

д. ф. (Ph.D.), доцент **Кошевий О.О.**  
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1903-2905  
Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ  
аспірант **Тимченко О.М.**  
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0009-0007-5953-0435  
Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

## **СТІЙКІСТЬ ДВОЗВ'ЯЗНОЇ КОНУСНОЇ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ**

*У практиці проектування тонкостінних просторових конструкцій (оболонок мінімальних поверхонь) у вигляді складних поверхонь часто виникає задача визначення координат дискретної більшості точок на поверхні покриття.*

*Мінімальні поверхні, які складаються із точок, які задають трьома координатами, найбільш природньо модулюються в сучасних розрахункових комплексів по типу Femap with Nastran. Важливою задачею при конструюванні мінімальних поверхонь тонкостінних покриттів є включення у каркас поверхні ліній заданої форми і положення (частіше всього кривих другого порядку або кривих вищого порядку).*

*Створенні оболонки в більшості випадків одноманітні і геометрично примітивні, в даній науковій статті розглядається оболонки мінімальних поверхні, які по факту за рахунок координатного способу задання точкового каркасу є оптимізовані по формі. Фактично оптимальна форма оболонки мінімальної поверхні слугує тому, що внутрішні зусилля, а саме: згинальний момент, поперечна сила, поздовжня сила є невеликих значень і компенсується за рахунок її форми. Цікавим моментом є те, що дані оболонки задаються на будь-якому в плані форми: круглого, квадратного, прямокутного, трапецевидного, конусного та інші.*

*Стійкість такого виду оболонок мінімальних поверхонь є цікавою прикладною задачею і чисельного моделювання для будівельної і прикладної механіки.*

*Важливе питання проблем будівельної і прикладної механіки становлять **задачі геометричної нелінійності**. Нелінійність диференціальних рівнянь не допомагає застосовувати аналітичні підходи, що обумовлює необхідність використання чисельних методів таких як метод скінченних елементів (МСЕ). Для даних задач метод скінчених елементів досліджений в задачах ізотропних тіл.*

*В даній науковій праці вдалося виконати чисельне дослідження стійкості двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні, отримані нові прикладні результати.*

*Власні значення коефіцієнту запасу дорівнює 0.9999 – це означає, що запас по міцності і стійкості в оболонці відсутній, і ми можемо далі використовувати ці результати для багатокритеріальної параметричної оптимізації, а результати дослідження підтверджені методикою авторів для об'єктів де врахована оптимізація геометрії оболонок.*

*Ключові слова: оболонка мінімальної поверхні; міцність оболонки; стійкість оболонки; геометрична нелінійність; термосилове навантаження; оболонка мінімальної поверхні на квадратному контурі; напруження по Мізесу; переміщення; товщина оболонки мінімальної поверхні.*

**Вступ.** У практиці проектування тонкостінних просторових конструкцій (оболонок мінімальних поверхонь) у вигляді складних поверхонь часто виникає задача визначення координат дискретної більшості точок на поверхні покриття. Така постановка задачі необхідна для: при розрахунку оболонок існуючими методами необхідно задавати серединну поверхню точкових каркасом по сітці, яка задана в плані; при необхідності знаходження координат у вершині оболонки; при контролі форми при будівництві оболонки необхідно розуміти координати контрольних точок на поверхні [1-3].

При конструюванні поверхні просторового тонкостінного покриття існуючими способами таку задачу вирішують в кожному випадку по різному. Для складних поверхонь її вирішення буває трудомістким навіть тоді, коли є рівняння поверхні, яке часто можна вирішити лиш ітераційними методом в сучасному розрахунковому комплексі, для цього кожний раз необхідно скласти відповідну прикладну програму.

Іноді поверхні задають одразу у вигляді точкового каркасу. При статичному розрахунку покриття це дозволяє використати при розробці загальні програми для ПК, які не залежать від виду і характеристик поверхні. При такому заданні поверхні складно визначати координати довільної точки поверхні, які не співпадають в плані з вузлом заданої сітки, а також важко визначити точкового каркасу поверхні, які відрізняються від заданого раніше. В цих випадках зазвичай використовують інтерпольовані многочлени, які дають наближений результат.

Вирішення вказаних задач звичайними, достатньо трудомісткими способами можна уникнути, якщо в основі способу конструювання серединної поверхні лежить графічний алгоритм побудови довільної точки поверхні по двом заданим координатам (координатний спосіб).

Можливі різні схеми цього способу, але всі вони ґрунтовані на встановленні графічного інструментальної просторої відповідності між відмітками на координатних осях в декартовій системі координат або між відповідними параметрами в інших координатних системах [4-6].

Із гарно вивчених способів конструювання мінімальних поверхонь різновидністю координатного способу можна рахувати номограмою, яка не дивлячись на свою недостатню гнучкість, знайшла використання в практиці формоутворення оболонок мінімальних поверхонь.

Мінімальні поверхні, які складаються із точок, які задають трьома координатами, найбільш природньо модулюються в сучасних розрахункових комплексів по типу Femap with Nastran. Важливою задачею при конструюванні мінімальних поверхонь тонкостінних покриттів є включення у каркас поверхні ліній заданої форми і положення (частіше всього кривих другого порядку або кривих вищого порядку).

Найбільш зручним для проектувальника можна вважати координатний спосіб, який заснований на множині площин, які трансформуються в одну поверхню. В плоскій системі координат по одній заданій координаті можна побудувати другу координату точки будь-якої кривої, якщо цю криву розглядати як геометричне місце точок, які належать пучку прямих, паралельно однієї із координатних осей. Таким способом, крім множини ліній загального виду, можна побудувати наступні криві які часто зустрічаються: криві другого порядку при їх довільного розташування, криві тригонометричних функцій; криві третього порядку; криві четвертого порядку; криві мінімальних поверхонь [8-9].

Розглядаючи множину вертикальних ліній просторового прямокутника декартової системи координат які належать пучку вертикальних площин, можна в кожній площині здійснювати вказану координатну побудову плоскої кривої і забезпечувати неперервну залежність між параметром площині пучка і параметрами кривої.

Дискретне число кривих, які лежать у вертикальній площині, можна приймати як наперед задані лінії, через які повинні пройти мінімальна поверхня на заданому контурі. Такий спосіб є координатним, так як при заданні координат довільної точки в плані виділяється єдиний вертикальний луч, який в свою чергу виділяє єдину площину пучка. Для виділеної площині будується шукана координата.

Критеріями для геометричної класифікації оболонок мінімальних поверхонь на заданому контурі можуть слугувати контур в плані, форма оболонки, її геометричні розміри, способи розкриття.

Створенні оболонки в більшості випадків одноманітні і геометрично примітивні, в даній науковій статті розглядається оболонки мінімальних поверхні, які по факту за рахунок координатного способу задання точкового каркасу є оптимізовані по формі. Фактично оптимальна форма оболонки мінімальної поверхні слугує тому, що внутрішні зусилля, а саме:

згинальний момент, поперечна сила, поздовжня сила є невеликих значень і компенсується за рахунок її форми. Цікавим моментом є те, що дані оболонки задаються на будь-якому в плані форми: круглого, квадратного, прямокутного, трапецевидного, конусного та інші.

Стійкість такого виду оболонок мінімальних поверхонь є цікавою прикладною задачею і чисельного моделювання для будівельної і прикладної механіки [10].

**Теоретичні відомості розрахунку стійкості тонких оболонок з урахуванням геометричної нелінійності.** Важливе питання проблем будівельної і прикладної механіки становлять **задачі геометричної нелінійності**. Нелінійність диференціальних рівнянь не допомагає застосовувати аналітичні підходи, що обумовлює необхідність використання чисельних методів таких як метод скінчених елементів (МСЕ). Для даних задач метод скінчених елементів досліджений в задачах ізотропних тіл [11].

Геометрично нелінійні задачі використовують в основному для формулювання задач стійкості конструкції. В більшості випадків проблему стійкості вдається вирішити, якщо звести її до лінійної постановки при власних коливаннях.

Геометрично нелінійні називають задачі теорії пружності в яких враховується нелінійність в залежності від деформацій і переміщень, в той час як напруження і деформації пов'язані лінійно. Врахування нелінійних складових деформацій необхідно для розрахунку гнучких тонкостінних конструкцій [12].

Деформації тіла представлені:

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}. \quad (1.1)$$

які пов'язані з переміщеннями наступним чином:

$$\bar{\varepsilon} = R\vec{u}, \quad \tilde{\gamma}_{ij} = 2\tilde{\varepsilon}_{ij}. \quad (1.2)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial \vec{u}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_j}. \quad (1.3)$$

При дії об'ємних сил  $\vec{F}$  і розповсюджених по поверхні тіла  $S_2$  зусиль  $\vec{p}^*$  в тілі виникають напруження  $\sigma^T = \{\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}\}$ , які пов'язані з деформаціями пружного тіла узагальненим законом Гука:

$$\sigma = D\varepsilon = D\bar{\varepsilon} + D\tilde{\varepsilon}. \quad (1.4)$$

Потенційне енергія тіла включає роботу зовнішніх сил і енергію деформації:

$$\begin{aligned}
\Pi_L(\vec{u}) &= \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \varepsilon dV - \int_V \vec{u}^T \vec{F} dV - \int_{S_2} \vec{u} \vec{p}^* dS = \\
&= \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \bar{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \tilde{\varepsilon} dV - \int_V \vec{u}^T \vec{F} dV - \int_{S_2} \vec{u} \vec{p}^* dS. \quad (1.5)
\end{aligned}$$

Згідно варіаційного принципу Лагранжа серед всіх допустимих переміщень тіла, які реалізовані і які приводять потенційну енергію (1.5) до мінімального значення.

Розіб'ємо тіло на множену скінченних елементів і розглянемо один із них об'ємом  $V$ . Переміщення, деформації і напруження будемо апроксимувати наступним чином:

$$\begin{aligned}
\vec{u} &= N_1 \vec{u}_1 + \dots + N_m \vec{u}_m = N\{u\}, \\
\bar{\varepsilon} &= R\vec{u} = B_1 \vec{u}_1 + \dots + B_m \vec{u}_m = B\{u\}, \\
\tilde{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{2} \{u\}^T \frac{\partial N^T}{\partial x_i} \frac{\partial N}{\partial x_j} \{u\} = \frac{1}{2} \{u\}^T G_{ij} \{u\}, \\
\sigma &= D(B_1 u_1 + \dots + B_m u_m + \tilde{\varepsilon}) = D(B\{u\} + \tilde{\varepsilon}) \quad (1.6)
\end{aligned}$$

де  $N_j$  – Базисні функції скінченного елемента  $\vec{u}_i$  – вектора вузлових переміщень  $i$ -го вузла  $N$  ( $3 \times 3m$ ),  $B$  ( $6 \times 3m$ ) – матриці базисних функцій і деформацій  $G_{ij}$  ( $3m \times 3m$ ) – матриці нелінійних деформацій, конкретні вирази для яких будуть приведені нижче. Після постановки останніх виразів функціонал (1.5) перетворюється у функцію вузлових переміщень, який має наступний вигляд [13]:

$$\begin{aligned}
\Pi_L(\{u\}) &= \frac{1}{2} \{u\}^T \int_V B^T D B dV \{u\} + \{u\}^T \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \\
&+ \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dV - \{u\}^T \int_V N^T \vec{F} dV - \{u\}^T \int_{S_s} N^T \vec{p}^* dS =
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}\{u\}^T K\{u\} - \{u\}^T \{Q\} + \{u\}^T \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dV. \quad (1.7)$$

де  $K$  ( $3m \times 3m$ ) – матриця жорсткості скінченного елемента;  $\{Q\}$  ( $3m \times 1$ ) – вектор вузлових навантажень. Вирішуючи рівняння для одного скінченного елемента визначається з умов мінімуму цієї функції, яке приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\frac{\partial \Pi_L}{\partial \{u\}} = K\{u\} - \{Q\} + \{\tilde{Q}(\{u\})\} = 0. \quad (1.8)$$

Вектор додаткових вузлових сил  $\tilde{Q}$ , обумовлений врахуванням нелінійних деформацій і нелінійно залежних від вузлових переміщень, має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \{\tilde{Q}(\{u\})\} &= \frac{\partial}{\partial \{u\}} \left( \{u\}^T \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dV \right) = \\ &= \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \int_V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^T}{\partial \{u\}} D B dV \{u\} + \int_V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^T}{\partial \{u\}} D \tilde{\varepsilon} dV. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Об'єднання системи рівнянь (1.8) для множини скінчених елементів приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь для повної скінчено-елементної моделі тіла:

$$[K][U] = [Q] - [\tilde{Q}([U])]. \quad (1.10)$$

Для вирішення цієї нелінійної системи можна використати метод послідовного завантаження, який зводиться до наступного алгоритму.

*Крок 1.* Будується матриця жорсткості  $K$  і вектор вузлових сил  $Q$ . Враховуємо, що  $i=0$ ,  $\tilde{Q} = 0$  із вирішення лінійної системи знаходимо вузлові переміщення  $U_0$ .

*Крок 2.*  $i=i+1$ . На  $i$ -й ітерації використовуючи (1.10), вираховуємо  $\tilde{Q}_i$  і його суму з  $Q$ :  $P_i = \tilde{Q}_i + Q$ .

*Крок 3.* Вирішується система лінійних рівнянь

$$K U_i = P_i. \quad (1.11)$$

*Крок 4.* Перевірка умови збіжності ітераційного процесу де  $\varepsilon$  – мале число та  $U_i$  – максимальний по модулю вектор. Якщо збіжність не

досягнута, то остання умова не виконується, то виконується перехід до кроку 2, в противному випадку до кроку 5.

*Крок 5.* Виконується обчислення деформацій і напружень кожного скінченного елемента на основі вектора  $U_i$ , який є наближеним вирішенням нелінійної системи (1.10).

У загальному підсумку, вирішення нелінійної системи зводиться до вирішенню послідовності лінійних систем. Відмітимо, що при послідовних ітераціях змінюється лише права частина системи рівнянь, що дозволяє факторизувати матрицю жорсткості тільки один раз [14].

**Чисельне дослідження стійкості двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні з урахуванням геометричної нелінійності.** Дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності відбувається у програмному комплексі Femap with Nastran за рахунок ітераційного завантаження. На рис 1.1 зображена скінчено-елементна модель. Скінченні елементи **plate** – 4824 шт. Вузлів 4896 – штук. З'єднання з диском землі – жорстке зацмлення. Матеріал сталь C275. Товщина оболонки 40 мм.

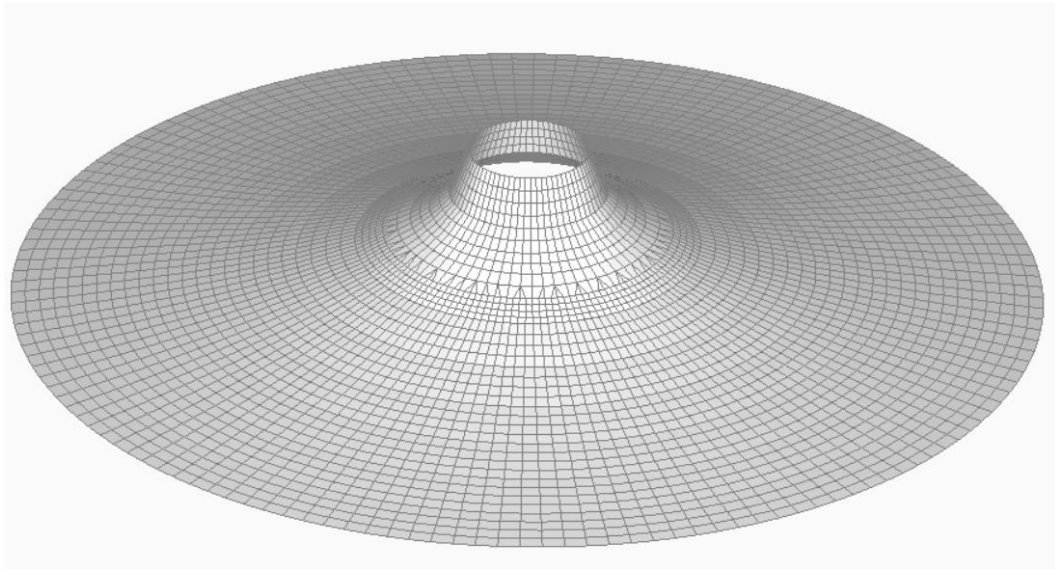


Рис. 1.1. Скінчено-елементна модель.

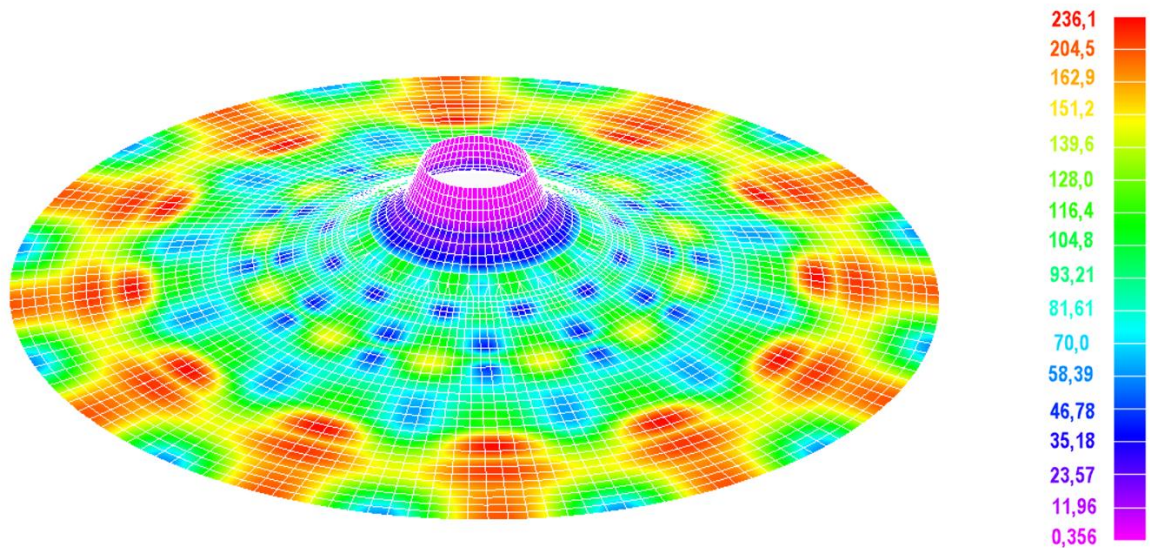


Рис. 1.2 Максимальні напруження по Мізесу при стійкості з урахування геометричної нелінійності.

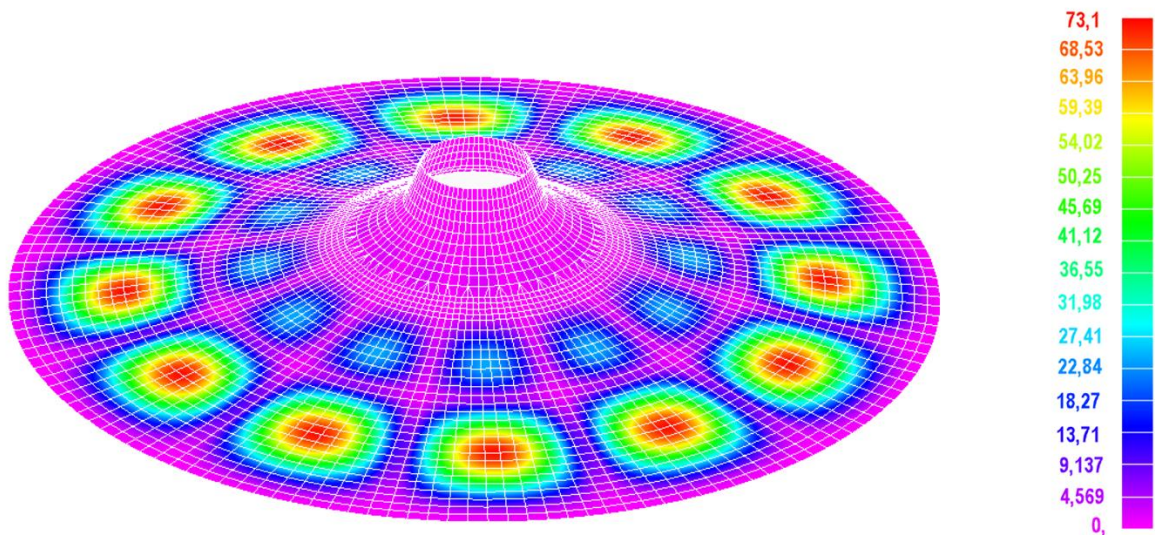


Рис. 1.3 Максимальні переміщення при стійкості з урахування геометричної нелінійності.

**Результати чисельного дослідження стійкості двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні з урахуванням геометричної нелінійності.** В даній науковій праці вдалося виконати чисельне дослідження стійкості двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні, отримані нові прикладні результати. Дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності, а саме ітераційне завантаження, дає можливість ефективно використовувати матеріал. Максимальні напруження становлять 240 МПа (рис 1.2), максимальні переміщення 73 мм (рис. 1.3). Власні значення коефіцієнту запасу дорівнює 0.9999 – це означає, що запас по міцності і стійкості в оболонці відсутній, і ми можемо далі використовувати ці результати для багатокритеріальної параметричної



оптимізації, а результати дослідження підтверджені методикою авторів для об'єктів де врахована оптимізація геометрії оболонок.

## Література

1. Герасимов, Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. Донецк: Вища шк. Главное Изд-во Киев, 1985. 134 с.
2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.
3. Ігнатишин М. І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. Мукачево: РВВ МДУ, 2017. 172 с.
4. Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливань оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Київ : КНУБА, 2022. Вип. 102. С. 67 – 83. DOI: 10.32347/0131-579x.2022.102. 67-83. <https://doi.org/10.32347/0131-579X.2022.102.67-83>
5. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Жупаненко І.В. Параметрична оптимізація вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин.* 2022. № 50 (1). С. 22–34. <https://archive.interconf.center/index.php/conference-proceeding/article/view/3290>
6. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник.* Київ : КНУБА, 2022. Вип. 109. С. 50-65. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65
7. Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Параметрична оптимізація вимушених частот коливання двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні при термосиловому навантаженні. Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Київ : КНУБА, 2022, Вип. 103. С. 67 – 81. DOI: 10.32347/0131-579x.2022.3.67-81
8. Кошевий О.О. Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття. Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. Київ : КНУБА, 2019. Вип. 103. С. 253-265. DOI 10.32347/2410-2547.2019.103.253-265
9. Кошевий О.О. Оптимізація сталюого звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання. *Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник.* Київ : КНУБА. 2018. Вип.3. С.34 – 50. <http://bctp.knuba.edu.ua/article/download/184011/183762>

10. Кошевий О.О., Кошева І.С. Багатокритеріальна параметрична оптимізації в парі цільових функцій: вага і переміщення оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2022. № 49 (1). С. 66-78. <http://ways.knuba.edu.ua/article/download/259338/255986>
11. Кошевий О.П. Кошевий О.О. Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями. *Містобудування та територіальне планування*, Вип. 55. Київ : КНУБА, 2015. С. 215-227.
12. Кошевий О.П. Кошевий О.О. Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі. *Містобудування та територіальне планування*, Вип. 59. Київ, КНУБА, 2016. С. 234-244
13. Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. Київ : КНУБА, 2022. Вип. 108. С. 309–324. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.309–324
14. Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. М.: Наука, 2006. 544 с.

## References

1. Herasymov, E.N., Pochtman YU.M., Skalozub V.V. Mnohokryteryal'naya optymyzatsyya konstruktsyy. (Multicriteria optimization of structures) – Donetsk: Vyshcha shk. Hlavnoe Yzd-vo – Kyev – 1985 – 134 s.
2. Hyll F., Myurrey U., Rayt M. Praktycheskaya optymyzatsyya (Practical optimization). – М.: Myr, 1985. – 509 s.
3. Ihnatyshyn M. I. Mekhaniko-matematychne modelyuvannya elementiv mostovykh konstruktsiy (opora, balka, plyta). (Mechanical and mathematical modeling of elements of bridge structures (support, beam, slab)): monohrafiya. – Mukachevo: RVV MDU, 2017. – 172 s.
4. Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O. Chysalne doslidzhennia parametrychnoi optymyzatsii vymushenykh chastot kolyvan obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazheni. (Numerical study of the parametric optimization of the forced frequency of oscillations of the minimum surface shell on the square contour under thermal load). Interdepartmental scientific and technical collection “*Applied geometry and engineering graphics*”. Kyiv : KNUBA, 2022, Issue 102. P. 67-83. DOI: 10.32347/0131–579x.2022.102. 67–83

5. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O., Zhupanenko I.P.* Parametrychna optymizatsiia vymushenykh chastot kolyvannia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Parametric optimization of frequency oscillation minimum surface shell on a rectangular contour under thermal load). *Ways to increase the efficiency of construction in the conditions in the formation of market relations*. 2022, No. 50(1). P. 22-34. <https://archive.interconf.center/index.php/conference-proceeding/article/view/3290>
6. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O., Kosheviy O.P.* Chyselna realizatsiia bahatokryterialnoi parametrychnoi optymizatsii obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermforce loading). *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv : KNUBA, 2021. Issue108. P. 309–324. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65
7. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O.* Parametrychna optymizatsiia vymushenykh chastot kolyvannia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Parametric optimization of forced frequencies of oscillation of a double-connected coned shell of minimum surface under thermal loading). *Interdepartmental scientific and technical collection "Applied geometry and engineering graphics"*. Kyiv : KNUBA, 2022. Issue 103. P. 67-81. DOI: 10.32347/0131-579x.2022.3.67-81
8. *Kosheviy O.O.* Optymalne proektuvannia tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkami pokryttia. (Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells). *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv: KNUBA, 2019. Issue103. P. 253–265. DOI 10.32347/2410-2547.2019.103.253-265
9. *Kosheviy O.O.* Optymizatsiia stal'noho zvarenoho rezervuaru pry obmezheni: napruzhen', peremishchen', vlasnykh chastot kolyvannia. (Optimization of steel welded tank with limitation: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations). *Budivel'ni konstruktsiyi. Teoriya i praktyka: nauk.-tekhn. zbirnyk*. Kyiv : KNUBA. 2018. Vyp.3. S. 34-50. <http://bctp.knuba.edu.ua/article/download/184011/183762>
10. *Kosheviy O.O., Kosheva I.S.* Bahatokryterialna parametrychna optymizatsii v pari tsilovykh funktsii: vaha i peremishchennia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Multicriterial parametric optimization in a pair of target functions: weight and movement of the shell minimum surface on the straight). *Ways to increase the efficiency of construction in the conditions in the formation of market relations*. 2022. No. 49(1). P. 66-78. <http://ways.knuba.edu.ua/article/download/259338/255986>

11. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Chysel'ne doslidzhennya vlasnykh kolyvan' roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimal'nymy poverkhnyamy. (Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces). *Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya*. Kyiv, KNUBA, 2015. Vyp. 55. S. 215-227.
12. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Vlasni kolyvannya obolonok minimal'nykh poverkhon' na kruhlomu ta kvadratnomu konturi. (Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour). *Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya*. Kyiv, KNUBA, 2016. Vyp. 59. S. 234-244.
13. *Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Grigoryeva L.O.* Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under the rmalloading. (Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under the rmalloading). *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv : KNUBA, 2021. Issue108. P. 309–324. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.309–324
14. *Kryvoshapko S.V., Yvanov V.N., Khalaby S.M.* Analytycheskye poverkhnosty: materyaly po heometryy 500 poverkhnostey y ynformatsyya k raschetu na prochnost' tonkykh obolochek. (Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells). M.: Nauka, 2006. 544 s.

Ph.D., assistant Professor **Kosheviy O.O.**,  
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1903-2905  
Kyiv National University of Construction and Architecture» (KNUCA)  
Postgraduate **Timchenko O.M.**  
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0009-0007-5953-0435  
Kyiv National University of Construction and Architecture» (KNUCA)

### **STABILITY OF A DOUBLE-CONNECTED CONICAL SHELL OF MINIMAL SURFACE UNDER THERMAL AND POWER LOADING WITH CONSIDERATION OF GEOMETRIC NONLINEARITY.**

*In the practice of designing thin-walled spatial structures (shells of minimal surfaces) in the form of complex surfaces, the task of determining the coordinates of the discrete majority of points on the surface of the coating often arises.*

*Minimal surfaces consisting of points defined by three coordinates are most naturally modulated in modern computational complexes such as Femap with Nastran. An important task in the design of minimal surfaces of thin-walled*

coatings is to include lines of a given shape and position (most often second-order curves or higher-order curves) in the surface frame.

The shells created in most cases are monotonous and geometrically primitive, in this scientific article we consider shells of minimal surface, which in fact, due to the coordinate method of setting the point frame, are optimized in shape. In fact, the optimal shape of the shell of the minimum surface is due to the fact that the internal forces, namely, bending moment, transverse force, and longitudinal force, are of small values and are compensated by its shape. An interesting point is that these shells can be specified on any shape in terms of plan: round, square, rectangular, trapezoidal, conical, and others.

The stability of this type of shells of minimal surfaces is an interesting applied problem and numerical modeling for structural and applied mechanics.

Problems of geometric nonlinearity are an important issue in structural and applied mechanics. The nonlinearity of differential equations does not help to apply analytical approaches, which necessitates the use of numerical methods such as the finite element method (FEM). For these problems, the finite element method has been studied in the problems of isotropic bodies.

In this scientific work, a numerical study of the stability of a double-connected cone shell of minimal surface was performed, and new applied results were obtained.

The eigenvalue of the safety factor is 0.9999, which means that there is no safety margin in the shell, and we can further use these results for multicriteria parametric optimization, and the results of the study are confirmed by the authors' methodology for objects where optimization of the shell geometry is taken into account.

*Keywords: minimal surface shell; shell strength; shell stability; geometric nonlinearity; thermal and power loading; minimal surface shell on a square contour; Mises stress; displacement; thickness of the minimal surface shell.*