

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЗАДАЧАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ВЫСОКОТОЧНЫХ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

*Национальной технической университет Украины
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»*

В работе представлены теоретические основы построения математической модели для моделирования картины магнитного поля в рабочей зоне специальных устройств со сложной геометрией магнитной системы.

В качестве метода решения задачи, при наличии в пространстве ряда различных однородных и изотропных сред, предложено использовать метод «вторичных» источников. Это позволяет разделить решение задачи нахождения геометрии распределения поля на два этапа: на первом этапе находится распределение вторичных источников, действие которых эквивалентно влиянию неоднородной среды, а затем рассчитывается суммарное поле от первичных и вторичных источников.

Благодаря такому подходу для кусочно-однородной среды задача расчета картины поля может быть сформулирована в виде системы линейных интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

Для решения интегральных уравнений был выполнен переход к конечной системе линейных алгебраических уравнений. При этом учитывались особенности геометрии магнитной системы конструкции (краевые условия). Решение системы алгебраических уравнений было получено несколькими методами для оценки результатов моделирования.

На основании предложенного метода была получена математическая модель и разработан программный комплекс, реализующий численный алгоритм расчета геометрии магнитного поля в рабочей зоне специального устройства.

Ключевые слова: моделирование, математическая модель, алгоритм, программа, магнитная система, магнитное поле, геометрия.

Постановка проблемы. Приоритетное развитие перспективных высокотехнологических комплексов различного назначения (автономные робототехнические системы, медицинские системы, навигационные системы, системы слежения и другие) предполагает разработку новых или модернизацию серийно выпускаемых исполнительных устройств (ИУ) с повышенными эксплуатационными характеристиками.

При проектировании новых типов высокоточных ИУ необходимо моделировать геометрию электромагнитного поля в рабочей зоне

устройства. Как известно, главной частью каждого электромагнитного устройства является магнитная система, предназначенная для создания и концентрации магнитного поля в заданном ограниченном объеме. Поскольку электромагнитным полем, создаваемым магнитной системой, определяются все свойства и характеристики механизма, то без моделирования геометрии поля нельзя спроектировать и само устройство, обладающее заданными характеристиками.

Анализ последних исследований и публикаций. Разработка новых исполнительных устройств для систем автоматики, применяющихся в специальной технике, связана с проектированием электрических машин с улучшенными техническими показателями [1]. Как правило, в состав технического комплекса входят различные по назначению, типу и мощности исполняющие элементы на базе электрических машин – моментные, шаговые и другие. Это усложняет процесс проектирования всего объекта с определенными тактико-техническими характеристиками и требует применения новых математических моделей и алгоритмов для выполнения расчетов и моделирования его показателей (масса, мощность, точность, низкий уровень помех и шумов и целый ряд других параметров).

Результаты практического применения пакета программ, разработанного в Институте электродинамики НАН Украины, для расчетов плоскопараллельных магнитных полей электродвигателей нескольких типов показали высокую эффективность использования программного обеспечения при исследовании (численном моделировании) и проектировании электромагнитного поля в рабочей зоне электрических машин. Выполнение вариационных расчетов [1, 2] (учитывающих возможные/допустимые погрешности изготовления и отклонения качественных характеристик исходных материалов) позволяет производить электротехнические устройства с минимальным/заданным отклонением требуемых характеристик.

Цель статьи. Показать возможные дальнейшие подходы к совершенствованию процесса разработки специализированных программных комплексов автоматизированного проектирования электротехнических устройств, путем создания вычислительных модулей на базе новых математических моделей, которые учитывают многомерное распределение электромагнитного поля в конструктивных элементах сложной геометрии.

Основная часть. Современный уровень развития аппаратных и программных средств предоставляет новые возможности для совершенствования методик расчета и, как следствие, разработки специализированных систем автоматизированного проектирования (САПР) электротехнических устройств специального назначения.

При решении задачи проектирования комплексной САПР, необходимо учитывать те обстоятельства, что, во-первых, предлагаемые методы вычислений, математические модели и расчетные алгоритмы

должны достаточно легко формализовываться и программироваться и, во-вторых, на этапе расчета выходных характеристик устройства подсистема проектирования геометрии поля неизбежно ограничивает возможности САПР.

Для разработки вычислительных модулей могут быть использованы известные [3, 4] математические модели, ориентированные на задачи большой размерности с максимальным использованием аналитических методов, реализуемых при разработке математического обеспечения САПР.

Как известно, методы расчетов могут быть разделены на две категории: аналитические и численные. В первой категории решением является алгебраическое уравнение, в которое подставляются значения параметров, определяющих поле. Во второй категории решение имеет вид совокупности численных значений описывающей поле функции для одной частной совокупности значений параметров. Для тел, имеющих простую (каноническую) геометрическую форму, можно довольно легко получить точные аналитические расчетные уравнения. Однако для электромагнитных систем с деталями сложной формы и с нелинейными характеристиками сред часто невозможно получить аналитические выражения, описывающие поле, в конечном виде. В таких случаях частные задачи могут быть решены применением численных методов. При этом расчет геометрии поля усложняется отсутствием эффективных методик. До сего времени многие задачи проектирования картины магнитного поля решаются применением полуэмпирических методов и поверяются многократными экспериментами, что связано со значительными временными и финансовыми затратами.

Поэтому является актуальной разработка алгоритмов моделирования, основанных на использовании смешанных методов расчетов, в которых введение предварительных аналитических упрощений приводит к существенному сокращению объема вычислений. При этом существенным образом могут быть сокращены сроки и повышено качество разработки новых устройств. Но для этого необходимо иметь стандартизированные программные пакеты для расчета картины магнитного поля в электромагнитных системах заданной геометрии. Создание таких программ требует разработки универсальных математических методов расчета электромагнитных процессов в неоднородных средах с произвольной формой поверхностей раздела сред.

Метод решения. Для детального исследования электромагнитных процессов необходимо исследовать характеризующие их поля и с этой целью сформировать уравнения их описывающие.

Один из методов решения задачи, при наличии в пространстве ряда различных однородных и изотропных сред, заключается в нахождении плотностей «вторичных» источников [4], выделяющихся на поверхностях раздела разнородных сред. При этом, решение задачи нахождения

геометрии распределения поля, разбивается на два этапа: вначале находится распределение вторичных источников q_N , действие которых эквивалентно влиянию неоднородной среды, а затем рассчитывается суммарное поле от первичных q_m и вторичных q_N источников. В случае простых форм граничных поверхностей (плоскость, цилиндр, сфера, некоторые их комбинации и др.) можно получить непосредственно разрешимые уравнения для определения вторичных источников и, таким образом, полностью решить поставленную задачу. В более сложных случаях приходится решать систему совокупных интегральных уравнений, которые для некоторых классов задач могут быть решены лишь в общем виде.

Для кусочно-однородной среды задачу расчета картины поля можно сформулировать в виде системы линейных интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

Вывод интегрального уравнения для поверхностных магнитных зарядов σ_N подробно рассмотрен в [2]. Приведем, без промежуточных выкладок, общее интегральное уравнение (1), которым формулируется задача расчета поля:

$$\sigma_N + \frac{\lambda}{2\pi} \int_{S_N} \sigma_N \frac{\overrightarrow{R_{QN}} \overrightarrow{n}}{R_{QN}^3} dS = - \frac{\lambda \mu}{2\pi} \int_{V_M} \frac{[\overrightarrow{\delta}(M) \overrightarrow{R_{QM}}] \overrightarrow{n}}{R_{QM}^3} dV, \quad (1)$$

$$\text{где } \lambda = \frac{\mu_- - \mu_+}{\mu_- + \mu_+}; \quad \sigma_N / \mu = H_{n_+}'' - H_{n_-}'';$$

$\overrightarrow{R_{QN,M}}$ – вектор расстояния между точкой наблюдения поля Q и точками, в которых находятся источники поля N, M .

Аналитическое решение интегрального уравнения, к которому сводится расчет электромагнитного поля методом «вторичных» источников, в общем случае получить нельзя. Один из наиболее распространенных приближенных методов решения линейных интегральных уравнений состоит в замене интегральных уравнений конечной системой линейных алгебраических уравнений. Процесс замены интегрального уравнения системой алгебраических уравнений осуществляется следующим образом. Контур интегрирования разбивается на N малых интервалов $\Delta_{N,j}$, а распределение вторичных источников $\sigma_{N,j}$ на каждом из них принимается постоянным. Алгоритм решения задачи при этом получается наиболее эффективным. Такой подход применим для расчета полей в устройствах, имеющих простую геометрию конструкции с достаточно большими воздушными зазорами. Придавая индексу j значения от 1 до N , получаем систему линейных алгебраических уравнений (2) вида:

$$A[i][j] * X[j] = P[i], \quad (2)$$

с N неизвестными $\sigma_{N,i}$.

Для решения системы уравнений (2) может быть применен один из наиболее рациональных методов (метод последовательных приближений, прямые или смешанные методы).

Если плотности всех «вторичных» источников σ_N найдены, то напряженность магнитного поля $\vec{H}(Q)$ может быть определена по следующей формуле:

$$\vec{H}(Q) = -\frac{1}{4\pi} \int_{V_M} \frac{[\vec{\delta}(M) \overrightarrow{R_{QM}}]}{R_{QM}^3} dV - \frac{1}{4\pi\mu} \int_{S_N} \sigma_N \frac{\overrightarrow{R_{QN}}}{R_{QN}^3} dS. \quad (3)$$

Практические результаты. На основании полученных уравнений (1 – 3) была составлена математическая модель и разработан программный комплекс «Magnetic Field Map Builder» [5], реализующий численный алгоритм расчета геометрии магнитного поля.

В качестве примера работы программы, на рисунке 1 показана картина распределения магнитного поля системы магнитов, помещенных в магнитный экран, в плоскости, проходящей через геометрический центр (по оси OZ) устройства. Причем левая часть рисунка соответствует наведенным (вторичным) источникам, а правая часть демонстрирует суммарное поле.

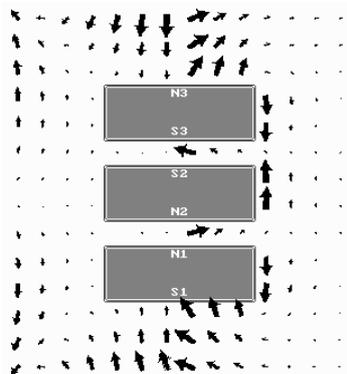


Рис. 1 Картина распределения магнитного поля системы магнитов, помещенных в магнитный экран

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Разработана математическая модель, алгоритм и программное обеспечение, позволяющие построить картину магнитного поля в рабочей зоне устройства с постоянными магнитами и, таким образом, оценить его выходные характеристики. Проведены эксперименты, путем численного моделирования, по оценке электромагнитных характеристик разрабатываемого устройства при различных входных параметрах.

Предложенные в работе методы позволяют решить не только конкретную задачу по расчету геометрии магнитного поля в рабочей зоне исполнительного устройства, но и могут быть применены для расчетов других электротехнических изделий, имеющих сложную геометрию конструкции, что позволяет на этапе проектирования электротехнических приборов путем моделирования оценить их выходные характеристики.

Литература

1. Лазарев Г.В., Рыбка Я.В. и др. Опыт разработки и изготовления серийных электродвигателей для систем автоматики // Артиллерийское и стрелковое вооружение. – Киев, 2006. – № 4. С. 44 – 47.
2. Красноголовец А.Н., Крячок А.С., Исследование магнитного поля в рабочей зоне электродвигателя с постоянными магнитами. Технологический аудит и резервы производства, № 2/5 (22), 2015. – С. 60 – 62.
3. Гринберг Г.А., Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений, М., Издательство АН СССР, 1948, 727 стр.
4. Тозони О.В., Метод вторичных источников в электротехнике, М., «Энергия», 1975, 296 стр.
5. Красноголовец А.М., Крячок О.С., Комп'ютерна програма «Magnetic Field Map Builder», Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 59611 // Державна служба інтелектуальної власності України. 13.05.2015.

МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОМЕТРІЇ МАГНІТНОГО ПОЛЯ В ЗАДАЧАХ ПРОЕКТУВАННЯ ВИСОКОТОЧНИХ ВИКОНУЮЧИХ ПРИСТРОЇВ

О.С. Крячок

*Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»*

У роботі представлені теоретичні основи побудови математичної моделі для моделювання картини магнітного поля у робочій зоні спеціальних пристроїв зі складною геометрією магнітної системи.

В якості методу розв'язання задачі, при наявності в просторі різних однорідних і ізотропних середовищ, запропоновано використовувати метод «вторинних» джерел. Це дозволяє розділити рішення задачі зі знаходження геометрії розподілу поля на два етапи: на першому етапі знаходиться розподіл вторинних джерел, дія яких еквівалентна впливу неоднорідного середовища, а потім розраховується інтегральне поле від первинних і вторинних джерел.

Завдяки такому підходу для кусково-однорідного середовища задача розрахунку картини поля може бути сформульована у вигляді системи лінійних інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду.

Для знаходження рішення інтегральних рівнянь виконано перехід до кінцевої системи лінійних алгебраїчних рівнянь. При цьому враховувалися особливості геометрії магнітної системи конструкції (граничні умови). Рішення системи алгебраїчних рівнянь отримано кількома методами для оцінки результатів моделювання.

На підставі запропонованого методу отримано математичну модель і розроблено програмний комплекс, який реалізує чисельний алгоритм розрахунку геометрії магнітного поля у робочій зоні спеціального пристрою.

Ключові слова: моделювання, математична модель, алгоритм, програма, магнітна система, магнітне поле, геометрія.

MODELING OF MAGNETIC FIELD GEOMETRY FOR HIGH PRECISION EXECUTIVE DEVICES

О Криачок

*National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»*

The paper presents the theoretical foundations of constructing a mathematical model for modeling the geometry of the magnetic field in the working area of special devices with complex geometry of the magnetic system.

It is proposed to use the method of secondary sources as a method for solving the problem, in the presence of a number of different homogeneous and isotropic media in space. This allows us to divide the solution of the problem of finding the field distribution geometry into two stages: at the first stage, we find the distribution of secondary sources, the action of which is equivalent to the influence of an inhomogeneous medium, and then the total field from the primary and secondary sources is calculated.

Thanks to this approach, for a piecewise-homogeneous medium, the problem of calculating the field pattern can be formulated in the form of a system of linear Fredholm integral equations of the second kind.

To solve the integral equation, a transition was made to a finite system of linear algebraic equations. In this case, the geometry features of the magnetic system of the structure (boundary conditions) were taken into account. The solution of the system of algebraic equations was obtained by several methods to evaluate the simulation results.

Based on the proposed method, a mathematical model was obtained and a software package was developed that implements a numerical algorithm for calculating the magnetic field geometry in the working area of a special device.

Keywords: modeling, mathematical model, algorithm, program, magnetic system, magnetic field, geometry.