

## КІЛЬКІСНИЙ АНАЛІЗ НУЛЬ-ВИМІРНИХ (ТОЧКОВИХ) МНОЖИН МЕТОДАМИ ФРАКТАЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

*Луцький національний технічний університет, Україна*

**Запропоновано алгоритми аналізу та кількісної оцінки точкових множин на основі методів фрактальної геометрії. Продемонстровано можливість застосування розробленої методики аналізу плям розпилення та напилення для вирішення прикладних технічних завдань. Зокрема, запропоновано метод фрактальної діагностики якості розпилення палива форсунками дизельних двигунів для оцінки ефективності ремонту деталей паливної апаратури, а також методика кількісної фрактальної оцінки якості нанесення порошкових матеріалів трибостатичним способом на металеві поверхні.**

**Використання методів фрактального геометричного аналізу точкових множин дозволяє оперативно аналізувати й оптимізувати технологічні процеси на підприємствах машинобудівної та автомобільної галузей.**

**Постановка проблеми.** Усі форми, які створюються на основі рівнянь аналітичної геометрії, обмежені, як правило, площинами або найпростішими поверхнями. Використання такого підходу не дозволяє адекватно описати геометричні характеристики природних об'єктів із усіма, їм притаманними, дрібними деталями. При цьому, створювані аналітичні моделі виглядають занадто спрощеними і досить приблизно відображають реальні природні об'єкти.

Для опису складних геометричних форм та явищ «природного» характеру вчені все частіше використовують таке геометричне поняття як фрактали. Фрактал походить від латинського прикметника “fractus” і в перекладі означає той, що складається із фрагментів. Мандельброт [1] запропонував попередньо формулювати визначення фрактала у наступній формі: фракталом називається множина, розмірність Хаусдорфа якої строго більша його топологічної розмірності. Згодом Мандельброт звужив визначення, запропонувавши замінити наступним: фракталом називається структура, що складається із частин, які у певному сенсі подібні до цілого. Отже, там, де закінчуються правильні геометричні форми починаються фрактальні об'єкти.

На практиці фрактальні структури, як правило, представляються певними множинами точок, які утворюють плоскі або просторові геометричні форми. При аналізі кількісних характеристик таких множин найбільш широко використовується метод підрахунку клітин. В основу

даного методу покладена процедура розбиття  $n$ -вимірного простору на (гіпер)куби з ребром довжиною  $d$ , після чого виконується підрахунок числа  $N(d)$  кубів, які містять принаймні одну точку даної множини. Однак, такий підрахунок числової міри множини не несе в собі ніякої інформації про геометричні властивості структури [2].

Отже, однією із числових характеристик фрактальних структур є їх фрактальна розмірність – дробове число, яке узагальнено характеризує складність геометрії, але не дає відповіді на важливі, для практичних реалізацій, запитання про вид структури – точкова це множина, множина ліній чи плоских або просторових фігур; геометричну форму елементів множини – прямолінійний чи криволінійний, замкнутий чи не замкнутий елемент фрактального об'єкту тощо.

Дослідження можливостей характеризувати фрактальний об'єкт не лише числовим значенням розмірності, але й додатковою геометричною інформацією про нього, дозволить більш повно розуміти його практичну суть. А геометрична ідентифікація фрактальних форм дозволить отримати крім потрібних характеристик ще й додаткові параметри, які можна використовувати для аналізу структури й управління фрактальним об'єктом з метою надання йому необхідних властивостей.

Таким чином, актуальними є дослідження геометричних характеристик фрактальних структур, розробка алгоритмів для їх кількісного аналізу та застосування знайдених властивостей для ефективного вирішення прикладних задач у різних технічних галузях.

**Аналіз останніх досліджень.** Теорія фракталів достатньо широко використовується у різних галузях науки, зокрема у фізиці, механіці, матеріалознавстві [2, 3, 4] тощо. Як правило, усі ці дослідження зосередженні навколо визначення та аналізу дробової розмірності фрактальних об'єктів.

Існує багато методів визначення фрактальної розмірності, як числової характеристики самоподібної або самоафінної структури. Серед основних слід відзначити: метод Річардсона, який історично є одним із перших і застосовується для самоподібних геометричних образів; метод Колмогорова, застосовується для самоподібних фрактальних кривих; метод Мінковського (box-counting метод), застосовується як для самоподібних, так і самоафінних образів; методи Корчака, Херста, Расса, RSM, Фур'є тощо. Проте кожен із цих методів дає найкращі результати лише для певних фрактальних структур.

Аналіз літератури показав, що вирішення практичних задач обмежується лише використанням різноманітних методів визначення фрактальної розмірності досліджуваного об'єкту. При цьому не виявлено робіт, у яких крім обчислення фрактальної розмірності, як числової (дробової) характеристики структури, проводився не лише аналіз, але і ставилась задача її геометричної ідентифікації.

**Формулювання цілей роботи.** Метою роботи є розробка методики й алгоритмів кількісного аналізу точкових (нуль-вимірних) множин методами фрактальної геометрії з метою швидкого аналізу та діагностування різноманітних технічних агрегатів для оптимізації відповідних технологічних процесів. Показати дієвість запропонованої методики та комп'ютерної реалізації розроблених алгоритмів для числового аналізу точкових плям на прикладах: оперативної діагностики працездатності форсунок дизельних ДВЗ та кількісної оцінки якості нанесення порошкових матеріалів на металічні поверхні складної геометрії.

**Основна частина.** Аналіз використання фракталів для ефективного розв'язання задач у різних галузях знань показує, що значна їх кількість пов'язана із дискретними точковими множинами, утвореними нуль-вимірними геометричними об'єктами. До них відносяться, наприклад, плями розпилення дизпалива форсунками двигунів внутрішнього згорання (ДВЗ), плями, що характеризують якість роботи розприскувачів або розпилювачів рідин, плями від нанесення порошкових матеріалів або сухих фарб на поверхні тощо. Кожна із вищеперерахованих множин має фрактальну природу. Їх дослідження дозволить суттєво удосконалити сучасні технології виробництва та ремонту обладнання для ефективного нанесення матеріалів із краплинною або порошковою структурою.

Вивчаючи літературні джерела, було виявлено, що задачі оптимізації процесу роботи дизельних ДВЗ прямо пов'язані із підвищенням вимог до паливної апаратури, яка забезпечує тиск впорскування палива і, зокрема, до основного її елементу – форсунок-розпилювачів. Низький ресурс розпилювачів форсунок, порівняно із ресурсом інших елементів паливної апаратури, вимагає проведення досліджень та спеціальних робіт для збільшення тривалості їх роботи. Актуальним завданням є отримання інформації про дефекти розпилювачів форсунок, адже вона є вихідною при вирішенні завдання підвищення ресурсу роботи ДВЗ.

Економічність, екологічність, потужність та інші характеристики двигуна залежать від якості розпилення палива. Якість розпилення палива дизельною форсункою визначається дрібністю крапель, однорідністю дисперсії, а також рівномірністю розподілу крапель палива в об'ємі струменю. Усі ці геометричні характеристики можна аналізувати при дослідженні взаємозв'язку дробової розмірності фрактальних точкових геометричних структур із якістю розпилення палива форсунками на різних контактних поверхнях.

Основними параметрами розпилювачів форсунок, які можуть контролюватися на сучасних приладах і стендах, є: якість розпилення, гідравлічна щільність розпилювача та форсунки, герметичність запірних конусів розпилювача форсунки, тиск початку впорскування палива форсункою, хід голки розпилювача форсунки, пропускна здатність форсунки.

Слід зазначити, що один із основних показників діагностування, а саме

аналіз якості розпилення палива форсункою, на сьогодні проводиться або із використанням надто складних і дорогих методів, або на примітивному візуальному рівні. При аналізі літературних джерел не виявлено робіт щодо розробки механізмів кількісної оцінки якості факела розпилення палива під час ремонту, коли форсунка знаходиться на стенді, а не у двигуні.

Слід палива на папері чи пластику під час розпилення палива форсункою має вигляд стохастичного фракталу. Досліджуючи фрактальні параметри факелу впорскування чи плям суміші, отриманих від розпилення, можна швидко кількісно оцінити якість роботи форсунок певних конструкцій.

Нами був створений і експериментально протестований метод фрактальної діагностики якості розпилення палива форсунками дизельних ДВЗ та розроблено алгоритми його комп'ютерної реалізації. Запропонований метод дає можливість швидко та ґрунтовно проводити технічну діагностику форсунок для оцінки їх технічного стану [5].

Зміст методу полягає в наступному. На прилад типу КІ-562Д монтується еталонна форсунка відповідного маркування. Створюється необхідний тиск впорскування і на папері отримується множина плям дизельного пального від розпилення її соплами. Заміряються основні геометричні параметри: кути нахилу форсунки до поверхні нанесення плям і відстань від сопла до цієї ж поверхні. Далі, із фіксованими геометричними параметрами всіх відстаней і кутів, за допомогою фотокамери отримуються знімки еталонних плям, один із яких наведено на рис. 1, а.

Виявлено, що метод порівняння плям розпилення і визначення їх фрактальної розмірності безпосередньо залежить від умов отримання фотографій цих плям. Колір дизпалива, тиск відкриття сопла форсунки, відстань від сопла до ватману, на якому відображається пляма розпилення, кут нахилу ватману до центрованого сопла під час проведення експерименту мають бути однаковими.

Крім того, отримані зображення приводяться до єдиного формату та фіксованого розміру (ширина 1500 пікселів). Цей розмір був вибраний як максимально ефективний для підрахунку фрактальної розмірності зображень такого виду. Для того, щоб алгоритм фрактальної ідентифікації був стійкішим до умов освітлення, усі кольорові зображення перетворювалися у напівтонові.

Як і будь-яка інша система розпізнавання зображень, система фрактальної ідентифікації плям розпилення палива форсунками дизельних ДВЗ складається із декількох стандартних процедур [6].

Перша процедура – це сегментація зображення плями розпилення, тобто встановлення дискретних границь інтенсивності крапель на зображенні. Виділення сегменту, який буде далі розглядатись при аналізі та встановленні дробової розмірності, пов'язане із відстанню між окремими частинками плям (рис. 1, б). Відстань не повинна бути більша, ніж 3 пікселі.

Далі зображення плям нормалізується і приводиться до піксельного скелету з відповідними геометричними параметрами (рис. 1, в). Фрактальна розмірність «еталонних» плям визначалась за допомогою декількох різних програм підрахунку розмірності із використанням запропонованих нами алгоритмів.

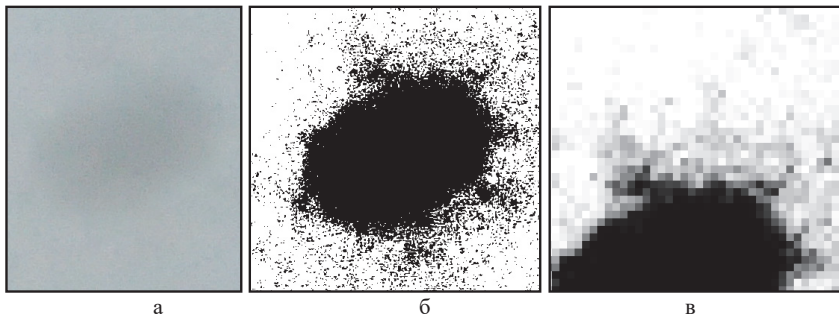


Рисунок 1

Фрактальна розмірність десяти зразків розпилення дизельного палива еталонною форсункою коливалась у межах  $D = 1,29 \dots 1,31$ .

Далі, на тому ж стенді, досліджувалися декілька різних ремонтних форсунок, із тими ж геометричними параметрами розташування. Приклад однієї плями, отриманої від розпилення дизельного палива однією з ремонтних форсунок, наведено на рис. 2, а.

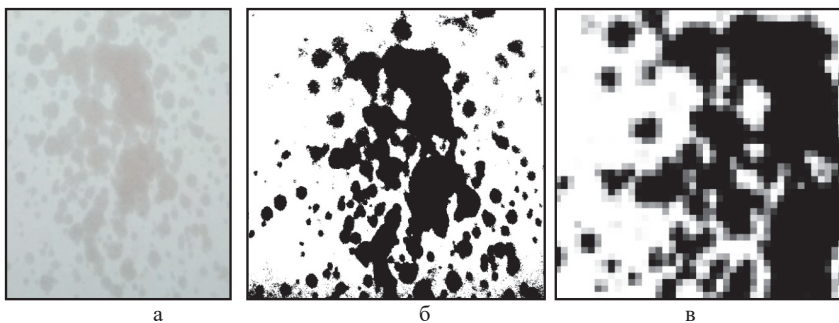


Рисунок 2

Використовуючи процедури ідентифікації зображень плям розпилення ремонтною форсункою (рис. 2, б, в) виявлено, що фрактальна розмірність плям від впорскування склала  $D = 1,7 \dots 1,83$ , що значно перевищувало розмірність зображень плям від впорскування еталонною форсункою.

Експеримент і подальші спроби експлуатації ремонтних форсунок показали, що при утворенні ними плям розпилення із фрактальною

розмірністю до  $D = 1,38$ , їх нормальна працездатність відновлюється шляхом промивання елементів прецизійних пар і чистки сопел.

При показниках фрактальної розмірності плям від розпилення ремонтною форсуною більше  $D = 1,40$ , для подальшої експлуатації слід замінити розпилювач форсунок.

Запропонований нами метод є ефективним для оперативної діагностики форсунок дизельних ДВЗ. Він базується на аналізі відомих методів фрактального моделювання об'єктів із дробовою розмірністю та корегуванні алгоритмів для оцінки фрактальних характеристик саме точкових множин, які можуть виступати моделями крапель палива у плямах розпилення форсунок ДВЗ.

Ще одним застосуванням досліджень фрактальної структури точкових множин стали порошкові технології фарбування криволінійних поверхонь трибостатичним напиленням [7]. Проаналізувавши конструкції пістолетів для нанесення порошкових фарб, було виявлено, що триборозпилювачі мають ряд переваг перед пістолетами з електростатичним напиленням: менша вага, суттєво менша вартість, ефективність нанесення порошоків у важкодоступні місця тощо.

Однак, як виявилось, актуальною практичною задачею оптимізації процесів нанесення порошкових фарб трибостатами є усунення основного недоліку таких пристроїв – складність досягнення достатньої величини заряду без попереднього регулювання порошкових сумішей за дисперсністю та вологістю. Висока швидкість руху частинок різних розмірів і вологості при напиленні із недостатньою їх наелектризованістю призводить до здування порошку з деталей та суттєво знижує ефективність його осадження. Вирішити поставлену проблему неможливо без технології кількісної оцінки зображень напилення порошкових фарб, їх аналізу та запровадження ефективних способів впливу на якість трибостатичної зарядки.

Нами була запропонована конструкція універсального розпилювача трибопістолета, яка дозволяє, за рахунок спеціально розробленого оснащення та відповідної методики його застосування, керувати процесом трибозарядки порошкових фарб різної дисперсності, вологості, матеріалу [7].

Основа конструкції стандартного трибопістолета (рис. 3) не змінюється. Головним елементом удосконаленої конструкції є спіральний елемент зі спеціальними кріпленнями, що як конструктор, збирається у сердечнику триборозпилювача (рис. 4).

Таке удосконалення дозволило швидко й ефективно збільшувати шлях і площу зарядних поверхонь, кількість і силу зіткнень між частинками порошку та зарядними поверхнями, а також між самими частинками, силу взаємодії частинок із зарядними поверхнями розпилювача, і тим самим, керувати ступенем наелектризованості порошку, а значить і якістю його осадження на фарбовані деталі.



Рисунок 3

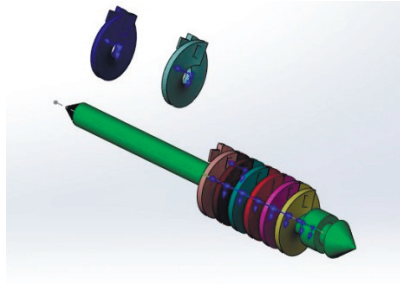


Рисунок 4

Для ефективного застосування запропонованої конструкції розпилювача необхідні дієві методи оцінки якості нанесення різних порошкових матеріалів, із різною дисперсністю та хімічними властивостями на різні за геометрією поверхні, виготовлені із різних матеріалів. До таких методів можна, знову ж таки, віднести методи фрактальної геометрії, методи підрахунку фрактальної розмірності для чисельного аналізу технологічних процесів та якості осадження порошків на фарбовані деталі.

Для практичної реалізації розроблених методики та конструкції розпилювача трибопістолета, на підприємстві із порошкового фарбування елементів кузовів автомобілів для одного і того ж матеріалу фарбування проведена серія експериментів із дослідження якості порошкового фарбування.

Для цього стандартним пістолетом (рис. 3) на заземлену плоску поверхню із встановленої відстані наносилася порошкова фарба різних виробників, різної дисперсності і з різними термінами зберігання. Приклад одного зразка із зображенням напilenня порошку відповідної фірми, обробленими фотографіями для підрахунку фрактальної розмірності наведено на рис. 5.

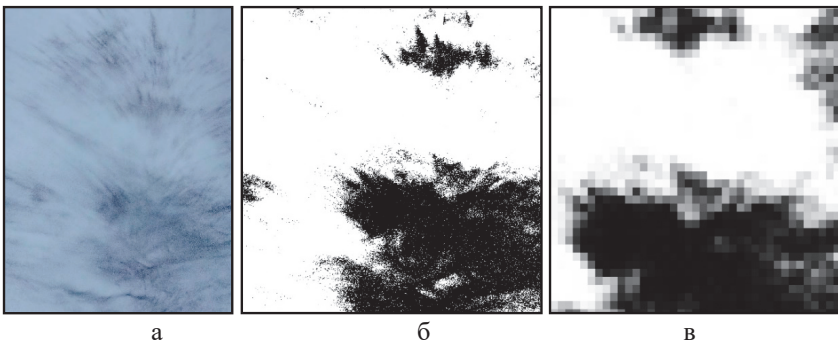


Рисунок 5

Далі в конструкцію розпилювача додавалися почергово шнекові елементи (рис. 4) і знову проводився процес напilenня, фотографування та

фіксації, як змінюється ефект осипання порошкових матеріалів. Приклад плями від роботи розпилювача з сімома шнековими елементами й обробленими зображеннями наведено на рис. 6.

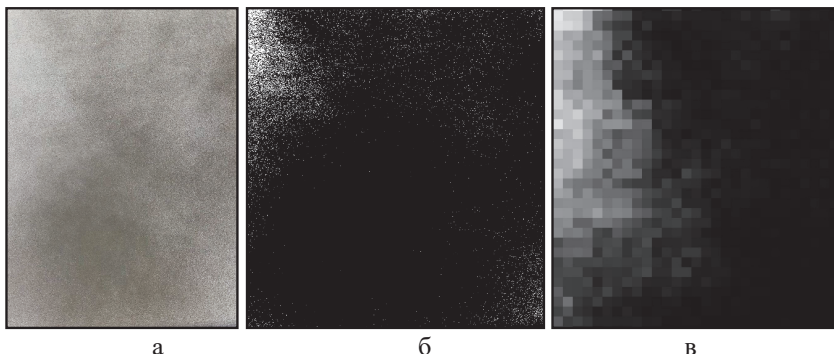


Рисунок 6

Навіть візуально видно, як при одних і тих же умовах змінюється якість нанесення даного виду порошкової фарби зі зміненими умовами трибозарядки частинок порошоків.

Показник фрактальної розмірності зразків зображень плям напилення збільшувався із застосуванням і збільшенням кількості шнекових елементів у конструкції розпилювача трибопістолета. Так фрактальна розмірність зображення на рис. 5 складала  $D = 1,54$ , а фрактальна розмірність плями на рис. 6 –  $D = 1,81$ .

Результати цілком зрозумілі та легко пояснюються. Додаючи в конструкцію шнекові елементи, було збільшено довжину шляху проходження порошку у триборозпилювачі, при цьому збільшуючи кількість зіткнень окремих частинок порошку як між собою, так і зі стінками розпилювача. Це давало можливість сильніше заряджати частинки різного розміру кожної порошкової фарби, а від так – суттєво зменшувати ефект осипання порошку на фарбованому матеріалі. Встановлено, що оптимальна якість фарбування (після полімеризації) порошками досягалася тоді, коли фрактальна розмірність плям напилення складала від 1,68 до 1,84 одиниць.

Запропонована методика оперативної діагностики форсунок дизельних ДВЗ та кількісної оцінки якості нанесення порошкових матеріалів на металеві поверхні складної геометрії, в основі якої лежить фрактальний аналіз точкових множин, дозволить суттєво оптимізувати технологічні виробничі процеси на невеликих підприємствах машинобудівної та автомобільної галузей.

**Висновки.** У даній роботі запропоновано методику, алгоритми та комп'ютерну реалізацію кількісного аналізу точкових (нуль-вимірних) множин методами фрактальної геометрії, з метою швидкого аналізу та діагностування різноманітних технічних агрегатів і для оптимізації



відповідних технологічних процесів.

Подальша робота планується в напрямку ідентифікації та кількісного фрактального аналізу зображень, пов'язаних із одновимірними та двовимірними множинами (оцінка сітки міських доріг, планувальної структури міст, геології визначених за площею ареалів, властивостей розміщення популяцій тварин тощо).

### **Перелік джерел посилання**

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – Москва: Институт компьютерных исследований, 2002, - 656 с.
2. Федер Е. Фракталы: [пер. с англ.] / Е. Федер. – М.: Мир, 1991.
3. Самчук В.П., Клак Ю.В., Прушко І.В. Дискретне моделювання фрактальних геометричних об'єктів у машинобудуванні // Наукові нотатки ЛНТУ. – Луцьк: ЛНТУ, 2013. - Вип. 42. - С. 220-224.
4. Самчук В.П., Клак Ю.В. Дискретне формування фрактальних структур із заданою розмірністю статико-геометричним методом // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Зб. наук. пр. - Київ, 2013. - Вип. 91. – С. 226-233.
5. Pustiulha, S., Samostian, V., Tolstushko, N., Korobka, S., Babych, M.: Fractal diagnostics of the degree of fuel atomization by diesel engine injectors. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 6, 8(90), 40-47 (2017).
6. Пустюльга С.І., Самостян В.Р., Головачук І.П., Придюк В.М., Оксенюк В.А. Методика ідентифікації зображень п'ятен розпилу палива форсунками // Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті. – Луцьк, 2018. – Вип. 2 (11). с. 110-116.
7. Pustiulha, S., Holovachuk, I., Samchuk, V., Samostian, V., Prydiuk, V.: Improvement of the technology of tribostate application of powder paints using fractal analysis of spray quality. 2 International conference on Design, Simulation, Manufacturing: The Innovation Exchange 11-14 June, 2019, Lutsk, DOI:10.1007/978-3-030-22365-6\_28, – 10с.

### **QUANTITATIVE ANALYSIS OF NULL-DIMENSIONAL (POINTS) MULTIPLICITY BY METHODS OF FRACTAL GEOMETRY**

S. Pustyluga V. Samchuk, V. Samostian, I. Holovachuk

The algorithms of analysis and quantitative estimation of point sets on the basis of fractal geometry methods are proposed. It is shown the possibility of application of the developed method of sputtering and sputter analysis for solving applied technical problems. In particular, the method of fractal diagnostics of fuel spray nozzles with diesel engine nozzles was proposed to evaluate the efficiency of repair of fuel equipment components, as well as the method of quantitative fractal estimation of the quality of applying powder materials to metal surfaces in a tribostatic way. Using methods of fractal geometric analysis of point sets allows to efficiently analyze and optimize technological processes at the enterprises of machine-building and automobile industry.