

УДК 514.18 +378

DOI: 10.32347/0131-579x.2023.105.94-102

д. т. н., професор **Ванін В.В.**

vaninvladimir30@gmail.com, ORCID:0000-0001-7008-7269

к. т. н. **Залевська О.В.**

o.zalevska@kpi.ua, ORCID: 0000-0002-3163-1695

Савчук Б. І.

antipich69@gmail.com, 0000-0002-5399-3267

Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

АЛГОРИТМ ВИКОРИСТАННЯ ФРАКТАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ

У роботі розглядаються алгоритм використання детермінованих фрактальних кривих та функцій для аналізу дискретних експериментальних даних. Під час дослідження фізичних процесів та явищ виникає необхідність в подальшій обробці експериментальних даних. Їх аналіз ускладнюється необхідністю дискретизації сигналу, під час якої втрачається певна інформація про зміну об'єкту з часом. Від кроку квантування залежить як точність встановлення характеристик процесу, так і доцільність подальшого аналізу даних. Одним з варіантів забезпечення необхідної точності побудови математичної моделі є зменшення кроку дискретизації. Як наслідок, кількість даних необхідних для відтворення процесу збільшується. Виникає проблема в подальшій їх обробці, зберіганні та аналізу. З іншої сторони, при збільшенні кроку квантування ускладнюється процес відновлення сигналу та втрачається зміна його характеристик. Вплив зовнішніх факторів на вхідний сигнал значно ускладнює процес дослідження та відновлення. Застосування фрактальних функцій дозволяє зберігати сигнал на певному проміжку часу, а потім враховуючи самоподібність процесу – відновити характеристики сигналу. Для опису цифрових систем пропонується застосовувати такі фрактальні функції, як функція Вайштрасса, функція Вайштрасса-Мандельброта та їх фрактальні криві. Фрактальні криві отримувались за допомогою перетворень Фур'є, що враховує зміну частоти сигналу та фазу гармоніки. Такий підхід дозволяє встановити параметри функції, якою можливо апроксимувати цифровий сигнал не втрачаючи точності його відновлення та здійснити одночасний процес фільтрації сигналу. Для оцінки адекватності моделі, побудованої за наведеним алгоритмом, використовувалось порівняння результату роботи алгоритму з результатом дії відомих підходів до перетворення аналогового сигналу на цифровий.

Ключові слова: фрактальні функції; функція Вайштрасса; функція Вайштрасса-Мандельброт; аналіз даних; цифровий сигнал.

Постановка проблеми. Більшість наукових досліджень базуються на попередній обробці великої кількості експериментальних даних. Ці дані являють собою набір дискретних значень отриманих з певним кроком, але процес, що ними описується є неперервним. Це призводить до втрати більшості даних та похибки побудови математичної моделі експерименту. Проблема аналізу даних великого об'єму та адекватність побудови математичної моделі виникає в багатьох галузях науки. В медицині постає задача формування медичних об'єктів на основі великої кількості потокових даних та прогнозування подальшого розвитку їх поведінки. В акустиці – задача фільтрації та класифікації звукових сигналів, оскільки традиційні методи нехтують нелінійністю процесу. У телекомунікації – проблема передачі, втрати та обробки цифрових сигналів, зберігання який призводить до втрати частини даних. Побудова економічних моделей має враховувати стохастичну поведінку процесу. Виникає необхідність в розробці єдиного алгоритму, який можливо застосувати для вирішення цих проблем та дозволить зменшити об'єм даних, не втрачаючи точності апроксимації процесу. Застосування фрактальних моделей та алгоритмів розширює можливості для автоматизації процесу та отримання більш точних результатів.

Ціль роботи. Розробити та вдосконалити алгоритм для аналізу сигналів з використанням фрактальних функцій, методів штучного інтелекту та машинного навчання. Алгоритм має враховувати нелінійність процесу, дозволяти встановити параметри для подальшої класифікації сигналу та надати можливість спрогнозувати розвиток системи.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Існують різні методи та підходи до аналізу цифрових сигналів. Найрозповсюдженіший серед них є спектральний аналіз за допомогою перетворень Фур'є та Вейвлет [1]. Перетворення Фур'є не враховують часові зміни сигналу та не використовується для аналізу нелінійних сигналів [2]. Цих недоліків позбавлений аналіз на основі Вейвлет перетворень [3]. Вейвлет перетворення дозволяють виявляти частоту звукового сигналу та застосовуються для аналізу нестационарних сигналів [4]. Ці перетворення утворюються на основі базових функцій, що наближаються до початкового сигналу та мають ряд жорстких математичних обмежень [5]. Це звужує клас функцій, які можливо застосувати. До недоліків методу відносять те, що при застосуванні різних базових функцій до одного сигналу отримуємо різні значення для параметрів перетворення [6]. Це значно ускладнює можливість класифікації цифрових сигналів за допомогою знайдених значень.

Ще один підхід до аналізу цифрових сигналів базується на знаходженні лише певних характеристик сигналу для яких параметри середовища є постійними, наприклад тиску. До цих методів можна віднести метод нормальних мод та параболічний метод [7 – 8]. Вони розглядають сигнал лише в певний час, що дискретизується в момент появи

характеристики сигналу – моди [8] та вимагають існування та знаходження точного розв'язку рівняння Геймгольца для хвильового процесу. При необхідності побудови шуканого процесу, точний розв'язок можливо представити лише за допомогою апроксимації його функцією, наприклад параболою [9]. Такі методи несуть досить малу інформацію про зміну сигналу з часом, мають велику похибку та не дають уявлення про сигнал в цілому.

Наведені недоліки існуючих методів вказують на обмеженість їх використання або дають уяву лише про деякі характеристики сигналу. Ці підходи використовуються для лінійних процесів або їх апроксимації тригонометричними функціями. Розглянуті методи не враховують нелінійність процесу та не передбачають подальших його змін в часі.

Формування цілей та завдання статті. Існуючі підходи до аналізу цифрових сигналів мають свої переваги та недоліки, але не надають достатньо точного опису процесу. Виникає необхідність в розробці алгоритму для апроксимації цифрового сигналу фрактальною функцією, параметри якої відображають зміну характеристик сигналу. Для зменшення складності алгоритму та часу його реалізації використати методи інтелектуального аналізу, штучного інтелекту та машинного навчання. Алгоритм має враховувати нелінійність процесу, покращувати точність аналізу, передбачати та класифікувати сигнали різної природи.

Основна частина. Розглянемо детермінований фрактал – функцію Вайштрасса.

Для побудови функції Вайштрасса використовується гладка функція

$$\omega_1 = a \cos(b\pi x), \quad (1)$$

де a, b – параметри функції, що відповідають за амплітуду та частоту сигналу [10].

Потім до неї додається нелінійність у вигляді шуму та перешкод, меншою амплітудою та збільшеною частотою:

$$\omega_2 = a^2 \cos(b^2\pi x) \quad (2)$$

В наступних кроках продовжуємо збільшувати частоту та зменшувати амплітуду. Як показано в [11] дана функція не має похідної та є неперервною, а отже вона є фракталом. Це вказує, що наведена функція володіє властивістю самоподібності та інваріантним вздовж осі абсцис в a разів та ординат – в b разів.

Функція Вайштрасса є різновидом ряду Фур'є з частотою b^n . Отже можливо використати функцію Вайштрасса для фільтрації вхідного сигналу пов'язавши її частоту з коефіцієнтами ряду Фур'є. Фазу гармонік визначаємо рандомно накладаючи обмеження, що вона має бути додатною та не виходити за границі періодичності функції Вайштрасса.

В загальному випадку функції, що побудовані за аналогічними алгоритмами та є неперервними і не мають похідної в жодній точці, можливо представити в наступному вигляді:

$$\omega_n = \sum_n a^n f(b^n x) \quad (3)$$

Процес дослідження цифрового сигналу можливо представити за допомогою наступного алгоритму:

1. Вхідний цифровий сигнал представляємо у вигляді таблиці значень його параметрів.
2. Формуємо ряд з суми відхилень поточного значення від середнього.
3. Розбиваємо побудований ряд на підмножини, що складаються з суми яка містить однакову кількість доданків.
4. Для кожної підмножини методом квадратів будуємо лінію тренду у вигляді поліному степені s , де s - кількість доданків, що потрапила до підмножини.
5. Встановлюємо відхилення початкових значень від лінії тренду та встановлюємо фрактальну розмірність множини.
6. З фрактальної розмірності множини встановлюємо параметри a та b для функції (3).
7. Проводимо фільтрацію цифрового сигналу знайденою функцією.

Такий підхід до фільтрації цифрового сигналу враховує зміну сигналу в часі. У випадку коли функція $f(x)$ є нелінійною, то нею можливо проводити фільтрацію нестационарних цифрових сигналів.

Адекватність побудованого алгоритму перевіряємо наступним чином:

1. Проводимо аналіз вхідного сигналу для виявлення його основних характеристик. Копіюємо дані.
2. *Застосовуємо алгоритм фільтрації сигналу:*
 - Для вхідного сигналу - стандартний алгоритм фільтрації Фур'є чи перетворення Вейвлет.
 - До копії сигналу - запропонований нами алгоритм фільтрації. Встановлюємо параметри фрактальної функції.
3. *Відновлення сигналу:* За встановленими параметрами відновлюємо початковий сигнал.
4. *Оцінка результатів:* Оцінюємо результати роботи застосованих алгоритмів фільтрації за допомогою середньоквадратичної похибки.

Головними характеристиками цифрового сигналу у вигляді звукових хвиль є період, частота, швидкість та амплітуда. Також існує класифікація звуку, що залежить від його сприйняття людиною. Критерієм цієї класифікації є частота звукової хвилі.

Застосуємо вказані алгоритми фільтрації до частоти звукового сигналу отриманого експериментально. Запис звуку фіксувався протягом 2024 секунд. За крок квантування приймаємо інтервал довжиною в 1 секунду.

Результати роботи алгоритмів наведемо на рис. 1 та рис. 2.



Рис.1 Початкові вхідні значення (сині) та отримані за допомогою фільтрації, побудованій на стандартних перетвореннях Фур'є (жовті)

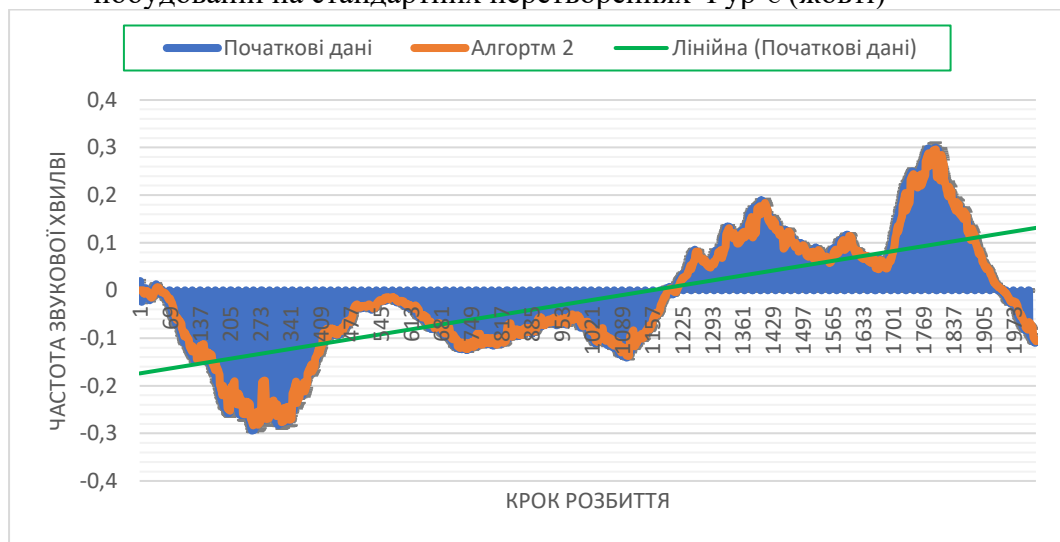


Рис.2 Початкові вхідні значення (сині) та отримані в результаті роботи алгоритму 2 (помаранчеві). Зеленим вказана лінія тренду побудована для початкових значень

Зафіксуємо статистичні показники даних вхідного сигналу, відновленого за допомогою перетворень Фур'є (алгоритм 1) та алгоритму побудованого за допомогою фрактальних функцій (алгоритм 2). Результати дослідження занесемо до табл. 1.

Оцінимо точність результатів за допомогою середньоквадратичного відхилення. Для Алгоритму 1 цей показник рівний $7,8 \cdot 10^9$, а для Алгоритму 2 - $2,5 \cdot 10$.

Досліджуючи графіки та провівши аналіз значень статистичних показників для частоти звукового сигналу встановлено переваги використання запропонованого методу.

Таблиця 1

Статистичні показники частоти звукового сигналу до та після застосування алгоритмів фільтрації

	Початкові дані	Алгоритм 1	Алгоритм 2
Середнє значення	-0,02138727	474950,6986	-0,008905516
Похибка	0,002809919	8786,468813	0,001953531
Медіана	-0,0297283	429485,5	-0,005477905
Мода	0	101410	-0,006073
Стандартне відхилення	0,126415139	280892,2907	0,087887192
Дисперсія	0,015980787	78900478953	0,007724158
Екссес	-0,120918687	-1,086216916	0,795006577
Асиметричність	0,167263208	0,200632549	-0,249231165
Інтервал	0,594181	998558	0,488465
Мінімум	-0,294038	412	-0,244446
Максимум	0,300143	998970	0,244019
Сума	-43,28783423	485399614	-18,0247634
Об'єм вибірки	2024	1022	2024
айбільше значення	0,300143	998970	0,244019
Найменше значення	-0,294038	412	-0,244446
Рівень надійності (95,0%)	0,005510637	17241,6014	0,003831143

Відхилення статистичних показників отриманих за допомогою фільтрації побудованої з використанням фрактальних функцій є значно меншим від значення подібного відхилення для даних отриманих після фільтру побудованого на перетвореннях Фур'є.

Висновки та перспективи. Велика частина досліджень в галузі інтелектуальних моделей аналізу даних цифрових сигналів спрямована на розробку нових методів та алгоритмів. Застосування фрактальних функцій для фільтрації сигналів дозволяє ефективно вирішувати завдання аналізу поточкових даних великих об'ємів. Запропонований алгоритм фільтрації цифрових сигналів може застосовуватись для розв'язання задач аналізу характеристик сигналів, підвищити кількісні та якісні показники після фільтрації сигналу та надає можливість спрогнозувати подальший розвиток системи.

Література

1. K. P. Obulesu P.U. Kumar. Implementation of time frequency block thresholding algorithm in audio noise reduction / *International journal science, engineering and technology research*. July 2013. pp.1513 – 1520.

2. *J. Jebastine, B. S. Rani.* Design and implementation of noise free Audio speech signal using fast block least Mean square algorithm / *Signal & Image Processing: An International Journal (SIPIJ)*, june 2012. Vol. No.3, pp. 39 – 53.
3. *S. Chakrabarty, S. Maitra.* Design of IIR Digital High pass Butterworth Filter using Analog to Digital Mapping Technique / *International Journal of Computer Applications* ISSN: 0975 –8887, Volume 52 –No. 7, pp.19-26, November 2012
4. *Zhao Q, Dai W.* A wavelet denoising method of new adjustable threshold. (2015). *IEEE 16th International Conference on Communication Technology (ICCT)*. pp. 684– 688.
5. *F. Yang, W. Liao.* (1997). Modeling and Decomposition of HRV Signals with Wavelet Transforms / *IEEE Engineering in Medicine and Biology*. Vol. 16, No. 4. P. 17-22.
6. *Конахович Г. Ф., Давлет'яни О. І., Лавриненко О. Ю., Бахтіяров Д. І.* Порівняльний аналіз перетворення фур'є, косинусного перетворення та вейвлет-перетворення як спектрального аналізу цифрових мовних сигналів / *Наукоємні технології*. 2015. № 3. С. 210 – 220. Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nt_2015_3_4.
7. Лобода, О. (2023). Аналіз та переваги застосування цифрових технологій в агровиробництві. *Таврійський науковий вісник. Серія: Економіка*, (16), 76 – 84. <https://doi.org/10.32782/2708-0366/2023.16.10>
8. DeCouto C. Understanding Structured and Unstructured Data/ April 27, 2020 URL: <https://www.sisense.com/blog/understanding-structured-and-unstructured-data> (дата звернення 11.01.2021)
9. *Marr B.* What's The Difference Between Structured, Semi-Structured And Unstructured Data? *Forbes*. Oct. 18. 2019. URL: <https://www.forbes.com/sites/bernardmarr/2019/10/18/whats-the-difference-between-structured-semi-structured-and-unstructured-data/?sh=3e791fd62b4d> (дата звернення 11.01.2021)
10. *Ying L.* 10 artificial intelligence statistics you need to know in 2021 URL: <https://www.oberlo.com/blog/artificial-intelligence-statistics> (дата звернення 11.01.2021)
11. *Райчев І.Е., Федченко С.В., Харченко О.Г., Савченко А.С.* Оцінювання якості програмного забезпечення фільтрації цифрового сигналу в реальному часі для систем критичного призначення / *Наукоємні технології*. 2021. №1(49). С. 23–32.

References

1. *K. P. Obulesu, P.U. Kumar.* Implementation of time frequency block thresholding algorithm in audio noise reduction / *International journal science, engineering and technology research*, july 2013. pp.1513 – 1520.

2. *J. Jebastine, B. S. Rani.* Design and implementation of noise free Audio speech signal using fast block least Mean square algorithm / *Signal & Image Processing: An International Journal (SIPIJ)*, June 2012. Vol. No.3, pp. 39 – 53.
3. *S. Chakrabarty, S. Maitra.* Design of IIR Digital High pass Butterworth Filter using Analog to Digital Mapping Technique / *International Journal of Computer Applications ISSN: 0975 –8887*, November 2012. Volume 52. No. 7, pp.19 – 26.
4. *Zhao Q, Dai W.* (2015). A wavelet denoising method of new adjustable threshold / *IEEE 16th International Conference on Communication Technology (ICCT)*. pp. 684 – 688.
5. *F. Yang, W. Liao.* (1997). Modeling and Decomposition of HRV Signals with Wavelet Transforms / *IEEE Engineering in Medicine and Biology*. Vol. 16, No. 4. P. 17 – 22.
6. *Konakhovych H. F., Davletiants O. I., Lavrynenko O. Yu., Bakhtiarov D. I.* (2015). Porivnialnyi analiz peretvorennia furie, kosynusnoho peretvorennia ta veivlet-peretvorennia yak spektralnoho analizu tsyfrovyykh movnykh syhnaliv / *Naukoiemni tekhnolohii*. № 3. S. 210 – 220. Rezhym dostupu: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nt_2015_3_4. {in Ukrainian}
7. *Loboda, O.* (2023). Analiz ta perevahy zastosuvannia tsyfrovyykh tekhnolohii v ahrovyrobnytstvi. *Tavriiskyi naukovi visnyk. Serii: Ekonomika*, (16), 76 – 84. <https://doi.org/10.32782/2708-0366/2023.16.10>{in Ukrainian}
8. *DeCouto C.* Understanding Structured and Unstructured Data/ April 27, 2020 URL: <https://www.sisense.com/blog/understanding-structured-and-unstructured-data>
9. *Marr B.* Whats The Difference Between Structured, Semi-Structured And Unstructured Data? *Forbes*. Oct. 18. 2019. URL: <https://www.forbes.com/sites/bernardmarr/2019/10/18/whats-the-difference-between-structured-semi-structured-and-unstructured-data/?sh=3e791fd62b4d>
10. *Ying L.* 10 artificial intelligence statistics you need to know in 2021 URL: <https://www.oberlo.com/blog/artificial-intelligence-statistics> (data zvernennia 11.01.2021)
11. *Raichev I.E., Fedchenko S.V., Kharchenko O.H., Savchenko A.S.* (2021). Otsiniuvannia yakosti prohramnoho zabezpechennia filtratsii tsyfrovoho syhnalu v realnomu chasi dlia system krytychnoho pryznachennia / *Naukoiemni tekhnolohii*. №1(49). S. 23 – 32. {in Ukrainian}

Ph.D., prof **Vanin V.**

vaninvladimir30@gmail.com, ORCID:0000-0001-7008-7269

Ph.D. **O.Zalevska**

o.zalevska@kpi.ua, ORCID: 0000-0002-3163-1695

B. Savchuk

antipich69@gmail.com, 0000-0002-5399-3267

National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”

ALGORITHM OF USING FRACTAL FUNCTIONS FOR THE STUDY OF DIGITAL SIGNALS

The paper considers an algorithm for using deterministic fractal curves and functions to analyse discrete experimental data. When studying physical processes and phenomena, it becomes necessary to further process experimental data. Their analysis is complicated by the need for signal sampling, which loses some information about the object's change over time. The quantisation step determines both the accuracy of determining the process characteristics and the feasibility of further data analysis. One way to ensure the required accuracy of the mathematical model is to reduce the sampling step. As a result, the amount of data required to reproduce the process increases.

This raises the problem of further processing, storage and analysis. On the other hand, increasing the quantisation step complicates the signal recovery process and loses the change in its characteristics. The influence of external factors on the input signal significantly complicates the process of research and recovery.

The use of fractal functions allows you to store the signal for a certain period of time, and then, taking into account the self-similarity of the process, to restore the signal characteristics. To describe digital systems, it is proposed to use such fractal functions as the Weishstrass function, the Weishstrass-Mandelbrot function and their fractal curves.

Fractal curves were obtained using the Fourier transform, which takes into account the change in signal frequency and harmonic phase. This approach makes it possible to set the parameters of a function that can approximate a digital signal without losing the accuracy of its recovery and to perform a simultaneous signal filtering process. To evaluate the adequacy of the model built by the above algorithm, we compared the result of the algorithm with the result of the known approaches to converting an analogue signal to a digital one.

Keywords: fractal functions; Weishstrass function; Weishstrass-Mandelbrot function; data analysis; digital signal.