

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНИЙ СПОСІБ ФОРМОУТВОРЕННЯ КУПОЛІВ ПРАВОСЛАВНИХ ХРАМІВ

У теперішній складний час для нашої держави все більше людей звертаються до вічних цінностей, які проповідує християнська церква. Важливими матеріальними компонентами при цьому є православні храми, тобто місця проведення релігійних обрядів. Зараз досить насущними постають також питання не тільки будівництва нових та реставрації існуючих культових споруд, а й відновлення зруйнованих у результаті бойових дій.

У християнській архітектурі куполи відіграють провідну роль, тому ними увінчуються більшість існуючих православних храмів. Ці будівельні конструкції мають велике символічне значення для людей, бо уособлюють небесні образи (Бога, ангелів, святих і т. д.). Для всіх релігійних споруд доволі важливі наявні об'ємно-просторові форми, що обов'язково повинні мати яскраву власну індивідуальність. Це сприяє підвищенню символічної сутності православного храму, його святості. Останнє налаштовує парафіян на духовне піднесення.

Нинішній період розвитку суспільства характеризується широким впровадженням у різноманітні сфери людської діяльності комп'ютерних інформаційних технологій, зокрема, автоматизованого проектування. Значною мірою це стосується й архітектури, для якої поліпшення засобів комп'ютерного формоутворення опрацьовуваних об'єктів становить актуальну науково-прикладну проблему.

Запропонований у даній публікації на засадах структурно-параметричної методології спосіб варіантного геометричного моделювання куполів православних храмів спрямований на покращення їх якості, зменшення трудомісткості виконання зазначених процесів. Розглянуті математичні моделі придатні для безпосередньої реалізації в середовищі сучасних систем автоматизованого архітектурно-будівельного проектування.

У статті також зроблено належні базові висновки, визначено основні напрямки проведення подальших наукових досліджень з викладеної тематики.

Ключові слова: автоматизоване проектування; геометричне моделювання; куполи; православні храми; структурно-параметричне формоутворення.

Постановка проблеми. Нині в Україні у зв'язку зі складною ситуацією все більше людей звертаються до християнських цінностей. Це спричиняє потребу не тільки будівництва нових, а й відновлення зруйнованих у результаті бойових дій православних храмів. Об'ємно-просторові форми останніх доволі важливі в релігійному аспекті, вимагають яскравої індивідуальності. Куполи уособлюють небесні образи, мають велике символічне значення для віруючих. Наведені обставини обумовлюють актуальність питань щодо покращення якості вказаних об'єктів, зменшення витрат на їх проектування, виготовлення та подальшу експлуатацію.

Аналіз досліджень і публікацій. У праці [1] розкрито основні етапи становлення та розвитку християнської архітектури. Видання [2] присвячено національній ідентичності українських культових споруд, належним традиціям і новаторству в даній сфері. Конкретні ілюстрації вітчизняних православних храмів наведено в роботі [3]. У дослідженні [4] розглянуто формоутворення баневих, тобто купольних, завершень церковних будівель. Акцентовано, що саме ці архітектурні складові вносять вагомий вклад в індивідуальну неповторність православних храмів. Публікація [5] подає різні *форми* куполів (конусну, яйцеподібну, маківку, цибульчасту, грушоподібну, гранчасту тощо), існуючі їх *ярусності* (одно-, дво- і триярусні) та *кількість* у храмі (один, два, три, п'ять, сім, дев'ять і тринадцять). У статті [6] наведено схему визначення твірної лінії для поверхні обертання цибульчастого купола у вигляді коробової кривої, яка складається з трьох дуг кіл. При цьому побудову решти форм куполів та їх ярусність не проаналізовано. У роботі [7] представлено приклади моделювання дискретних каркасів купольних конструкцій. Описано можливості використання одного з методів дискретного геометричного моделювання. Розглянуто питання параметричної відповідності поставленої задачі щодо моделювання купольних конструкцій та вихідних даних.

В акцентованому аспекті корисним є структурно-параметричний підхід до геометричного моделювання, викладений у праці [8], що служить методологічною основою для запропонованого способу формоутворення куполів. Доцільність його використання засвідчують, зокрема, приклади видання [9] стосовно можливих об'ємно-просторових вирішень баневих завершень православних храмів. Маються на увазі розглянуті двоярусна і триярусна архітектурні конструкції, до складу яких входять відповідно (барабан, баня, підбанник, банька, ліхтар) та (барабан, баня, ліхтар, банька, маківка). Зауважимо, що досліджувані церковні споруди вінчають хрести, які в цій публікації не аналізуються.

Цілі та завдання статті полягають в поданні розробленого способу структурно-параметричного формоутворення куполів, тобто баневих завершень, православних храмів. Останній доцільно застосовувати для підвищення якості та продуктивності процесів належного варіантного

автоматизованого проектування.

Основна частина. Опрацюватимемо наступну множину форм куполів

$$\Phi K = (\Phi K_i)_1^{N_{\Phi K}} = (\Phi K_i)_1^5, \quad (1)$$

де $\Phi K_1 = K\Phi$ – конусна, $\Phi K_2 = Я\Phi$ – яйцеподібна, $\Phi K_3 = М\Phi$ – маківка, $\Phi K_4 = Ц\Phi$ – цибульчаста, $\Phi K_5 = Г\Phi$ – грушоподібна.

Зауважимо, що кожен елемент (1) подається у двох варіантах: *гладкому*, тобто без зламів, і *гранчастому*, відповідно з наявністю останніх. На практиці у храмах конусні куполи зустрічаються рідко, однак гранні їх різновиди поширені для дзвіниць.

Як базову твірну лінію застосовуватимемо векторну параметричну криву другого порядку

$$\mathbf{r}(u) = \frac{(1-u)^2 \mathbf{r}_0 + 2w_1 u(1-u) \mathbf{r}_1 + u^2 \mathbf{r}_2}{(1-u)^2 + 2w_1 u(1-u) + u^2}, \quad (2)$$

де $\mathbf{r}_0=(x_0, y_0, z_0)$, $\mathbf{r}_1=(x_1, y_1, z_1)$, $\mathbf{r}_2=(x_2, y_2, z_2)$ – радіус-вектори в декартовій системі координат $Oxyz$ вершин характеристичної ламаної; $w_1 \geq 0$ – ваговий коефіцієнт вершини \mathbf{r}_1 ; $u \in [0, 1]$ – параметр.

Для форм куполів, які розглядаються, використовуватимемо твірний контур із трьох компонентів вигляду (2)

$$TK = (TK_i)_1^{N_{TK}} = (TK_i)_1^3, \quad (3)$$

У загальному випадку за описаною далі методикою опрацюються також додаткові форми куполів, обираються інші лінії (2) та визначається склад множини (3).

В основі геометричного моделювання баневих завершень православних храмів лежить *неперервне* (для гладких форм) або *дискретне* (для гранчастих) обертання твірного контуру (3) навколо вертикальної осі. На рис. 1 її показано відповідною лінією та наведено можливі різновиди твірних із характеристичними вершинами для певних куполів.

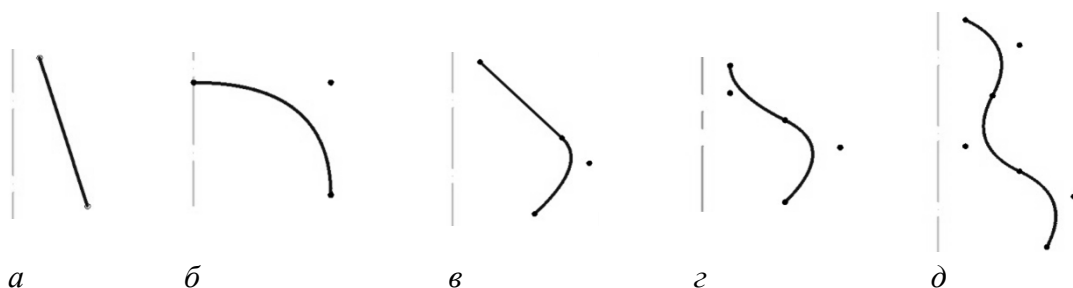


Рис 1. Деякі структурно-параметричні варіанти твірного контуру (3):
 а – конічний; б – яйцеподібний; в – маківка; з – цибульчастий;
 д – грушоподібний

Конічному куполу (рис. 1, *a*) відповідає один елемент множини (3) з ваговим коефіцієнтом $w_1=0$, тобто відрізок прямої, а яйцеподібному (рис. 1, *б*) – з величиною $w_1 \neq 0$, тобто дуга кривої другого порядку. Для маківки, див. рис. 1, *в*, маємо два вказаних елементи. Цибульчата форма (рис. 1, *г*) має два компоненти та одну точку перегину, а грушоподібна (рис. 1, *д*) – три елементи і дві точки перегину. Прийоми забезпечення гладкості першого порядку розглянутих обводів загальновідомі.

На рис. 2 подано кілька прикладів поверхонь куполів, що відповідають попереднім зображенням.

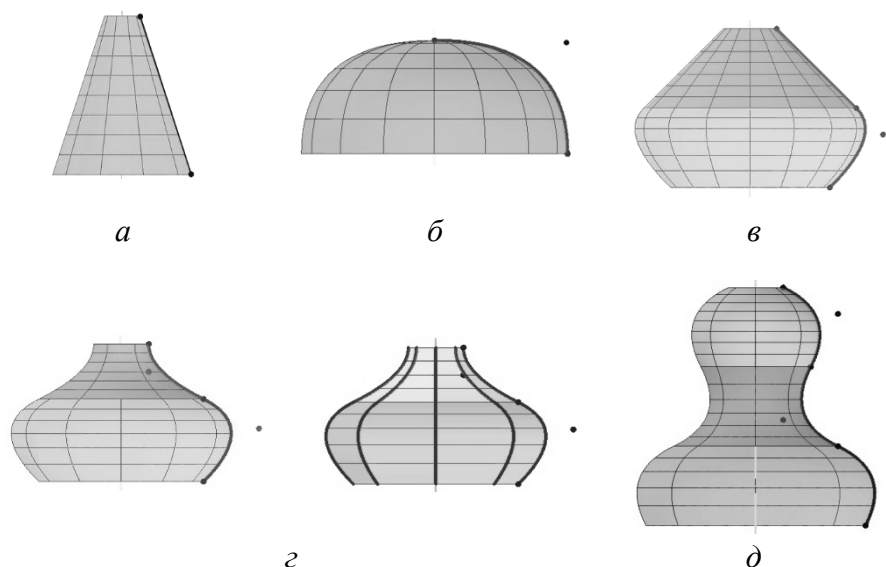


Рис 2. Поверхні куполів:

a – конічна; *б* – яйцеподібна; *в* – маківка;
г – цибульчата гладка та гранчаста; *д* – грушоподібна

Параметричні рівняння цих поверхонь у декартовій системі координат $Oxyz$ з вертикальною віссю z та твірним контуром у площині Oxz описуються залежностями:

– *гладкі поверхні*

$$\mathbf{r}(u, v) = (x, y, z), \quad x = x(u) \cos v, \quad y = x(u) \sin v, \quad z = z(u), \quad (4)$$

де $u \in [0, 1]$, $v \in [0, 2\pi]$ – параметри; $x(u)$, $z(u)$ – величини, що визначаються виразами (2) і (3),

– *гранчасті поверхні*

$$\mathbf{r}_i(u, v) = (1 - v) \mathbf{r}_{i-1}(u) + v \mathbf{r}_i(u), \quad (5)$$

де i – номер грані n -гранчастої поверхні; $\mathbf{r}_i(u)$ – напрямні, які утворюються обертанням навколо осі z вихідного твірного контуру $\mathbf{r}_0(u)$ на кут $\gamma_i = 2\pi i/n$; $u \in [0, 1]$, $v \in [0, 1]$ – параметри.

Основою для куполів у баневих завершеннях православних храмів слугують барабани, що являють собою вертикальні кругові циліндричні або гранні поверхні. Їх аналітична дефініція здійснюється за співвідношеннями (4) та (5) для твірної у вигляді вертикального прямолінійного відрізка.

Отже, в нашому випадку маємо множину форм барабанів

$$\Phi_B = (\Phi_{B_i})_1^{N_{\Phi_B}} = (\Phi_{B_i})_1^1, \quad (6)$$

де $\Phi_{B_1} = ЦФ$ – циліндрична.

На рис. 3, а показано поєднання гранчастого барабана й такого ж цибульчастого купола, а на рис 3, б додатково наведено ще один ярус до складу якого входить круговий циліндричний барабан та яйцеподібний купол. Можливі також інші комбінації поверхонь, проаналізованих вище. Наприклад, маківки з циліндричним або гранчастим барабаном, останніх з грушоподібною поверхнею тощо. Через обмежений обсяг публікації зазначені різновиди не наводяться, але є достатньо очевидними з викладеного вище матеріалу. Зауважимо, що проаналізовані фігури, як правило, різняться поміж собою не тільки формою, а й розмірами.

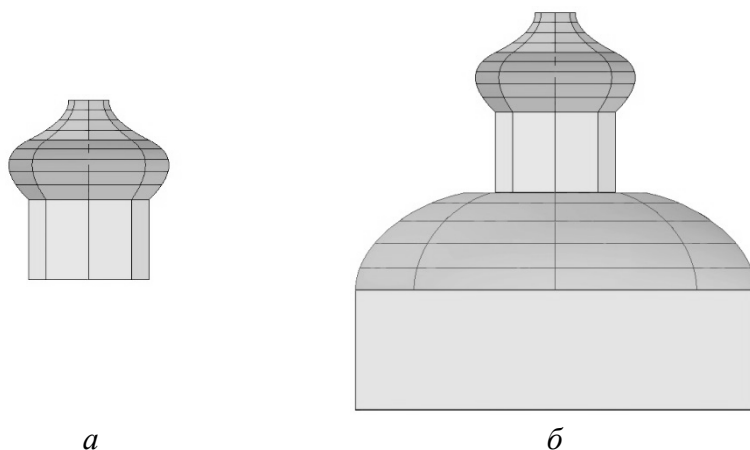


Рис 3. Поєднання барабанів і куполів:

а – гранчастих поверхонь; б – двоярусне банне завершення

На підставі залежностей (1) та (6) і методології структурно-параметричного формоутворення під час автоматизованого проєктування проробляються необхідні варіанти геометричних моделей багатоярусних куполів православних храмів, здійснюється їх оптимізація.

Об'єктами подальших комплексних досліджень є, зокрема, опрацювання всіляких прорізів у барабанах, різновидів хрестів, що вінчають церковні споруди, застосування кількох баневих завершень у храмах і т. д.

Висновки та перспективи досліджень. У даній статті запропоновано спосіб структурно-параметричного геометричного моделювання куполів православних храмів, який доцільно

використовувати в середовищі сучасних комп'ютерних інформаційних систем архітектурно-будівельного спрямування. Це сприяє підвищенню якості отримуваних результатів, зменшує витрати на виконання зазначених процесів. Окреслено деякі перспективні напрямки проведення наступних наукових розвідок.

Література

1. Гуцул І.А. Генеза храмової архітектури в контексті християнської доктрини. *Культурологічна думка*. 2018. Вип. 13. С. 50–56.
2. Гнідець Р.Б. Національна ідентичність архітектури українських церков у традиції та новаторстві їх вираження. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Архітектура*. 2015. № 836. С. 168–175.
3. Івченко А. Православні храми України. *Світогляд*. 2018. № 4 (72). С. 7–15.
4. Гнідець Р.Б. Традиція у формах баневих завершень церков українського архітектурного модерну та її вираження в сучасному храмобудуванні. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка"*. 2008. № 632. С. 7–14.
5. Слєпцов О.С. Архітектурне проектування і реконструкція православних храмів. Київ: А+С, 2014. 272 с.
6. Дорошенко Ю.О., Пустовойт Р.О. Геометрія куполів православних храмів. *Теорія та практика дизайну. Технічна естетика*. 2019. Вип. 16. С. 68–86. DOI: 10.18372/2415-8151.16.14331
7. Ботвіновська С.І., Ковальов С.М., Золотова А.В. Формування дискретних каркасів купольних споруд / *East European Scientific Journal*. Warsaw, Poland. Vol. 1. No 12 (64), 2020. Published: 2021-03-22. С. 13-17. <https://archive.eesa-journal.com/index.php/eesa/issue/view/9/38>.
8. Ванін В.В., Вірченко Г.А. Визначення та основні положення структурно-параметричного геометричного моделювання. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. 2009. Вип. 23. С. 42–48.
9. Куцевич В.В. Культурні будинки та споруди різних конфесій. Київ: КиївЗНДІЕП, 2002. 116 с.

References

1. Hutsul, I.A. Genesis of temple architecture in the context of Christian doctrine.. *Kulturolohichna dumka*. 2018. Vyp. 13. S. 50–56. {in Ukrainian}
2. Hnidets, R.B. The national identity of the architecture of Ukrainian churches in the tradition and innovation of their expression. *Visnyk Natsionalnoho universytetu "Lvivska politekhnika"*. *Arkhitektura*. 2015. № 836. S. 168–175. {in Ukrainian}
3. Ivchenko, A. Orthodox temples of Ukraine. *Svitohliad*. 2018. № 4 (72).

S. 7–15. {in Ukrainian}

4. *Hnidets, R.B.* The tradition in the forms of banyan ends of Ukrainian architectural modern churches and its expression in modern temple construction. *Visnyk Natsionalnoho universytetu "Lvivska politekhnika"*. 2008. № 632.

S. 7–14. {in Ukrainian}

5. *Sliptsov, O.S.* Architectural design and reconstruction of Orthodox temples. Kyiv: A+S, 2014. 272 s. {in Ukrainian}

6. *Doroshenko, Yu.O., Pustovoit, R.O.* Geometry of domes of Orthodox temples. *Teoriia ta praktyka dyzainu. Tekhnichna estetyka*. 2019. Vyp. 16. S. 68–86. DOI: 10.18372/2415-8151.16.14331 {in Ukrainian}

7. *Botvinovs'ka, S.I., Koval'ov S.M., Zolotova A.V.* Formuvannja dyskretnyh karkasiv kupol'nyh sporud / East European Scientific Journal. Warsaw, Poland. Vol. 1. No 12 (64), 2020. Published: 2021-03-22. S. 13-17. <https://archive.eesa-journal.com/index.php/eesa/issue/view/9/38>. {in Ukrainian}

8. *Vanin, V.V., Virchenko, G.A.* Definition and basic provisions of structural-parametric geometric modeling. *Heometrychne ta kompiuterne modeliuвання*. 2009. Vyp. 23. S. 42–48. {in Ukrainian}

9. *Kutsevych, V.V.* Cult houses and buildings of various confessions. Kyiv: KyivZNDIEP, 2002. 116 s. {in Ukrainian}

Doctor of Philosophy **Mykola Tereschuk**,
nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677
Kyiv National University of Construction and Architecture

STRUCTURAL-PARAMETRIC METHOD OF SHAPING DOMES OF ORTHODOX TEMPLES

In the current difficult time for our country, more and more people are turning to the eternal values preached by the Christian church. In this case, Orthodox temples are important material components, which are places of religious ceremonies. The issues of not only the construction of new and restoration of existing religious buildings, but also the reconstruction of destroyed as a result of hostilities, are quite urgent now.

Various domes play a leading role in Christian architecture. Therefore, most of the existing Orthodox temples are crowned with them. These architectural structures have a great symbolic meaning for people, because they represent heavenly images (God, angels, saints etc.). Existing volumetric and spatial forms are quite important for all religious buildings. They necessarily must have a bright personality. This helps to increase the symbolic essence of the Orthodox temple, its holiness. The latter prepares the parishioners for spiritual elevation.

The current period of society development is characterized by the widespread introduction of computer information technologies, in particular, computer-aided design, into various spheres of human activity. To a large

extent, this also applies to architecture, for which the improvement of the means of computer shaping of processed objects is an urgent scientific and applied problem.

The method of variant geometric modeling of the domes of Orthodox temples proposed in this publication on the basis of the structural-parametric methodology is aimed at improving their quality and reducing the labour-intensiveness of the specified processes. The considered mathematical models are suitable for direct implementation in the environment of modern systems of automated architectural and construction design.

The article also makes appropriate basic conclusions, defines the main directions for further scientific research on the presented subject.

Keywords: automated design; geometric modeling; domes; Orthodox temples; structural-parametric shaping.