

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ МЕТОДАМИ ДИСКРЕТНОЇ ГЕОМЕТРІЇ**

*У публікації надано аналіз стану впровадження та ефективності використання геометричних методів дослідження та управління економічними процесами. Задача управління економічними процесами набуває надзвичайної актуальності за умови децентралізованої (ринкової) економіки. Економічні процеси відрізняються складністю і неоднозначністю. Існує безліч досліджень та науково-прикладних праць, що свідчать про актуальність та ефективність саме математичних та геометричних методів аналізу економічних процесів та прийняття рішення в управлінні економікою.*

*Управління економічними процесами за умови ринку відрізняється неповнотою інформації та невизначеністю. Система функціонує у випадкових стохастичних умовах. Закон зміни параметрів, що характеризують процес, спочатку визначається наближено на основі апріорної залежності та уточняється з бігом часу. Отже актуальним стає задача прогнозування та оптимізації економічних процесів.*

*Через складний вигляд математичних цільових функцій, що моделюють економічний процес, шукане рішення слід вважати рекомендованою характеристикою. Остаточне управлінське рішення приймається на основі практичного досвіду фахівця в результаті аналізу ймовірнісних результатів моделювання і коригується у відповідності з загальною стратегією розвитку процесу. Використання геометричних методів моделювання, які відрізняються наочністю та конструктивністю, дозволяє розширити можливості апарату аналізу та прогнозування змін процесу. До того ж в геометрії так само, як і в економічних процесах проєктуються та досліджуються функції на скінченному інтервалі зміни параметрів, на відміну від необмежених абстрактних математичних функцій. Геометрична інтерпретація ймовірнісних характеристик процесу обумовлює якісно новий підхід до пошуку рішення.*

*Слід відзначити, що з деяких причин: дискретний характер введення-виведення даних, подання проєктних рішень, складання розрахункових моделей, всі моделі економічних процесів слід вважати дискретними.*

*Дискретний характер моделей процесів в економіці обумовлює актуальність використання у якості апарату моделювання саме дискретної геометрії.*

*Ключові слова: геометричне моделювання; дискретна геометрія; економічні процеси; прогнозування та оптимізація стохастичних процесів.*

**Постановка проблеми.** Науково-технічний прогрес, що охоплює в теперішній час всі галузі народного господарства, потребує комплексного впровадження методів математичного моделювання задач управління економічними процесами. В системі державного управління економікою розробляються глобальні комплексні цільові програми економічної діяльності на основі імітаційних моделей з урахуванням статистичного аналізу попереднього досвіду. Слід зазначити, що задача управління економічними процесами набуває надзвичайної актуальності за умови децентралізованої (ринкової) економіки. Не зважаючи на те, що ринок це саморегулююча система, управління зберігається на рівні окремих виробничо-економічних систем (ВЕС): банк, завод, торговельне підприємство і таке інше. Більше того, за умови ринкової економіки зростає відповідальність за управлінські рішення на рівні ВЕС. Невдало прийняте рішення на цьому рівні може призвести до розорення ВЕС, а державні структури не зобов'язані компенсувати наслідки таких помилкових рішень. Важливий елемент розвитку ВЕС - наявність гнучких систем управління економічними процесами.

В економіці діють складні закони, і на неї впливають суперечливі фактори всіх складових систем існування людства. Тому економічна наука не завжди дає точні рішення. Зазвичай це певний спектр можливих рішень. Саме за допомогою математичних моделей вченим вдалося встановити ряд суттєвих законів ринкової економіки.

**Ціль статті.** Метою даної публікації є визначити напрями дослідження геометричних моделей економічних процесів та актуальність і перспективи геометричного дискретного моделювання в економіці і стохастичних процесів в цілому.

**Аналіз основних досліджень і публікацій.** Економічні процеси відрізняються складністю і неоднозначністю. Тому багато економістів вважають, що вивчення і практичне застосування в економіці математичних моделей і геометричних методів обмежено або неможливо. Однак існує безліч досліджень та науково-прикладних праць, що свідчать про актуальність та ефективність саме математичних та геометричних методів аналізу економічних процесів та прийняття рішень в управлінні економікою [1], [2], [3]. Останнім часом досить ефективним здається геометричний апарат для моделювання стохастичних процесів. Дискретне моделювання наразі набуло широкого розвитку у роботах багатьох вчених:

Ю. І. Бадаєва, В. В. Ваніна, С. М. Грибова, С. М. Ковальова, В. М. Найдіша, А. В. Павлова та їх учнів [4], [5], [6].

Геометричне моделювання вивчає методи побудови моделей реальних об'єктів, процесів та явищ, а також методи аналізу та управління цими моделями.

Всі роботи, що стосуються методів дискретної геометрії, можна розділити за принципом прикладної спрямованості на дві групи: моделювання геометричних об'єктів (проекування архітектурних оболонок та каналових поверхонь, автомобілебудування, тощо) і моделювання процесів. Безумовно, що геометричне моделювання процесів, зокрема економічних, суттєво відрізняється природою управляючих параметрів (стабільною або ймовірнісною), кількістю параметрів (дво-, три-вимірних моделей та багатопараметричних задач [7]), шуканим результатом (у вигляді форми кривої, поверхні з певними граничними умовами або прогнозування і оптимізація в умовах динамічного розвитку стохастичної моделі).

**Основна частина.** Управління економічними процесами за умови ринку відрізняється неповнотою інформації та невизначеністю. Система функціонує у випадкових стохастичних умовах. Закон зміни параметрів, що характеризують процес, спочатку визначається наближено на основі апріорної залежності та уточнюється з бігом часу. Отже актуальним стає задача прогнозування та оптимізації економічних процесів.

Традиційно ця задача розв'язується на основі методів теорії ймовірності, випадкових процесів та математичної статистики. Математичне моделювання стохастичних процесів, параметри яких мають ймовірнісний характер, відрізняється тим, що результатом моделювання можуть бути: можливі інтервали зміни параметру, область можливих або несприятливих результатів, область існування рішення, функції ризику та розподілу випадкової величини, математичне сподівання і таке інше. Через складний вигляд математичних цільових функцій, що моделюють економічний процес, шукане рішення визначається орієнтовно. Остаточне управлінське рішення приймається на основі практичного досвіду фахівця в результаті аналізу ймовірнісних результатів моделювання і коригується у відповідності з загальною стратегією розвитку процесу. Використання геометричних методів моделювання, які відрізняються наочністю та конструктивністю, дозволяє розширити можливості апарату аналізу процесу. До того ж в геометрії так само, як і в економічних процесах проектується та досліджуються функції на скінченному інтервалі зміни параметрів, на відміну від необмежених абстрактних математичних функцій. Геометрична інтерпретація ймовірнісних характеристик процесу обумовлює якісно новий підхід до пошуку наближеного рішення. Підвищення точності геометричної моделі забезпечується додаванням до вхідних статистичних даних специфічних характеристик процесу, які інтерпретуються геометричними характеристиками моделі: асимптотичні

напрями, характер поведження функції, особливі точки, близькість до заданої точки, лінії, площини або поверхні, що є формалізованими параметрами економічного процесу, а також конструктивними параметрами задачі оптимізації геометричної моделі.

Модель - це такий штучний об'єкт, який в процесі дослідження, аналізу процесу та прийняття рішень замінює об'єкт-оригінал. Для моделювання економічних процесів використовують моделі у вигляді схем, діаграм, таблиць, графіків, математичних формул, тощо. Модель - умовний образ об'єкту дослідження, сконструйований для спрощення цього дослідження. Необхідність застосування моделей обумовлена тим, що деякі об'єкти та процеси (або задачі, які стосуються цих об'єктів) безпосередньо досліджувати неможливо, наприклад, економічну ефективність підприємств. В інших випадках натурні експерименти вимагають багато часу і коштів, а застосування моделей істотно скорочує ці витрати.

Вид моделі економічного процесу залежить від її призначення. За призначенням моделі можна розділити на ілюстративні і аналітичні. Ілюстративні моделі призначені для наочного пояснення економічних об'єктів, процесів та явищ. До ілюстративних моделей належать переважно схеми, діаграми і графіки. Аналітичні моделі призначені для аналізу, прогнозування, оптимізації процесів та прийняття рішень. Для отримання нових знань або знаходження потрібних економічних рішень геометричне моделювання дозволяє замінювати натурні експерименти дослідженням моделей. Але модель не є точною копією оригіналу, вона адекватно відображає тільки ті параметри об'єкту моделювання, які підлягають дослідженню. Під адекватністю моделей розуміють відображення реальних об'єктів, процесів і явищ за певними параметрами. Крім того слід завжди враховувати ступінь адекватності моделі оригіналу. Це є показником наближеності результату моделювання.

Моделювання вимагає чіткості формулювання задачі, інтерпретації вхідних та вихідних даних, геометричних аналогів процесу.

Практичними завданнями моделювання в економіці є:

- аналіз економічних процесів;
- економічне прогнозування, передбачення розвитку господарських процесів;
- визначення управлінських рішень на всіх рівнях господарської ієрархії.

Не всі дані, що отримані з геометричної моделі, можуть використовуватися безпосередньо як готові управлінські рішення. Зазвичай вони використовуються у якості аналітичного інструменту аналізу. Прийняття ж самих управлінських рішень залишається за фахівцем. Це пояснюється надзвичайною складністю економічних процесів, впливом на економіку соціального фону. Геометричне моделювання, таким чином, є досить впливовою складовою в задачах планування і управління господарством і економічними процесами.

Модель економічного процесу можна вважати статичною, якщо розглядається обмежений інтервал часу, або рішення приймається один раз на початку періоду, коли необхідно встановити початкові розрахункові параметри та прогнозувати рішення проекту, назовемо це глобальним економічним проектом. Динамічні моделі виникають в ситуаціях, коли значення параметрів моделі змінюються з часом. Такі зміни можуть траплятися неперервно у кожний момент часу, і тоді розглядається динамічна модель з неперервним часом або в момент переходу від одного підінтервалу до наступного. Слід відзначити, що з деяких причин: дискретний характер введення-виведення даних, форма подання проектних рішень, складання розрахункових моделей, - всі моделі економічних процесів слід вважати дискретними.

Дискретний характер моделей обумовлює актуальність використання, як апарату моделювання, саме дискретної геометрії. Перевагами такого підходу є наступне:

1. Виключається зайва необхідність переходу від вхідних даних, поданих у дискретному вигляді до континуальних форм моделювання процесу і наступна дискретизація для подання результатів рішення.

2. Рішення екстремальних задач ґрунтується на варіаційному підході до розв'язання диференціальних рівнянь, що тягне за собою велику кількість обчислювальних операцій. У дискретних моделях диференціальні рівняння замінюються лінійними залежностями, що значно прискорює процес збіжності алгоритму.

3. Надається можливість розв'язання задачі оптимізації для цільових функцій, які складно диференціюються, а також розривних і таких, що не мають неперервної похідної.

4. В дискретній моделі використовуються конструктивні управляючі параметри, які є формалізованими вхідними-вихідними даними процесу у термінах дискретної геометрії.

Математична модель економічного процесу в загальному випадку є функцією  $n$ -змінних. Геометрична інтерпретація такої моделі - це гіперповерхня в  $n$ -вимірному просторі параметрів. Дискретний характер моделі обумовлює спосіб подання гіперповерхні у вигляді точкового каркасу, де кожна точка - це значення цільової функції, яка відповідає певній комбінації параметрів. Тоді прогнозування для дискретних моделей зводиться до задач інтерполяції, апроксимації, екстраполяції [8].

Оптимізація економічних систем базується на визначенні локальних екстремумів у просторі можливих результатів [9]. Геометрична модель економічного процесу дозволяє наочно зобразити рішення задачі його оптимізації: пошук екстремуму функції зводиться до визначення точки дотику гіперповерхні гіперплощиною, яка паралельна до площини параметрів оптимізації. Для дискретної моделі ця задача розв'язується шляхом загушення сітки у зоні екстремуму з визначенням квазіградієнтного напрямку пошуку.

**Висновки та перспективи.** Задача моделювання економічного процесу повинна включати не тільки пошук форми, яка задовольняє деяким ймовірнісним параметрам і обмеженням, але й обов'язково мати апарат аналізу моделі з метою прогнозування та оптимізації.

Для створення апарату аналізу дискретної моделі необхідно мати обґрунтування та інтерпретацію в термінах дискретної геометрії базових понять диференціальної геометрії, метричних та позиційних характеристик: нормаль, дотична, кривина, довжина лінії, дотична площина, площина поверхні, лінії та точки перетину кривих та поверхонь і таке інше. Незважаючи на велику кількість робіт, що стосуються дискретного геометричного моделювання, є необхідність систематизувати та зафіксувати базовий понятійний геометричний апарат та узагальнення методів дискретної геометрії для дослідження стохастичних процесів. Зважаючи на стрімкий розвиток та ефективність методів використання дискретного геометричного моделювання в широкому спектрі прикладних задач, конче назріла необхідність створення основ дискретної геометрії для дослідження стохастичних процесів, зокрема процесів управління економікою.

## Література

1. Ковалев С.Н., Иванова Л.С. О геометрическом моделировании экономических процессов / *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ, КДТУБА, 1996. Вип.60. С. 39–41.
2. Иванова Л.С. Концепция дискретного геометрического моделирования экономических процессов / *Сборник трудов Междунар. научно-практической конференции «Современные проблемы геометр. Моделирования»*. Донецк, ДГТУ. 2000.
3. Иванова Л.С. Прогнозування економічних процесів на основі методів дискретної геометрії / *Матеріали міжнарод. симпозиум «Нарисна геометрія. Інженерна та комп'ютерна графіка»*. Львів, ДУЛП. 2003
4. Kovalev S.M., Ivanova L.S. Main directions in the development of discrete applied geometry of curves and surfaces / *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ, КНУБА, 2002, Вип.70. С. 67–71.
5. Найдиш В.М., Верещага В.М. Особливості та перспективи в розвитку дискретно-параметричного методу геометричного моделювання кривих та поверхонь / *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ, КДТУБА. 1996. Вип.61. С. 19–21.
6. Ванін В.В., Павлов О.В. Геометричні моделі параметрично-сітьової відповідності / *Прикладна геометрія та інж.графіка*. Київ, КНУБА, 1996. Вип.67. С. 121–122.
7. Иванова Л.С. Геометричні моделі багатовимірних баз даних / *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ, КНУБА, 2020. Вип.97. С. 51–59. <http://ageg.knuba.edu.ua/article/view/195225>.

8. *Иванова Л.С.* Згладжуюча апроксимація ДПК на рівномірній сітці методом коригування зовнішніх сил / *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ, КНУБА, 2003. Вип.72. С. 93–98.
9. *Иванова Л.С.* Умови конструювання складених дискретно поданих кривих (ДПК) на множині рівновіддалених значень аргументу / *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ, КНУБА, 2001. Вип.68. С. 104–108.

## References

1. *Kovalev S., Ivanova L.* (1996) О геометрическом моделировании экономических процессов / *Prikladna geometrija ta inzhenerna grafika*. Kiev, KDTUBA. Vip.60. P. 39–41.
2. *Ivanova L.*(2000) Концепція дискретного геометрического моделирования экономических процессов / *Sbornik trudov Mezhdunar. nauchno-prakticheskoy konferencii* «Sovremennye problemy geometr. Modelirovanija». Doneck, DGTU. 2000.
3. *Ivanova L.* (2003) Prohnozuvannia ekonomichnykh protsesiv na osnovi metodiv dyskretnoi heometrii / *Materialy mizhnarod. sympozium* «Narysna heometriia. Inzhenerna ta kompiuterna hrafika». Lviv, DULP.
4. *Kovalev S., Ivanova L.* (2002) Main directions in the development of discrete applied geometry of curves and surfaces / *Prikladna geometrija ta inzhenerna grafika*. Kiev, KNUBA. № 70. P. 67–71.
5. *Naidysh V., Vereshchaha V.* (1996) Osoblyvosti ta perspektyvy v rozvytku dyskretno-parametrychnoho metodu heometrychnoho modeliuvannia kryvykh ta poverkhon / *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv, KDTUBA. № 61. P. 19–21.
6. *Vanin V., Pavlov O.* (1996) Heometrychni modeli parametrychno-sitovoi vidpovidnosti / *Prykladna heometriia ta inzh.hrafika*. Kyiv, KNUBA. № 67. P. 121–122.
7. *Ivanova L.* (2020) Heometrychni modeli bahatovymirnykh baz danykh / *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv, KNUBA. № 97. P. 51–59. <http://ageg.knuba.edu.ua/article/view/195225>.
8. *Ivanova L.* (2003) Zghladzhuivucha aproksymatsiia DPK na rivnomirni sitti metodom koryhuvannia zovnishnikh syl / *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv, KNUBA. № 72. P. 93–98.
9. *Ivanova L.* (2001) Umovy konstruiuvannia skladyenykh dyskretno podanykh kryvykh (DPK) na mnozhyni rivnoviddalenykh znachen arhumentu / *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv, KNUBA. № 68. P. 104–108.

к. т. н., доцент **Иванова Л. С.**,  
[ivanova.ls@knuba.edu.ua](mailto:ivanova.ls@knuba.edu.ua), ORCID iD 0000-0002-3993-9176,  
Киевский национальный университет строительства и архитектуры

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДАМИ ДИСКРЕТНОЙ ГЕОМЕТРИИ

*В публикации дан анализ состояния внедрения и эффективности использования геометрических методов исследования и управления экономическими процессами. Задача управления экономическими процессами приобретает чрезвычайную актуальность при децентрализованной (рыночной) экономике. Экономические процессы отличаются сложностью и неоднозначностью. Существует множество исследований и научно-прикладных работ, свидетельствующих об актуальности и эффективности именно математических и геометрических методов анализа экономических процессов и принятия решения в управлении экономикой.*

*Управление экономическими процессами в условиях рынка отличается неполнотой информации и неопределенностью. Система функционирует в случайных стохастических условиях. Закон изменения параметров, характеризующих процесс, сначала определяется приближенно на основе априорной зависимости и уточняется с течением времени. Таким образом, актуальной становится задача прогнозирования и оптимизации экономических процессов.*

*Из-за сложного вида математических целевых функций, моделирующих экономический процесс, искомое решение следует считать рекомендованной характеристикой. Окончательное управленческое решение принимается на основе практического опыта специалиста в результате анализа вероятностных результатов моделирования и корректируется в соответствии с общей стратегией развития процесса. Использование геометрических методов моделирования, которые отличаются наглядностью и конструктивностью, позволяет расширить возможности аппарата анализа и прогнозирования изменений процесса. К тому же в геометрии так же, как и в экономических процессах проектируются и исследуются функции на конечном интервале изменения параметров, в отличие от неограниченных абстрактных математических функций. Геометрическая интерпретация вероятностных характеристик процесса обуславливает качественно новый подход к поиску решения.*

*Следует отметить, что по некоторым причинам: дискретный характер ввода-вывода данных, представление проектных решений, составление расчетных моделей, все модели экономических процессов следует считать дискретными.*

*Дискретный характер моделей процессов в экономике обуславливает актуальность использования в качестве аппарата моделирования именно дискретную геометрию.*



*Ключевые слова: геометрическое моделирование; дискретная геометрия; экономические процессы; прогнозирование и оптимизация стохастических процессов.*

Ph. D., assoc. prof. **Larysa Ivanova**,  
[ivanova.ls@knuba.edu.ua](mailto:ivanova.ls@knuba.edu.ua), ORCID iD 0000-0002-3993-9176,  
Kyiv National University of Construction and Architecture» (KNUCA)

## **RESEARCH OF ECONOMIC PROCESSES BY THE METHODS OF DISCRETE GEOMETRY**

*The publication provides an analysis of the state of implementation and the effectiveness of the use of geometric methods of research and management of economic processes. The task of managing economic processes becomes extremely relevant in a decentralized (market) economy. Economic processes are complex and ambiguous. Many research and scientific works testify to the relevance and effectiveness of mathematical and geometric methods for analyzing economic processes and making decision in economic management.*

*Management of economic processes in market conditions characterize by incomplete information and uncertainty. The system operates under random stochastic conditions. The law of variation of the parameters characterizes the process is first determined approximately based on the a priori dependence and refined over time. Thus, the task of forecasting and optimizing economic processes becomes urgent.*

*Due to the complex type of mathematical objective functions that model the economic process, the sought solution should be consider a recommended characteristic. The final management decision made on the basis of practical experience as a result of expert analysis results probabilistic model and adjusted in accordance with the overall strategy for the development process. The use of geometric modeling methods, which distinguishes by their clarity and constructiveness, makes it possible to expand the capabilities of the apparatus for analyzing and predicting process changes. In addition, in geometry, as well as in economic processes, functions design and investigate on a finite interval of parameter changes, in contrast to unlimited abstract mathematical functions. The geometric interpretation of the probabilistic characteristics of the process determines a qualitatively new approach to finding a solution.*

*It should be noted that for some reason: the discrete nature of data input-output, the presentation of design solutions, the compilation of calculation models, all models of economic processes should be considered discrete.*

*The discrete nature of the models of processes in economics determines the relevance of using discrete geometry as a modeling tool.*

*Key words: geometric modeling; discrete geometry; economic processes; forecasting and optimization of stochastic processes.*