выражения для рассматриваемых в статье условий не пересечения сложных объектов.

Математический аппарат взаимодействия геометрических объектов лежит в основе методов моделирования размещения с учетом заданных ограничений, моделирования движения потоков людей.

В качестве примера в статье представлен частный случай, а именно трехкомпонентная модель, которая представляет собой горизонтальную проекцию человеческого тела, и результат решения задачи определения максимального количества объектов, помещаемых в прямоугольную область, путем выбора объектов по заданной последовательности из некоторого набора.

Ключевые слова: геометрическое проектирование; математическое и геометрическое моделирование; сложный объект; условия взаимодействия объектов; размещение.