

асистент, **Кулінко Є. О.**

yevhen_kulinko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-8834-3600

д. т. н., професор **Скочко В. І.**

vladimir.and.friends@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1709-2621

к. т. н., **Погосов О. Г.**

pohosov.oh@knuba.edu.ua, ORCID: 0000-0003-2158-8897

к. т. н., **Тисленко П. П.**

obukrin@ukr.net, ORCID: 0009-0007-6926-5639

Шебанова М.О.

shebanovamo@gmail.com, ORCID: 0009-0002-7304-7195

Київський національний університет будівництва і архітектури

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МЕРЕЖ СИСТЕМИ ТЕПЛОПОСТАЧАННЯ НА ОСНОВІ МІНІМІЗАЦІЇ ТЕПЛОВТРАТ

У роботі розглядаються математичні основи оптимізації геометричних параметрів мереж систем централізованого теплопостачання. В якості цільової функції процесу оптимізації пропонується приймати сумарні тепловтрати, що відбуваються на усій протяжності досліджуваної ділянки теплотраси від джерела теплопостачання і до кожного зі споживачів. На основі цього моделюються геометричні параметри тепломереж із застосуванням інструментальних засобів визначення найбільш раціональних положень вузлів їх розгалуження з метою ідентифікації доцільних з економічної точки зору напрямків прокладання кожного з фрагментів відповідних мереж. Для того, щоб запропонований підхід до оптимізації тепломереж було зручно застосовувати на практиці, слід вводити додаткові математичні інструменти, які уможливають урахування специфічних містобудівних умов та обмежень, що накладаються на системи теплопостачання та мають бути обов'язково враховані в процесі проектування. З метою ілюстрації простоти запропонованого підходу, наводиться послідовність дій, яку необхідно виконати для оптимізації геометричних параметрів тепломережі. Відповідну послідовність дій розглянуто при моделюванні елементарної мережі теплопостачання.

Застосування розробленого алгоритму дозволяє не лише зменшити обсяг тепловтрат при транспортуванні теплоносія від джерел теплоти до споживачів, але й, як наслідок, підвищити рівень енергоефективності усієї системи теплопостачання, отримати вищі показники економії, а також опосередковано досягти відсутніх екологічного та соціального ефектів за рахунок скорочення викидів парникових газів (що могли б утворюватися при спалюванні палива для вироблення додаткової теплової енергії) у атмосферне повітря й потенційного зменшення витрат на

потреби опалення будівель з боку абонентів (споживачів). Очевидно, використання та подальше удосконалення запропонованого алгоритму сприятиме поступовому досягненню цілей сталого розвитку.

Ключові слова: оптимізації геометричних моделей; мережі теплопостачання; мінімізація тепловтрат; економічний, екологічний та соціальний ефекти; сталий розвиток.

Постановка проблеми. Станом на сьогоднішній день у більшості міст нашої держави, як і у інших розвинених країнах по всьому світу, функціонують та активно обслуговуються системи централізованого теплопостачання.

На жаль, обладнання й мережі інженерних систем здебільшого є застарілими, а деякі фрагменти потребують поточного, капітального ремонту, переоснащення або навіть повної заміни, в залежності від того, який із цих заходів є економічно більш виправданими. Як правило, відновлення початкових (або достатніх для ефективного функціонування) показників інженерних систем потребує вкладень чималих ресурсів та трудовитрат співробітників обслуговуючих їх житлово-комунальних підприємств та будівельно-монтажних організацій. Відтак, чим більш продуманими, компактними, ефективними та відмовостійкими є мережі теплопостачання, тим меншою стає ймовірність їх передчасного виходу з ладу й тим меншими є затрати на їх обслуговування, пов'язане з фізичним зносом окремих ділянок, обладнання та системи у цілому. Усе це свідчить про необхідність детальної оцінки вартості та ефективності кожного із етапів життєвого циклу систем теплопостачання: проектування; будівництва, експлуатації, демонтажу, переоснащення або модернізації/дооснащення, утилізації або ж повторного використання будівельних матеріалів, виробів та обладнання.

Комплексна оцінка кожної зі стадій життєвого циклу систем теплопостачання веде до покращення їхніх економічного, екологічного та соціального показників, що в свою чергу повністю відповідає принципам сталого розвитку й дозволяє досягати його основних цілей. При цьому, на практиці, слід завжди пріоритезувати оптимізацію усіх технічних рішень за відсотковим розподілом вартості їх реалізації на кожній зі стадій. Справа в тому, що деякі рішення, які є технічно більш раціональними для однієї стадії, наприклад для стадії будівництва, можуть виявитися у перспективі абсолютно недоречними і навіть деструктивними для стадії експлуатації. І навпаки. Відтак, слід найвищого пріоритету надавати оптимізації тих рішень і на тих стадіях, які є найбільш витратними по відношенню до відсоткового розподілу на протязі усього життєвого циклу.

Очевидним є те, що оптимізація усіх рішень має здійснюватися ще на етапі проектування, оскільки саме на цій стадії будь-яка зміна проектних рішень є найменш витратною. Враховуючи цей факт, та аналізуючи обсяги витрат на різних етапах життєвого циклу систем

теплопостачання, очевидним стає те, що найбільшій увазі слід приділяти оптимізації тих технічних рішень, які можуть проявити свої недоліки та матимуть значний вплив у період експлуатації відповідних систем.

Загалом, оптимізація системи трубопроводів дає можливість знизити вартість будівельних матеріалів і будівельно-монтажних робіт. Це, у свою чергу, веде до зниження вартості проектування. Однак, не менш вагоме значення мають і показники втрат теплової енергії у трубопроводах системи теплопостачання в процесі експлуатування. Величина цих втрат значною мірою залежить від температури теплоносія, способу прокладання трубопроводів та їх діаметрів (або інших параметрів форми перерізів), але найбільше від конфігурації відповідних ділянок системи.

Вочевидь, геометричні параметри просторової конфігурації теплових мереж є одним із ключових факторів, що визначають загальну економічну виправданість та стійкість системи теплопостачання, проте рівень її енергоефективності має формуватися також із урахуванням показників питомих тепловтрат. Значною мірою, питомі тепловтрати залежать від способу прокладання, а спосіб прокладання, у свою чергу, від містобудівних умов та обмежень, які накладаються на теплові мережі.

Відтак, актуальним є виконання дослідження чинників, що мають формувати загальні принципи оптимізації та накладати обмеження на проектні рішення систем теплопостачання, а також визначення математичних основ моделювання геометричних параметрів цієї системи з урахуванням зазначених чинників.

Ціль статті. Проаналізувати існуючі та найбільш ефективні підходи до оптимізації теплових мереж на основі мінімізації тепловтрат, а також запропонувати принципи та відповідні математичні інструменти урахування об'єктивних технічних обмежень, що накладаються на ці мережі нормативними вимогами, як на технологічному, так і на містобудівному рівнях.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Як було зазначено у [1], процес проектування енергоефективних систем теплопостачання (я і процес проектування будь-яких будівель та споруд) має передбачати значне скорочення або мінімізацію витрат будівельних матеріалів, необхідних для їх зведення, затрат на подальшу експлуатацію, а також тепловтрат усіх ділянок трубопроводів із урахуванням способу їх прокладання та фізичних властивостей основних й ізоляційних будівельних матеріалів. Вирішення цієї задачі вимагає застосування інструментальної бази класичних методів оптимізації, що дозволяють обрати найкращий з усіх можливих варіантів конструкцій [2 – 14]. Загалом, мінімізації тепловтрат у системах теплопостачання можна досягти двома шляхами (або їх комбінацією):

1) шляхом використання найбільш сучасного теплогенеруючого устаткування й інженерного обладнання (в тому числі котлів, альтернативних джерел енергії, автоматики й систем контролю) та

впровадження заходів, спрямованих на підвищення ефективності роботи цього обладнання (в тому числі за рахунок використання спеціалізованого програмного забезпечення та оптимізації складу палива);

2) шляхом оптимізації конфігурації прокладання трубопроводів (подавальних та зворотних) та підвищення їх теплоізоляційних властивостей.

Перший із наведених шляхів потребує впровадження інноваційних технологій енергогенерації та глибокої утилізації теплової енергії на усіх етапах її виробництва.

Другий шлях може бути реалізовано на основі застосування математичних засобів оптимізації геометричної моделі системи сполучених трубопроводів, як дискретного образу, параметри якого залежать від лінійних тепловтрат, як це було продемонстровано у [1].

Наголосимо, що застосування інструментів оптимізації найбільш доцільне саме на етапі створення проектної документації, оскільки, окрім іншого, цей етап є найменш витратним і може дозволити упередити цілий ряд подальших проблем, пов'язаних із експлуатаційними затратами та фізичними втратами енергії на всіх подальших етапах життєвого циклу системи теплопостачання.

Будь-який процес оптимізації передбачає існування деякої цільової функції, екстремальні значення якої будуть віднайдені в процесі геометричного чи чисельного моделювання, в тому числі із урахуванням накладених умов та обмежень, які також представляють собою деякі математично сформульовані функції. У випадку оптимізації геометричної конфігурації теплових мереж, у якості цільової функції доцільно приймати сумарне значення усіх тепловтрат, що виникають на усій протяжності теплотрас [1].

Також, при визначенні теплового потоку крізь ізольовані трубопроводи необхідно враховувати додаткові тепловтрати через фланцеві з'єднання шляхом збільшення номінальної довжини цих трубопроводів [15]. Також слід приймати до уваги зростання тепловтрат у формі збільшення теплового потоку через підвіски і опори трубопроводів. Такий тепловий потік також враховується за рахунок збільшення номінальної довжини тепломереж.

Загальний тепловий потік Q_{Σ} , Вт, крізь ізольовані трубопроводи системи теплопостачання можна визначити за формулою:

$$Q_{\Sigma} = q_l \cdot L_{NOM} = q_l \cdot (K_{SUP} \cdot L + \sum L_{ADD}), \quad (1)$$

де: q_l – лінійна щільність теплового потоку Вт/м, L та L_{NOM} – номінальна та розрахункова довжина трубопроводу, м; L_{ADD} (від англ.: «*additional*» – додаткова) – додаткова довжина ізольованого трубопроводу, що еквівалентна по тепловому потоку встановленій на трубопроводі арматурі й фланцевим з'єднанням, м; K_{SUP} (від англ.: «*support*» – опора) – коефіцієнт, який враховує збільшення тепловтрат через опори і підвіски.

Процес мінімізації тепловтрат має передбачати мінімізацію сумарного теплового потоку по всіх r ділянках системи тепlopостачання:

$$Q_{\Sigma} = \sum_{g=1}^r Q_g \Rightarrow \min . \quad (2)$$

Якщо записати вираз для пошуку теплового потоку елементарної прямолінійної ділянки трубопроводу, що лежить між i -м та j -м вузлами відповідно до формули (1):

$$Q_{i,j} = q_{l_{i,j}} \cdot \delta_{NOM_{i,j}} = q_{l_{i,j}} \cdot (K_{SUP_{i,j}} \cdot \delta_{i,j} + \sum L_{ADD_{i,j}}), \quad (3)$$

де $\delta_{i,j}$ та $\delta_{NOM_{i,j}}$ – розрахункова та номінальна довжини прямолінійної ділянки трубопроводу між i -м та j -м вузлами.

При цьому має виконуватися умова:

$$L = \sum_r \delta . \quad (4)$$

Використовуючи рівність (3), можна записати величину теплового потоку по всіх r ділянках системи тепlopостачання, як шукану цільову функцію $\zeta(x, y)$, тотожну сумарному тепловому потоку (2):

$$\zeta(x, y) = \sum_{g=1}^r Q_g = \sum_{g=1}^r q_{l_g} \cdot \delta_{NOM_g} = \sum_{g=1}^r q_{l_g} \cdot (K_{SUP_g} \cdot \delta_g + \sum L_{ADD_g}). \quad (5)$$

Для того, щоб виконувалася необхідна умова існування екстремуму локальної функції $\zeta(x, y)$ для кожного i -го вузла необхідно, щоб перші похідні по параметрам варіювання (тобто координатам x_i та y_i) дорівнювали нулю, а саме:

$$\begin{cases} \partial \zeta(x, y) / \partial x_i = 0, \\ \partial \zeta(x, y) / \partial y_i = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Підставляючи до системи (6) функцію (5), а також виконуючи ряд спрощень, одержимо наступні рівняння:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot K_{SUP_{i,j}} \cdot (x_i - x_j) / \delta_{i,j} = 0, \\ \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot K_{SUP_{i,j}} \cdot (y_i - y_j) / \delta_{i,j} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Для того, щоб спростити процес розв'язання системи рівнянь типу (7) шляхом циклічного ітераційного числення, рекомендовано вводити на кожному циклі наступне тимчасове співвідношення, значення якого слід оновлювати на кожному наступному ітераційному циклі:

$$\aleph_{i,j} = q_{l_{i,j}} \cdot K_{SUP_{i,j}} / \delta_{i,j} . \quad (8)$$

Тоді система (7) набуватиме на кожному етапі ітерації наступної спрощеної форми:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n (x_i - x_j) \cdot \aleph_{i,j} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (y_i - y_j) \cdot \aleph_{i,j} = 0, \end{cases} \quad (9)$$

Складаючи систему рівнянь типу (9) для кожного i -го вільного вузла (точки розгалуження) моделі, та розв'язуючи одержану систему з k рівнянь відносно координат цих вільних вузлів, одержимо таку конфігурацію системи, яка передбачатиме, що усі локальні тепловтрати приймають екстремальні, тобто найменші, значення.

Ще один споріднений метод визначення оптимальної з фінансово-економічної точки зору конфігурації мережі трубопроводів системи теплопостачання було продемонстровано у роботах [16 – 18]. Було запропоновано визначати оптимальні геометричні параметри досліджуваної інженерної системи на основі використання наперед заданої функції розподілу усереднених показників вартості спорудження й експлуатації відповідних систем на потенційній території забудови. При цьому, рівняння, що визначають координати усіх вузлів розгалуження або зміни напрямку (повороту) ланок інженерних систем мали наступну форму:

$$\begin{cases} x_i \cdot \sum_{j=1}^n k_{i,j} - \sum_{j=1}^n (k_{i,j} \cdot x_j) = 0, \\ y_i \cdot \sum_{j=1}^n k_{i,j} - \sum_{j=1}^n (k_{i,j} \cdot y_j) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Тут: x_i та y_i ($i = 2, 3, \dots, N$) – координати вільних вузлів мережі; $k_{i,j}$ – коефіцієнти, що відображають питомі показники вартості будівництва й експлуатації окремих ланок на відповідних ділянках їх прокладання, й визначаються за формулою [16]:

$$k_{i,j} = F(x_i, x_j, y_i, y_j) = f(x_i, y_i) + f(x_j, y_j). \quad (11)$$

Згідно з [17] функція $f(x,y)$ може бути побудованою як на основі інтерполяції (шляхом розв'язання системи інтерполяційних рівнянь, з подальшим визначенням точних коефіцієнтів, що забезпечують проходження графіку остаточної функції через задані опорні точки простору досліджуваних параметрів), так і апроксимації (шляхом прямої побудови апроксимаційної, але наближеної з деякою похибкою, функції) із застосуванням радіально-базисних функцій [19 – 21]. Другий варіант є набагато простішим з точки зору трудовитрат на моделювання та дозволяє отримувати досить передбачувані результати. Зокрема, відповідна апроксимаційна функція мала наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
z_0(x, y) &= \frac{\sum_{k=1}^P z_{0,k} \cdot f(x_{0,k}, y_{0,k})}{\sum_{k=1}^P f(x_{0,k}, y_{0,k})} = \\
&= \frac{\sum_{k=1}^P z_{0,i} \cdot 1 / \left(\left[\sqrt{(x_{0,k} - x)^2 + (y_{0,k} - y)^2} \right]^h + \varepsilon \right)}{\sum_{k=1}^P 1 / \left(\left[\sqrt{(x_{0,k} - x)^2 + (y_{0,k} - y)^2} \right]^h + \varepsilon \right)}, \tag{12}
\end{aligned}$$

де $z_0(x,y)$ – функція, що задає вихідну поверхню розподілу питомих вартостей зведення і експлуатації на досліджуваній земельній ділянці; $x_{0,k}$, $y_{0,k}$, $z_{0,k}$ – координати центрів ваг k -ї визначеної ділянки; $k=1, \dots, P$, де P – кількість визначених ділянок з різною цінністю; x , y – координати довільної точки в межах заданої області значень; ε – коефіцієнт гладкості апроксимації між опорними точками функції $f(x,y)$; h – ступінь мультикватратичної базисної функції, рекомендоване значення якої, застосовуване у роботах [19 – 21], складало $k=20$.

Слід зауважити, що а ні розв’язання системи рівнянь типу (9), а ні системи рівнянь типу (10), не дозволяє а ні безпосередньо, а ні опосередковано, враховувати наявні містобудівні умови та обмеження, що робить їх недосконалими й потребує виконання подальших досліджень.

Однак, зважаючи на те, що результати, які можна отримати на основі розв’язання системи рівнянь типу (9), є більш обґрунтованими з фізичної точки зору, тоді як моделювання на основі системи (10) має більш абстрактну фінансово-економічну природу, у даному дослідженні ми ґрунтуватимемось саме на принципах оптимізації геометричної моделі мережі трубопроводів системи теплопостачання шляхом мінімізації тепловтрат відповідно до [1].

Основна частина. Очевидно, що підхід, запропонований у [1] та оптимізація системи теплопостачання на основі системи рівнянь (9) є досить ідеалістичними та не враховують цілий ряд містобудівних умов та обмежень, з якими на практиці стикаються інженери-проектувальники. До таких обмежень можна віднести границі розмежування земельних ділянок, присутність водойм, урвищ, гір і подібних топографічних особливостей рельєфу місцевості, наявність доріг і інших транспортних комунікацій, підземних і надземних інженерних мереж, тимчасових та захисних споруд різноманітного призначення тощо. Це може призводити до необхідності розміщення окремих вільних вузлів моделі системи теплопостачання лише у строго визначених місцях та зонах, або навпаки – до неможливості їх розміщення у відповідних локаціях. Такі обмеження впливають і на топологічні особливості моделі, зокрема на порядок сполучення, кількість вільних вузлів і, як наслідок, на неможливість їх вилучення з топологічної схеми після оптимізації системи в цілому.

Вирішенням даної проблеми може стати застосування більш широкого підходу, що передбачає пошук умовних екстремумів [22] цільових функцій з накладанням функціональних обмежень на окремі вузли моделі. Але й це може не дати повноцінного вирішення зазначеного питання у зв'язку з об'єктивними й суб'єктивними поглядами дозвільних інстанцій, співробітників організацій, що обслуговують житлово-комунальні господарства, працівників будівельно-монтажних організацій (які можуть ставити під сумнів надійність нетривіальних інженерних рішень), фахівців компаній-виробників інженерного обладнання, а також архітекторів та конструкторів, які мають дбати про благоустрій земельних ділянок та конструктивну надійність майбутньої забудови, максимально виключаючи ймовірність аварійних ситуацій на теплотрасах, що в свою чергу можуть спричинити замочування ґрунтових основ найближчих будівель та споруд й призвести до їх пошкодження.

Саме тому доцільно вести пошук можливості ще більшої варіативності інструментарію для оптимізації моделі системи теплопостачання, передбачаючи засоби внесення додаткових коректив до вже сформованої моделі [23, 24, 25, 26], що дасть змогу, зберігаючи мінімальні показники тепловтрат, локально змінювати положення окремих вільних вузлів (або ряду вільних вузлів) за рахунок перерозподілу величин питомих тепловтрат та інших параметрів прямолінійних ділянок тепломереж.

Найпростішим прикладом урахування містобудівних умов та обмежень при прокладанні мереж теплопостачання може бути необхідність розміщення вузлів розгалуження відповідних мереж під транспортними шляхопроводами, зокрема автомобільними дорогами, або уздовж них. З математичної точки зору це призведе до необхідності введення додаткових функцій, які описуватимуть траєкторію прокладання транспортних сполучень, таким чином, щоб наперед визначені вузли моделі мережі теплопостачання були інцидентними графікам відповідних функцій.

Розглянемо приклад геометричного моделювання фрагмента мережі централізованого теплопостачання з накладеними функціональними умовами розміщення вільних вузлів. Вважатимемо, що від однієї теплорозподільчої станції теплоносій подається до десяти будівель, що є споживачами теплової енергії (див. початково прийняте проектне рішення схеми розгалуження мережі на рис. 1). Топологічна схема прийнятої моделі теплопостачання включатиме в себе 11 базових вузлів та 7 вільних вузлів. У даному прикладі, для подальшого порівняння із результатами урахування містобудівних умов, обмежмося лише ілюструванням початкової та результуючої форм моделей до і після формоутворення (оптимізації) без накладання функціональних умов, а також показниками економічного ефекту від застосування даного підходу. Отже, складаючи

систему оптимізаційних рівнянь типу (7) для визначення положення вузлів розгалуження мережі трубопроводів системи теплопостачання, одержимо:

$$(\mathfrak{N}_{12,1} + \mathfrak{N}_{12,2} + \mathfrak{N}_{12,13}) \cdot x_{12} - \mathfrak{N}_{12,1} \cdot x_1 - \mathfrak{N}_{12,2} \cdot x_2 - \mathfrak{N}_{12,13} \cdot x_{13} = 0, \quad (11)$$

$$(\mathfrak{N}_{13,12} + \mathfrak{N}_{13,3} + \mathfrak{N}_{13,14}) \cdot x_{13} - \mathfrak{N}_{13,12} \cdot x_{12} - \mathfrak{N}_{13,3} \cdot x_3 - \mathfrak{N}_{13,14} \cdot x_{14} = 0, \quad (12)$$

$$(\mathfrak{N}_{14,13} + \mathfrak{N}_{14,4} + \mathfrak{N}_{14,15}) \cdot x_{14} - \mathfrak{N}_{14,13} \cdot x_{13} - \mathfrak{N}_{14,4} \cdot x_4 - \mathfrak{N}_{14,15} \cdot x_{15} = 0, \quad (13)$$

$$(\mathfrak{N}_{15,14} + \mathfrak{N}_{15,5} + \mathfrak{N}_{15,16}) \cdot x_{15} - \mathfrak{N}_{15,14} \cdot x_{14} - \mathfrak{N}_{15,5} \cdot x_5 - \mathfrak{N}_{15,16} \cdot x_{16} = 0, \quad (14)$$

$$(\mathfrak{N}_{16,15} + \mathfrak{N}_{16,6} + \mathfrak{N}_{16,7} + \mathfrak{N}_{16,17}) \cdot x_{16} - \mathfrak{N}_{16,15} \cdot x_{15} - \mathfrak{N}_{16,6} \cdot x_6 - \mathfrak{N}_{16,7} \cdot x_7 - \mathfrak{N}_{16,17} \cdot x_{17} = 0, \quad (15)$$

$$(\mathfrak{N}_{17,16} + \mathfrak{N}_{17,8} + \mathfrak{N}_{17,18}) \cdot x_{17} - \mathfrak{N}_{17,16} \cdot x_{16} - \mathfrak{N}_{17,8} \cdot x_8 - \mathfrak{N}_{17,18} \cdot x_{18} = 0, \quad (16)$$

$$(\mathfrak{N}_{18,17} + \mathfrak{N}_{18,9} + \mathfrak{N}_{18,10} + \mathfrak{N}_{18,11}) \cdot x_{18} - \mathfrak{N}_{18,17} \cdot x_{17} - \mathfrak{N}_{18,9} \cdot x_9 - \mathfrak{N}_{18,10} \cdot x_{10} - \mathfrak{N}_{18,11} \cdot x_{11} = 0, \quad (17)$$

$$(\mathfrak{N}_{12,1} + \mathfrak{N}_{12,2} + \mathfrak{N}_{12,13}) \cdot y_{12} - \mathfrak{N}_{12,1} \cdot y_1 - \mathfrak{N}_{12,2} \cdot y_2 - \mathfrak{N}_{12,13} \cdot y_{13} = 0, \quad (18)$$

$$(\mathfrak{N}_{13,12} + \mathfrak{N}_{13,3} + \mathfrak{N}_{13,14}) \cdot y_{13} - \mathfrak{N}_{13,12} \cdot y_{12} - \mathfrak{N}_{13,3} \cdot y_3 - \mathfrak{N}_{13,14} \cdot y_{14} = 0, \quad (19)$$

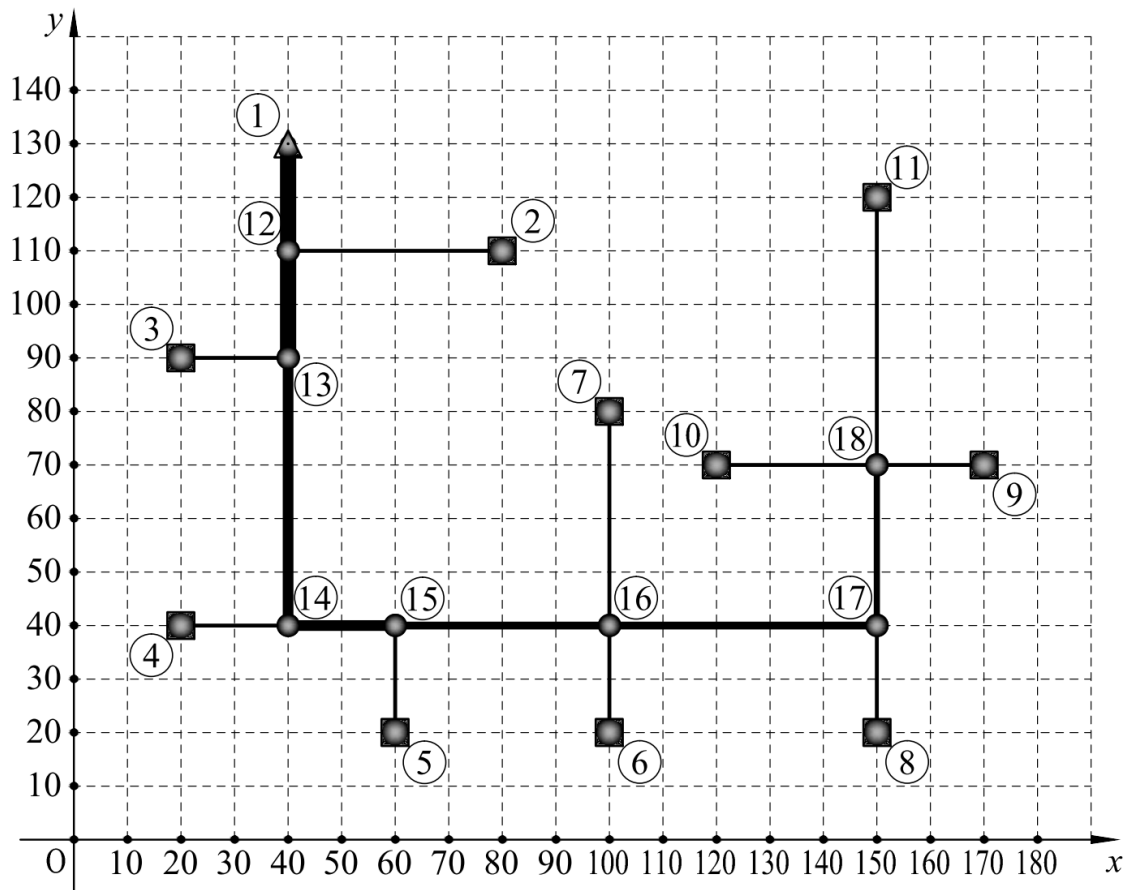
$$(\mathfrak{N}_{14,13} + \mathfrak{N}_{14,4} + \mathfrak{N}_{14,15}) \cdot y_{14} - \mathfrak{N}_{14,13} \cdot y_{13} - \mathfrak{N}_{14,4} \cdot y_4 - \mathfrak{N}_{14,15} \cdot y_{15} = 0, \quad (20)$$

$$(\mathfrak{N}_{15,14} + \mathfrak{N}_{15,5} + \mathfrak{N}_{15,16}) \cdot y_{15} - \mathfrak{N}_{15,14} \cdot y_{14} - \mathfrak{N}_{15,5} \cdot y_5 - \mathfrak{N}_{15,16} \cdot y_{16} = 0, \quad (21)$$

$$(\mathfrak{N}_{16,15} + \mathfrak{N}_{16,6} + \mathfrak{N}_{16,7} + \mathfrak{N}_{16,17}) \cdot y_{16} - \mathfrak{N}_{16,15} \cdot y_{15} - \mathfrak{N}_{16,6} \cdot y_6 - \mathfrak{N}_{16,7} \cdot y_7 - \mathfrak{N}_{16,17} \cdot y_{17} = 0, \quad (22)$$

$$(\mathfrak{N}_{17,16} + \mathfrak{N}_{17,8} + \mathfrak{N}_{17,18}) \cdot y_{17} - \mathfrak{N}_{17,16} \cdot y_{16} - \mathfrak{N}_{17,8} \cdot y_8 - \mathfrak{N}_{17,18} \cdot y_{18} = 0, \quad (23)$$

$$(\mathfrak{N}_{18,17} + \mathfrak{N}_{18,9} + \mathfrak{N}_{18,10} + \mathfrak{N}_{18,11}) \cdot y_{18} - \mathfrak{N}_{18,17} \cdot y_{17} - \mathfrak{N}_{18,9} \cdot y_9 - \mathfrak{N}_{18,10} \cdot y_{10} - \mathfrak{N}_{18,11} \cdot y_{11} = 0. \quad (24)$$



Умовні позначення:

— — прямолінійні ділянки теплотрас; ● та ■ / ▲ — вільні вузли дискретної моделі в початковому положенні та базові вузли під'єднання системи тепlopостачання до теплорозподільчої станції й споживачів тепла (положення яких незмінні). Трикутником позначено теплорозподільчу станцію.

Рис. 1. Початкова модель системи тепlopостачання:

1 — теплорозподільча станція;

2-11 — позначення будівель, що є споживачами теплової енергії;

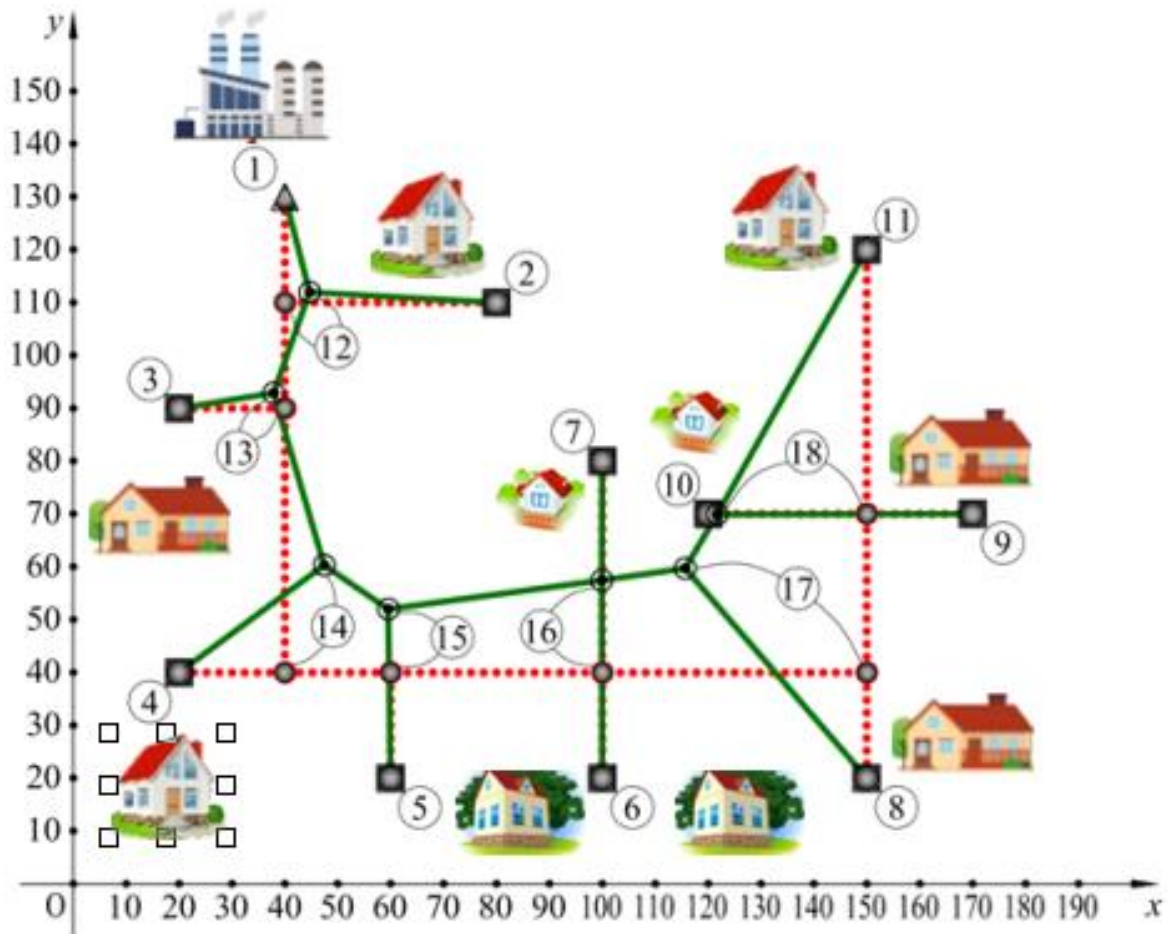
12-18 — позначення вузлів розгалуження мережі тепlopостачання.

Результатом моделювання, як наслідок розв'язання системи (11) – (24), стане конфігурація мережі тепlopостачання, зображена на рис. 2.

Тепер задамо функціональні обмеження у формі інтерполяційних функцій траєкторій двох автомобільних доріг, які мають проходити через задані реперні точки $A(x_A, y_A, z_A)$, $B(x_B, y_B, z_B)$, $C(x_C, y_C, z_C)$, $D(x_D, y_D, z_D)$, $E(x_E, y_E, z_E)$ та $F(x_F, y_F, z_F)$. Вважатимемо, що перша дорога проходить через перші три точки, а друга – через останні три, як це показано на рис. 3. Інтерполяційні функції відповідних двох доріг запишемо із використанням полінома Ньютона у наступній формі [22]:

$$P_{ABC}(x) = y = y_A \cdot 1 + \frac{(y_B - y_A)}{(x_B - x_A)} \cdot (x - x_A) + \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\left(\frac{(y_C - y_B)}{(x_C - x_B)} - \frac{(y_B - y_A)}{(x_B - x_A)} \right) / (x_C - x_A) \right] \cdot [(x - x_A) \cdot (x - x_B)], \\
& P_{DEF}(x) = y = y_D \cdot 1 + \frac{(y_E - y_D)}{(x_E - x_D)} \cdot (x - x_D) + \\
& + \left[\left(\frac{(y_F - y_E)}{(x_F - x_E)} - \frac{(y_E - y_D)}{(x_E - x_D)} \right) / (x_F - x_D) \right] \cdot [(x - x_D) \cdot (x - x_E)].
\end{aligned} \tag{26}$$



Умовні позначення:

— — прямолінійні ділянки теплотрас після оптимізації моделі;
 — прямолінійні ділянки теплотрас до оптимізації моделі; ● та ■ / ▲ — вільні вузли дискретної моделі в початковому положенні та базові вузли під'єднання системи теплопостачання до теплорозподільчої станції й споживачів тепла (положення яких незмінні); ○ — вільні вузли, положення яких змінено після оптимізації моделі. Трикутником позначено теплорозподільчу станцію

Рис. 2. Модель системи теплопостачання, оптимізована без накладання додаткових умов та обмежень:

- 1 — теплорозподільча станція;
- 2-11 — будівлі, що є споживачами теплової енергії;
- 12-18 — вузли розгалуження мережі теплопостачання.

Перетворимо ці два полінома у неявні функції:

$$\varsigma_{ABC}(x, y) = P_{ABC}(x) - y = 0, \quad (27)$$

$$\varsigma_{DEF}(x, y) = P_{DEF}(x) - y = 0. \quad (28)$$

Для того, щоб ввести функціональні умови (27) і (28) до системи оптимізаційних рівнянь, що визначатимуть геометричні параметри досліджуваної моделі системи теплопостачання необхідно скористатися алгоритмом управління сітчастих структур на основі функцій у формі Лагранжа \mathfrak{R}_i , запропонованим у [27]. Якщо вважати, що базовою цільовою функцією є (5), то функція Лагранжа \mathfrak{R}_i для деякого довільного i -го вузла моделі (суміжного із n іншими вузлами) з урахуванням функціональних умовних обмежень (27) та (28), а також із урахуванням того, що окремі вільні вузли належатимуть лише по одній із функцій (27) або (28), матимуть наступний вигляд:

$$\mathfrak{R}_i = \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot (K_{SUP_{i,j}} \cdot \delta_{i,j} + \sum L_{ADD_{i,j}}) + \lambda_{i,ABC} \cdot \varsigma_{ABC}(x_i, y_i) + G_i', \quad (29)$$

або:

$$\mathfrak{R}_i = \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot (K_{SUP_{i,j}} \cdot \delta_{i,j} + \sum L_{ADD_{i,j}}) + \lambda_{i,DEF} \cdot \varsigma_{DEF}(x_i, y_i) + G_i'. \quad (30)$$

Після диференціювання функцій у формі Лагранжа згідно з (6) отримаємо наступні системи умовної рівноваги вузлів сітчастої структури, що інтерпретуватиме мережу трубопроводів системи теплопостачання для деякого довільного i -го вузла моделі:

1) для вузлів, які задовольнятимуть функції (27):

$$\varsigma_{ABC}(x_i, y_i) = 0, \quad (31)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n (x_i - x_j) \cdot \aleph_{i,j} + \lambda_{i,ABC} \cdot \partial \varsigma_{ABC}(x_i, y_i) / \partial x_i = 0, \\ \sum_{j=1}^n (y_i - y_j) \cdot \aleph_{i,j} + \lambda_{i,ABC} \cdot \partial \varsigma_{ABC}(x_i, y_i) / \partial y_i = 0. \end{cases} \quad (32)$$

2) для вузлів, які задовольнятимуть функції (28):

$$\varsigma_{DEF}(x_i, y_i) = 0, \quad (33)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n (x_i - x_j) \cdot \aleph_{i,j} + \lambda_{i,DEF} \cdot \partial \varsigma_{DEF}(x_i, y_i) / \partial x_i = 0, \\ \sum_{j=1}^n (y_i - y_j) \cdot \aleph_{i,j} + \lambda_{i,DEF} \cdot \partial \varsigma_{DEF}(x_i, y_i) / \partial y_i = 0. \end{cases} \quad (34)$$

Складемо систему оптимізаційних рівнянь типу (31) – (32), (33) – (34) та (9) для вузлів моделі, які задовольнятимуть функції (27), функції (28) або ж взагалі не належатимуть графікам жодної з цих функцій відповідно.

Нехай (див. рис. 3):

- 1) вузли 12-15 – задовольнятимуть функції (27);
- 2) вузол 16 – не належатиме жодній умовній функції;
- 3) вузли 17-18 – задовольнятимуть функції (28).

Враховуючи вище сформульовані умови, система оптимізаційних рівнянь прийме наступний вигляд:

$$\zeta_{ABC}(x_{12}, y_{12}) = 0, \quad (35)$$

$$(\aleph_{12,1} + \aleph_{12,2} + \aleph_{12,13}) \cdot x_{12} - \aleph_{12,1} \cdot x_1 - \aleph_{12,2} \cdot x_2 - \aleph_{12,13} \cdot x_{13} - \lambda_{12,ABC} \cdot \partial \zeta_{ABC}(x_{12}, y_{12}) / \partial x_{12} = 0, \quad (36)$$

$$\zeta_{ABC}(x_{13}, y_{13}) = 0, \quad (37)$$

$$(\aleph_{13,12} + \aleph_{13,3} + \aleph_{13,14}) \cdot x_{13} - \aleph_{13,12} \cdot x_{12} - \aleph_{13,3} \cdot x_3 - \aleph_{13,14} \cdot x_{14} - \lambda_{13,ABC} \cdot \partial \zeta_{ABC}(x_{13}, y_{13}) / \partial x_{13} = 0, \quad (38)$$

$$\zeta_{ABC}(x_{14}, y_{14}) = 0, \quad (39)$$

$$(\aleph_{14,13} + \aleph_{14,4} + \aleph_{14,15}) \cdot x_{14} - \aleph_{14,13} \cdot x_{13} - \aleph_{14,4} \cdot x_4 - \aleph_{14,15} \cdot x_{15} - \lambda_{14,ABC} \cdot \partial \zeta_{ABC}(x_{14}, y_{14}) / \partial x_{14} = 0, \quad (40)$$

$$\zeta_{ABC}(x_{15}, y_{15}) = 0, \quad (41)$$

$$(\aleph_{15,14} + \aleph_{15,5} + \aleph_{15,16}) \cdot x_{15} - \aleph_{15,14} \cdot x_{14} - \aleph_{15,5} \cdot x_5 - \aleph_{15,16} \cdot x_{16} - \lambda_{15,ABC} \cdot \partial \zeta_{ABC}(x_{15}, y_{15}) / \partial x_{15} = 0, \quad (42)$$

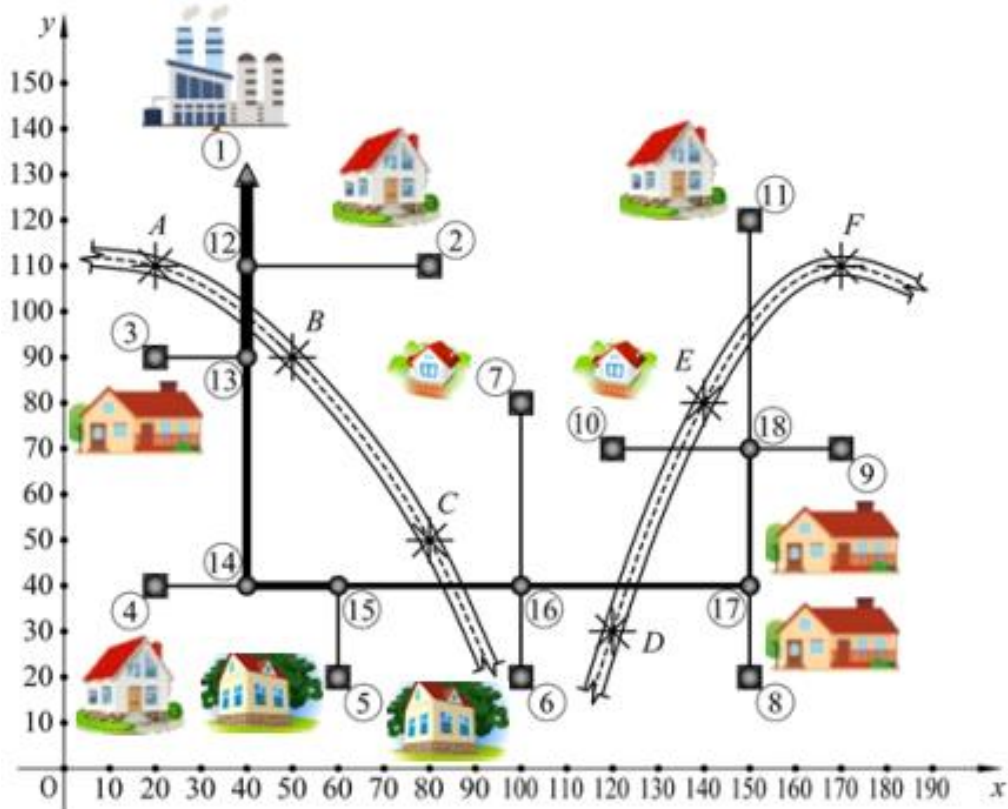
$$(\aleph_{16,15} + \aleph_{16,6} + \aleph_{16,7} + \aleph_{16,17}) \cdot x_{16} - \aleph_{16,15} \cdot x_{15} - \aleph_{16,6} \cdot x_6 - \aleph_{16,7} \cdot x_7 - \aleph_{16,17} \cdot x_{17} = 0, \quad (43)$$

$$\zeta_{DEF}(x_{17}, y_{17}) = 0, \quad (44)$$

$$(\aleph_{17,16} + \aleph_{17,8} + \aleph_{17,18}) \cdot x_{17} - \aleph_{17,16} \cdot x_{16} - \aleph_{17,8} \cdot x_8 - \aleph_{17,18} \cdot x_{18} - \lambda_{17,DEF} \cdot \partial \zeta_{DEF}(x_{17}, y_{17}) / \partial x_{17} = 0, \quad (45)$$

$$\zeta_{DEF}(x_{18}, y_{18}) = 0, \quad (46)$$

$$(\aleph_{18,17} + \aleph_{18,9} + \aleph_{18,10} + \aleph_{18,11}) \cdot x_{18} - \aleph_{18,17} \cdot x_{17} - \aleph_{18,9} \cdot x_9 - \aleph_{18,10} \cdot x_{10} - \aleph_{18,11} \cdot x_{11} - \lambda_{18,DEF} \cdot \partial \zeta_{DEF}(x_{18}, y_{18}) / \partial x_{18} = 0, \quad (47)$$



Умовні позначення:

— — прямолінійні ділянки теплотрас; - - - - - позначення траєкторій прокладання транспортних сполучень, які формуватимуть функціональні обмеження (27) та (28); ● та ■ / ▲ — вільні вузли дискретної моделі в початковому положенні та базові вузли під'єднання системи теплопостачання до теплорозподільчої станції й споживачів тепла (положення яких незмінні); * — реперні точки для побудови інтерполяційних поліномів траєкторій прокладання транспортних сполучень. Трикутником позначено теплорозподільчу станцію

Рис. 3. Неоптимізована модель системи теплопостачання, із зображенням графіків умовних функцій (27) та (28):

- 1 — теплорозподільча станція;
- 2-11 — будівлі, що є споживачами теплової енергії;
- 12-18 — вузли розгалуження мережі теплопостачання;
- A, B, C, D, E і F — реперні точки для побудови інтерполяційних поліномів траєкторій прокладання транспортних сполучень.

$$\begin{aligned}
 & (\mathfrak{N}_{12,1} + \mathfrak{N}_{12,2} + \mathfrak{N}_{12,13}) \cdot y_{12} - \mathfrak{N}_{12,1} \cdot y_1 - \mathfrak{N}_{12,2} \cdot y_2 - \\
 & - \mathfrak{N}_{12,13} \cdot y_{13} - \lambda_{12,ABC} \cdot \partial \zeta_{ABC}(x_{12}, y_{12}) / \partial y_{12} = 0,
 \end{aligned} \tag{48}$$

$$\begin{aligned}
 & (\mathfrak{N}_{13,12} + \mathfrak{N}_{13,3} + \mathfrak{N}_{13,14}) \cdot y_{13} - \mathfrak{N}_{13,12} \cdot y_{12} - \mathfrak{N}_{13,3} \cdot y_3 - \\
 & - \mathfrak{N}_{13,14} \cdot y_{14} - \lambda_{13,ABC} \cdot \partial \zeta_{ABC}(x_{13}, y_{13}) / \partial y_{13} = 0,
 \end{aligned} \tag{49}$$

$$\begin{aligned}
 & (\mathfrak{N}_{14,13} + \mathfrak{N}_{14,4} + \mathfrak{N}_{14,15}) \cdot y_{14} - \mathfrak{N}_{14,13} \cdot y_{13} - \mathfrak{N}_{14,4} \cdot y_4 -
 \end{aligned} \tag{50}$$

$$\begin{aligned}
& -\aleph_{14,15} \cdot y_{15} - \lambda_{14,ABC} \cdot \partial \zeta_{ABC}(x_{14}, y_{14}) / \partial y_{14} = 0, \\
& (\aleph_{15,14} + \aleph_{15,5} + \aleph_{15,16}) \cdot y_{15} - \aleph_{15,14} \cdot y_{14} - \aleph_{15,5} \cdot y_5 -
\end{aligned} \tag{51}$$

$$\begin{aligned}
& -\aleph_{15,16} \cdot y_{16} - \lambda_{15,ABC} \cdot \partial \zeta_{ABC}(x_{15}, y_{15}) / \partial y_{15} = 0, \\
& (\aleph_{16,15} + \aleph_{16,6} + \aleph_{16,7} + \aleph_{16,17}) \cdot y_{16} - \aleph_{16,15} \cdot y_{15} - \aleph_{16,6} \cdot y_6 - \\
& -\aleph_{16,7} \cdot y_7 - \aleph_{16,17} \cdot y_{17} = 0,
\end{aligned} \tag{52}$$

$$\begin{aligned}
& (\aleph_{17,16} + \aleph_{17,8} + \aleph_{17,18}) \cdot y_{17} - \aleph_{17,16} \cdot y_{16} - \aleph_{17,8} \cdot y_8 - \\
& -\aleph_{17,18} \cdot y_{18} - \lambda_{17,DEF} \cdot \partial \zeta_{DEF}(x_{17}, y_{17}) / \partial y_{17} = 0,
\end{aligned} \tag{53}$$

$$\begin{aligned}
& (\aleph_{18,17} + \aleph_{18,9} + \aleph_{18,10} + \aleph_{18,11}) \cdot y_{18} - \aleph_{18,17} \cdot y_{17} - \aleph_{18,9} \cdot y_9 - \\
& -\aleph_{18,10} \cdot y_{10} - \aleph_{18,11} \cdot y_{11} - \lambda_{18,DEF} \cdot \partial \zeta_{DEF}(x_{18}, y_{18}) / \partial y_{18} = 0.
\end{aligned} \tag{54}$$

Результатом моделювання оптимальних геометричних параметрів мережі тепlopостачання шляхом розв'язання системи (36) – (54) стане схема, зображена на рис. 4. На рис. 5 показано порівняння одержаної оптимізованої мережі з початково прийнятим її варіантом.

Маючи остаточні координати оптимізованої системи тепlopостачання до і після введення умов і обмежень, можемо оцінити ефективність продемонстрованого підходу у відсоткових показниках.

Визначимо відсоток скорочення втрат теплової енергії σ_Q за формулою:

$$\sigma_Q = (Q_{\Sigma}^{(0)} - Q_{\Sigma}^{(N)}) \cdot 100\% / Q_{\Sigma}^{(0)}, \tag{55}$$

Тут Q_{Σ} – сумарні тепловтрати (тепловий потік) усіх ділянок системи тепlopостачання, що визначається за формулою (5); верхні індекси 0 та N – відповідають початковій геометричній конфігурації моделі та її конфігурації на остаточному (N -му) етапі ітераційного числення (коли похибка числення вже не перевищує деякого встановленого значення).

За результатами порівняння виявилось, що економічний ефект від оптимізації даної мережі тепlopостачання без накладання додаткових умов складає 5.853 % економії енергії;

В той же час економічний ефект від оптимізації даної мережі тепlopостачання з накладанням додаткових умов складає 3.164 % економії енергії.

Зменшення економічного ефекту після накладання додаткових умов та обмежень свідчить про те, що відповідні умови несуть негативний ефект, запобігаючи досягненню максимально можливих результатів оптимізації. Водночас, враховуючи те, що практично усі практичні задачі мають ті чи інші технічні, технологічні, нормативні фінансові або іншої природи обмеження, стають очевидними переваги та потенційні можливості запропонованого підходу стосовно використання при проектуванні та оцінці життєвого циклу мереж систем тепlopостачання.

Заради справедливості необхідно також сказати, що остаточний відсоток економії завжди великою мірою буде залежати від початкової геометричної конфігурації моделі мережі системи тепlopостачання. І чим більш вдалою буде ця початкова конфігурація, тим менш вагомим буде економічний ефект від застосування відповідного оптимізаційного підходу.



Умовні позначення:

— — прямолінійні ділянки теплотрас; — — позначення транспортних сполучень, які формуватимуть функціональні обмеження (27) та (28); ● та ■ / ▲ — вільні вузли дискретної моделі в початковому положенні та базові вузли під'єднання системи тепlopостачання до теплорозподільчої станції й споживачів тепла (положення яких незмінні). Трикутником позначено теплорозподільчу станцію.

Рис. 4. Оптимізована модель системи тепlopостачання, із накладеними функціональними умовами (27) та (28):

- 1 – теплорозподільча станція;
- 2-11 – будівлі, що є споживачами теплової енергії;
- 12-18 – вузли розгалуження мережі тепlopостачання.

Наостанок варто звернути увагу, що в результаті оптимізації із накладанням функціональних умов, виявилось, що вузли розгалуження 12 та 13 практично співали, а відстань між ними є зовсім невеликою. Це свідчить про те, що відповідна ділянка (між вузлами 12 та 13) є мало

функціональною та може бути вилученою зі схеми. Такий висновок, в свою чергу, вказує не те, що запропонований інструментарій оптимізації геометричних моделей мереж систем теплопостачання дозволяє також виявляти не лише недоліки невдалого розміщення тих чи інших вільних вузлів на досліджуваній території з урахуванням містобудівних умов та обмежень, але також й ідентифікувати слабкі місця у топології відповідної мережі, що проявляються у формі локального виродження довжин деяких ланок до близьких до нульових значень.



Умовні позначення:

— — прямолінійні ділянки теплотрас після оптимізації моделі
 — прямолінійні ділянки теплотрас до оптимізації моделі; ● та ■ / ▲ — вільні вузли дискретної моделі в початковому положенні та базові вузли під'єднання системи теплопостачання до теплорозподільчої станції й споживачів тепла (положення яких незмінні); ○ — вільні вузли, положення яких змінено після оптимізації моделі.
 Трикутником позначено теплорозподільчу станцію

Рис. 5. Початкова модель системи теплопостачання, та модель, оптимізована з накладанням додаткових функціональних умов (5.2.50) та (5.2.51):

- 1 – теплорозподільча станція;
- 2-11 – будівлі, що є споживачами теплової енергії;
- 12-18 – вузли розгалуження мережі теплопостачання.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Розглянутий підхід до оптимізації геометричних параметрів мереж систем теплопостачання базується на мінімізації цільових функцій, представлених сумарними тепловтратами по всій протяжності відповідних мереж. Для того, щоб даний інструмент оптимізації був більш практичним та дієвим, запропоновано вводити до цільових функцій додаткові математично сформульовані умови і обмеження, обумовлені технічними, технологічними та містобудівними нормативними вимогами. Зокрема, для демонстрації принципу застосування запропонованого підходу, було змодельовано кілька прикладів оптимізації тепломережі як без додаткових умов і обмежень, так і з їх накладанням у вигляді потреби розміщення частини вільних вузлів моделі уздовж транспортних доріг. Результати моделювання свідчать про те, що накладання додаткових умов призводить до часткового зниження економічного ефекту від оптимізації геометричних моделей тепломереж. Однак, в умовах застосування даного підходу на практиці, уникнення накладання умов та обмежень є практично неможливим.

Продемонстрований інструментарій дозволяє не лише досягати вищих економічних показників у розрізі скорочення тепловтрат, але опосередковано зменшувати вплив систем теплопостачання та довікля за рахунок зниження обсягів споживання енергоресурсів. Окрім того, даний підхід дає змогу визначати недосконалість топології геометричних дискретних моделей досліджуваних тепломереж, що у подальшому дозволяє їх корегувати та раціоналізувати.

Подальші дослідження у цьому напрямку доцільно присвятити виявленню способів накладання інших різноманітних видів умов та обмежень із написанням відповідних математичних моделей.

Література

1. *Скочко В. І., Плоский В. О., Гегер А. Д., Скочко Л. О.* Скорочення тепловтрат систем теплопостачання шляхом оптимізації їх геометричних моделей при проектуванні. *Енергоефективність в будівництві та архітектурі* : наук.-тех. збірник. Київ : КНУБА, 2018. Вип. 10. С. 15-28.
2. *Ісаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.* Теплопередача. Підручник для вищих навчальних закладів, Вид. 3-тє, перероб. і доп. Москва : «Енергія», 1975. 488 с., з іл.
3. *Кулінко Є. О., Скочко В. І., Погосов О. Г.* Методика діагностування свердловин ґрунтових теплових насосів на предмет теплового потенціалу в залежності від типу ґрунту. *Енергоефективність в будівництві та архітектурі*. Київ : КНУБА, 2019. Вип. 12. С. 20-29.
4. *Carlslaw H. S., Jaeger J. C.* Conduction of Heat in Solids, Second ed., Oxford University Press, Great Britain., 1959.

5. *Chiasson A., Rees S., Spitler J. and Smith M.* A Model for Simulating the Performance of a Shallow Pond as a Supplemental Heat Rejecter with Closed Loop Ground-Source Heat Pump Systems. ASHRAE Transaction. 2000. №106(2), P. 1-15.
6. *Den Braven K. R.* Survey of Geothermal Heat Pump Regulations in the United States. Proceedings of the Second Stockton International Geothermal Conference. Galloway, NJ: *The Richard Stockton College*. 1998.
7. *Dorigo M., Stützle T.* Ant Colony Optimization. Cambridge : MIT Press, MA, 2004. 348 p.
8. *Marti P.* Theory of Structures: Fundamentals, Framed Structures, Plates and Shells. John Wiley & Sons, Inc., Ernst & Sohn GmbH & Co. KG, 2013. XVI. 679 p.
9. *Machulko A., Kobzar I., Skochko V.* The concept of combined energy efficient hot water supply using solar energy and sewage recuperation [Текст]. Енергоінтеграція-2016: *Інтегровані енергоефективні технології в будівництві та архітектурі* : робоча програма та тези доповідей. Київ : КНУБА, 2016. С. 39.
10. *Nahman J. M.* Dependability of engineering systems modeling and evaluation. Springer, 2002.
11. *Білоцерківський О. Б.* Використання економіко-математичного моделювання для оптимізації систем теплопостачання. Матеріали Міжнарод. наук.-практ. конф. «Соціально-економічний розвиток країн: досвід та перспективи», 2014. Вип.2, С. 82–85.
12. *Мартин Є. В.* Геометрія комплексного простору стосовно формування областей стійкостей та оптимізації параметрів: КНУБА, 2000. 37 с.
13. *Ploskyi V., Skochko V.* Methodological aspects of optimization of geometric models of energy efficient heat supply systems (Методологічні аспекти оптимізації геометричних моделей енергоефективних систем теплопостачання). Енергоінтеграція-2018: *Інтегровані енергоефективні технології в будівництві та архітектурі* : робоча програма та тези доповідей. Київ : КНУБА, 2018. С. 69-70.
14. *Сергейчук О. В.* Геометричне моделювання фізичних процесів при оптимізації форми енергоефективних будинків. Дис. ... доктора техн. наук: 05.01.01. Київ : КНУБА, 2008. 425 с.
15. *Бажанов В. Л., Гольденблат І. І.* та ін. Розрахунок конструкцій на теплові впливи. М. : Машинобудування, 1996.
16. *Орел Ю.М., Чернишев Д.О., Скочко В.І., Кожедуб С.А.* Дискретне моделювання оптимальних параметрів зовнішніх мереж водопостачання засобами прикладної геометрії. *International Scientific-Practical Conference of young scientists "Build-Master-Class-2019"*: Conference Proceedings. 2019. – с. 288-289.
17. *Орел Ю.М., Чернишев Д.О., Плоский В.О., Скочко В.І.* Побудова спеціальних цільових функцій при оптимізації геометричних моделей

систем водопостачання. Збірник наукових праць: *Сучасні проблеми моделювання*. Вип. 17. 2020. С. 66-74.

18. *Плоский В. О., Скочко В. І., Орел Ю. М., Чернишев Д. О.* Побудова спеціальних цільових функцій при оптимізації геометричних моделей систем водопостачання. *Сучасні проблеми моделювання* : Збірник наукових праць. Випуск 17. Мелітополь: Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 2020. С. 71-79.

19. *Iske A.* Radial basis functions: basics, advanced topics and meshfree methods for transport problems. *Rend. Sem. Mat. Univ. Pol., Torino*, 2003. – № 61 (3). – P. 247–284.

20. *Ball K., Sivakumar N., and Ward J.D.*, On the sensitivity of radial basis interpolation to minimal data separation distance, *Constr. Approx.*, 8 (1992), 401-426.

21. *Baxter B. J. C.*, Norm estimates for inverses of distance matrices, in *Mathematical Methods in Computer Aided Geometric Design II*, T. Lyche and L. Schumaker (eds.), Academic Press, New York, 1992, 9–18.

22. *Бронштейн І. Н., Семендяєв К. А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. Изд. перераб. [под ред. Г. Гроше, и В. Циглера]. М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. 976 с.

23. *Плоский В. О., Скочко В. І.* Алгоритм управління параметрами в'язей сітчастих структур, на основі корегування величин скалярного потенціалу зовнішніх впливів. *Енергоефективність будівництві та архітектурі: науково-технічний збірник*, К. : КНУБА, 2014. Вип. 6. С. 224-230.

24. *Шульга М. О., Алексахін О. О.* Теплопостачання та гаряче водопостачання. 2004. 229 с.

25. *Kulikov P, Ploskiy V., Skochko V.* : The Principles of Discrete Modeling of Rod Constructions of Architectural Objects [Текст]. Polish Academy of Sciences. Lublin-Rzeszow. *Motrol.* Vol. 16 (8), 2014, pp. 3-10.

26. *Skochko V.* Morphogenesis and Correction of Planar Rod Constructions with a Small Amount of Free Nodes. Polish Academy of Sciences. Lublin-Rzeszow. *Motrol.* Vol. 17 (8), 2015, pp. 35-42.

27. *Скочко В. І.* Практичні аспекти дослідження та корегування сітчастих структур, побудованих шляхом геометричного формоутворення. *Сучасні проблеми архітектури та містобудування*. К. : КНУБА, 2018. Вип. 51. С. 498-506.

References

1. *Skochko V. I., Ploskiy V. O., Heher A. D., Skochko L. O.* Skorochennia teplovtrat system teplopostachannia shliakhom optymizatsii yikh heometrychnykh modelei pry proektuvanni. *Enerhoefektyvnist v budivnytstvi ta arkhitekturi : nauk.-tekhn. zbirnyk*. Kyiv : KNUBA, 2018. Vyp. 10. S. 15–28.

2. *Isachenko V. P., Osipova V. A., Sukomel A. S.* Teploperedacha. Pidruchnyk dlia vyshchyykh navchalnykh zakladiv, Vyd. 3-tie, pererob. i dop. Moscow: "Enerhiia", 1975. 488 s., z il.
3. *Kulinko Ye. O., Skochko V. I., Pohosov O. H.* Metodyka diahnostuvannia sverdlovyn gruntovykh teplovykh nasosiv na predmet teplovoho potentsialu v zalezhnosti vid typu hruntu. *Enerhoefektyvnist v budivnytstvi ta arkhitekturi*. Kyiv: KNUBA, 2019. Vyp. 12. S. 20–29.
4. *Carslaw H. S., Jaeger J. C.* Conduction of Heat in Solids, Second ed., Oxford University Press, Great Britain., 1959.
5. *Chiasson A., Rees S., Spitler J. and Smith M.* A Model for Simulating the Performance of a Shallow Pond as a Supplemental Heat Rejecter with Closed Loop Ground-Source Heat Pump Systems. ASHRAE Transaction. 2000. №106(2), P. 1–15.
6. *Den Braven K. R.* Survey of Geothermal Heat Pump Regulations in the United States. Proceedings of the Second Stockton International Geothermal Conference. Galloway, NJ: The Richard Stockton College. 1998.
7. *Dorigo M., Stützle T.* Ant Colony Optimization. Cambridge : MIT Press, MA, 2004. 348 p.
8. *Marti P.* Theory of Structures: Fundamentals, Framed Structures, Plates and Shells. John Wiley & Sons, Inc., Ernst & Sohn GmbH & Co. KG, 2013. XVI. 679 p.
9. *Machulko A., Kobzar I., Skochko V.* The concept of combined energy efficient hot water supply using solar energy and sewage recuperation [Text]. Enerhointehratsiia-2016: Intehrovani enerhoefektyvni tekhnolohii v budivnytstvi ta arkhitekturi : robocha prohrama ta tezy dopovidei. Kyiv : KNUBA, 2016. S. 39.
10. *Nahman J. M.* Dependability of engineering systems modeling and evaluation. Springer, 2002.
11. *Bilotserkivskyy O. B.* Vykorystannia ekonomiko-matematychnoho modeliuvannia dlia optymizatsii system teplopostachannia. Materialy Mizhnarod. nauk.-prakt. konf. "Sotsialno-ekonomichnyi rozvytok krain: dosvid ta perspektyvy", 2014. Vyp.2, S. 82–85.
12. *Martyn Ye. V.* Heometryia kompleksnoho prostoru stosovno formuvannia oblasti stiiikostei ta optymizatsii parametriv rehulovanykh system. Avtoref. dys. ... doktora tekhn. nauk: 05.01.01. K. : KNUBA, 2000. 37 s.
13. *Ploskyi V., Skochko V.* Methodological aspects of optimization of geometric models of energy efficient heat supply systems (Metodolohichni aspekty optymizatsii heometrychnykh modelei enerhoefektyvnykh system teplopostachannia). Enerhointehratsiia-2018: *Intehrovani enerhoefektyvni tekhnolohii v budivnytstvi ta arkhitekturi* : robocha prohrama ta tezy dopovidei. Kyiv : KNUBA, 2018. S. 69–70.
14. *Serheichuk O. V.* Heometrychne modeliuvannia fizychnykh protsesiv pry optymizatsii formy enerhoefektyvnykh budynkiv. Dys. ... doktora tekhn. nauk: 05.01.01. K. : KNUBA, 2008. 425 s.

15. *Bazhanov V. L., Holdenblat I. I.* ta in. Rozrakhunok konstruktsii na teplovi vplyvy. M. : Mashynobuduvannia, 1696.
16. *Orel Yu.M., Chernyshev D.O., Skochko V.I., Kozhedub S.A.* Dyskretne modeliuвання optimalnykh parametriv zovnishnykh merezh vodopostachannia zasobamy prykladnoi heometriyi. *International Scientific-Practical Conference of young scientists "Build-Master-Class-2019"*: Conference Proceedings. 2019. – s. 288–289.
17. *Orel Yu.M., Chernyshev D.O., Ploskyi V.O., Skochko V.I.* Pobudova spetsialnykh tsilovykh funktsii pry optymizatsii heometrychnykh modelei system vodopostachannia. Zbirnyk naukovykh prats: *Suchasni problemy modeliuвання*. Vyp. 17. 2020. – s. 66–74.
18. *Ploskyi V. O., Skochko V. I., Orel Yu. M., Chernyshev D. O.* Pobudova spetsialnykh tsilovykh funktsii pry optymizatsii heometrychnykh modelei system vodopostachannia. *Suchasni problemy modeliuвання* : Zbirnyk naukovykh prats. Vypusk 17. Melitopol: Melitopolskyi derzhavnyi pedahohichnyi universytet imeni Bohdana Khmelnytskoho, 2020. S. 71–79.
19. *Iske A.* Radial basis functions: basics, advanced topics and meshfree methods for transport problems. *Rend. Sem. Mat. Univ. Pol., Torino*, 2003. – № 61 (3). – P. 247–284.
20. *Ball K., Sivakumar N., and Ward J.D.*, On the sensitivity of radial basis interpolation to minimal data separation distance, *Constr. Approx.*, 8 (1992), 401–426.
21. *Baxter B. J. C.*, Norm estimates for inverses of distance matrices, in *Mathematical Methods in Computer Aided Geometric Design II*, T. Lyche and L. Schumaker (eds.), Academic Press, New York, 1992, 9–18.
22. *Bronshtein I. N., Semendiaiev K. A.* Spravochnik po matematike dlia inzhenerov i uchashchikhsia vuzov. Izd. pererab. [pod red. G. Groshe, i V. Tsiglera]. M. : Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1980. 976 s.
23. *Ploskyi V. O., Skochko V. I.* Alhorytm upravlinnia parametry viazei sitchastykh struktur, na osnovi korehuvannia velychyn skaliarnoho potentsialu zovnishnykh vplyviv. *Enerhoefektyvnist budivnytstvi ta arkhitekturi: naukovotekhnichniy zbirnyk.*, K. : KNUBA, 2014. Vyp. 6. S. 224–230.
24. *Shulha M. O., Aleksakhin O. O.* Teplopostachannia ta hariacha vodopostachannia. 2004. 229 s.
25. *Kulikov P, Ploskyi V., Skochko V.* : The Principles of Discrete Modeling of Rod Constructions of Architectural Objects [Text]. Polish Academy of Sciences. Lublin-Rzeszow. *Motrol.* Vol. 16 (8), 2014, pp. 3–10.
26. *Skochko V.* Morphogenesis and Correction of Planar Rod Constructions with a Small Amount of Free Nodes. Polish Academy of Sciences. Lublin-Rzeszow. *Motrol.* Vol. 17 (8), 2015, pp. 35–42.
27. *Skochko V. I.* Praktychni aspekty doslidzhennia ta korehuvannia sitchastykh struktur, pobudovanykh shliakhom heometrychnoho formoutvorennia. *Suchasni problemy arkhitektury ta mistobuduvannia.* K. : KNUBA, 2018.

assistant, **Kulinko Yevhen**
yevhen_kulinko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-8834-3600
Doctor of technical Science, Professor **Skochko Volodymyr**,
vladimir.and.friends@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1709-2621
PhD doctor, **Pohosov Oleksandr**
pohosov.oh@knuba.edu.ua, ORCID: 0000-0003-2158-8897
PhD doctor, **Tyslenko Pavlo**
obukrin@ukr.net, ORCID: 0009-0007-6926-5639
Shebanova Maria
shebanovamo@gmail.com, ORCID: 0009-0002-7304-7195
Kyiv National University of Construction and Architecture

GEOMETRIC MODELING OF HEAT SUPPLY SYSTEM NETWORKS ON THE BASIS OF MINIMIZING HEAT LOSSES

The paper considers the mathematical foundations of optimization of the geometric parameters of networks of centralized heat supply systems. As the target function of the optimization process, it is proposed to take the total heat losses that occur along the entire length of the studied section of the heat pipe from the source of heat supply to each of the consumers. Based on this, the geometric parameters of heat networks are modeled using instrumental means of determining the most rational positions of their branching nodes in order to identify economically feasible directions for laying each of the fragments of the corresponding networks. In order for the proposed approach to the optimization of heat networks to be conveniently applied in practice, additional mathematical tools should be introduced that allow taking into account specific urban planning conditions and restrictions imposed on heat supply systems and must be taken into account in the design process. In order to illustrate the simplicity of the proposed approach, the sequence of actions that must be performed to optimize the geometric parameters of the heat network is given. The corresponding sequence of actions was considered when modeling the elementary heat supply network.

The application of the developed algorithm allows not only to reduce heat losses during transportation of the coolant from boiler rooms to consumers, but also, as a result, to increase the level of energy efficiency of the entire heat supply system, to achieve higher savings rates, and also to indirectly achieve tangible environmental and social effects due to the reduction of greenhouse gas emissions (which could be formed during the burning of fuel for the production of additional thermal energy) into the atmospheric air and a potential reduction of costs for the heating needs of buildings on the part of subscribers (consumers). Obviously, the use and further improvement of the proposed algorithm will contribute to the gradual achievement of the goals of sustainable development.

Keywords: optimization of geometric models, heat supply networks, minimization of heat losses, economic, ecological and social effects, sustainable development.