

СИСТЕМАТИЗАЦІЯ МЕТОДІВ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ У ГЕОМЕТРИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ

У даній статті пропонується показати зв'язки між практичними задачами геометричного моделювання, для розв'язання яких не існує адекватних методів інтерполяції.

Методи інтерполяції у математиці спочатку виникли як складова частина математичного моделювання, а з часом стали окремим напрямком математики. Класичним визначенням інтерполяції є конструктивне відтворення функції визначеного класу за відомими її значеннями або значеннями її похідних у даних точках. Задачі інтерполяції виникають у просторах різної вимірності при вирішенні інженерних задач. Елементами таких просторів можуть бути не тільки точки, а й інші геометричні фігури. Вимірність простору завжди дорівнює параметричному числу елемента простору.

У прикладній геометрії задачі інтерполяції стали досліджуватися з 60-тих років ХХ сторіччя. Оскільки існує дуже багато публікацій, пов'язаних з задачами інтерполяції, то для їх аналізу пропонується систематизація за різними ознаками. Найбільше число існуючих публікацій присвячено задачам одновимірної інтерполяції у двовимірному просторі як неперервної, так і дискретної. Значно менше число публікацій присвячено двовимірній неперервній та дискретній інтерполяції. Різноманітність способів інтерполяції обумовлено, по-перше, різними сукупностями вихідних геометричних умов. Лише в окремих публікаціях обумовлено вибір вихідних умов у залежності від призначення задач інтерполяції в конкретних галузях господарства. У багатьох публікаціях вибір способу інтерполяції пов'язується з особливостями базового математичного апарату.

Серед розглянутих публікацій немає жодної, де прямо враховується вплив параметрів заданих точок, а саме відстані від них до поточної точки інтерполянта, на її параметр. Саме така інтерполяція може бути основою моделювання різноманітних енергетичних полів, де задані точки є точковими джерелами енергії.

Ключові слова: геометричне моделювання; інтерполяція; систематизація; неперервна інтерполяція; дискретна інтерполяція; вимірність простору; вимірність результату інтерполяції.

Постановка проблеми. Різноманітним методам інтерполяції присвячено численні наукові дослідження, оскільки ці методи широко застосовуються при розв'язанні багатьох задач геометричного моделювання об'єктів, процесів та явищ. Систематизація таких методів потрібна для встановлення зв'язку між вимогами того чи іншого об'єкту моделювання і можливостями методу інтерполяції. Така систематизація також дозволить виявити геометричні моделі, для реалізації яких поки що не існує адекватного методу інтерполяції.

Ціль статті. Показати зв'язок між практичними задачами геометричного моделювання, для розв'язання яких не існує адекватних методів інтерполяції.

Аналіз останніх досліджень. Аналіз останніх досліджень складає основу тексту статті. Останні дослідження за тематикою статті перелічені у списку літератури.

Основна частина. Класичним визначенням інтерполяції є конструктивне відтворення функції визначеного класу за відомими її значеннями або значеннями її похідних у даних точках. Задачі інтерполяції виникають у просторах різної вимірності при вирішенні інженерних задач. Елементами таких просторів можуть бути не тільки точки, а й інші геометричні фігури. Вимірність простору завжди дорівнює параметричному числу елемента простору.

У прикладній геометрії задачі інтерполяції стали досліджуватися з 60-тих років ХХ століття. Оскільки існує дуже багато публікацій, пов'язаних з задачами інтерполяції, то для їх аналізу потрібна систематизація за різними ознаками, серед яких можуть бути:

- вимірність результату інтерполяції;
- вимірність простору у якому виконується інтерполяція;
- тип інтерполянта;
- сукупність вихідних даних (умова задачі);
- властивості геометричного образу, що моделюється;
- призначення результату інтерполяції тощо.

Результатом інтерполяції може бути одна функція або кілька кускових функцій, які стикаються між собою з певним порядком гладкості. У першому випадку інтерполяція називається суцільною, а у другому – кусковою [9].

При суцільній інтерполяції параметричне число інтерполянта повинно дорівнювати сумарному числу параметрів вихідних умов.

Кускова інтерполяція поділяється на локальну, послідовну та глобальну. При локальній інтерполяції на кожному інтервалі задаються вихідні дані, які повністю забезпечують проведення інтерполянта на цьому інтервалі [10]. Параметри інтерполянтів на різних інтервалах є незалежними між собою. При послідовній інтерполяції вихідні умови повністю задаються тільки на першому інтервалі, за якими можна визначити параметри інтерполянта на цьому інтервалі [10]. На наступних

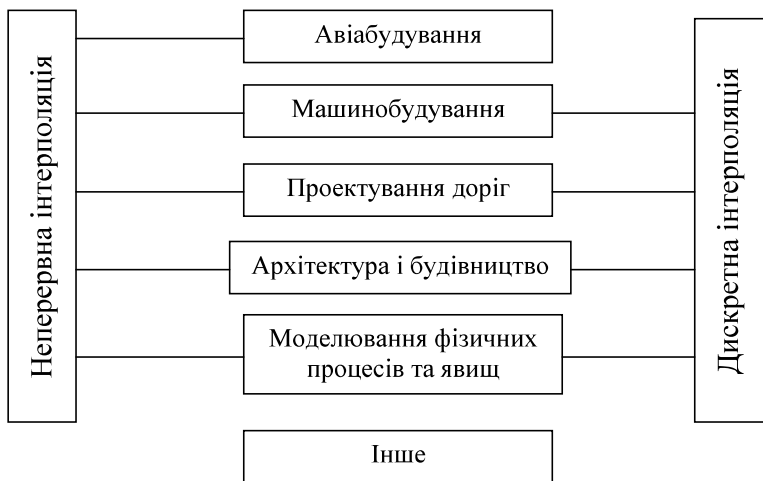
інтервалах вихідні умови задаються не повністю. Умови, яких бракує для інтерполяції на наступних інтервалах, визначаються за результатами інтерполяції на попередніх інтервалах. При глобальній інтерполяції задається мінімальне число умов на всіх інтервалах. Кожний з цих трьох способів має як переваги, так і недоліки, які проаналізовано у роботі [10].

Найбільше число існуючих публікацій присвячено задачам одновимірної інтерполяції у двовимірному просторі як неперервної [3, 11 тощо], так і дискретної [13, 14, 17]. Значно менше число публікацій присвячено двовимірній неперервній [1, 4] та дискретній [2, 3, 5, 6, 7, 8] інтерполяції.

Різноманітність способів інтерполяції обумовлено, по-перше, різними сукупностями вихідних геометричних умов. Лише в окремих публікаціях обумовлено вибір вихідних умов у залежності від призначення задач інтерполяції в конкретних галузях господарства (схема 1):

Схема 1

Галузь застосування інтерполяції

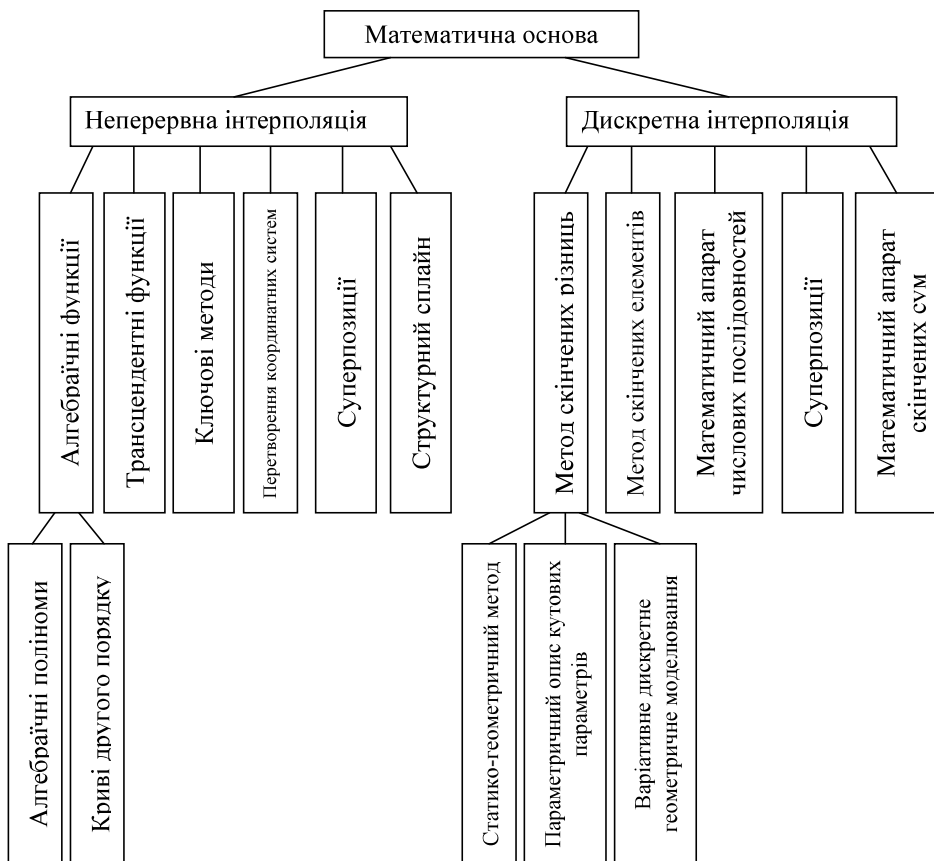


У багатьох публікаціях вибір способу інтерполяції пов'язується з особливостями базового математичного апарату (схема 2).

Слід зазначити, що вибір математичної основи способів інтерполяції в зазначених публікаціях далеко не завжди обґрунтовано постановкою практичних задач. Серед розглянутих публікацій немає жодної, де прямо враховується вплив параметрів заданих точок, а саме відстані від них до поточної точки інтерполянта, на її параметр. Саме така інтерполяція може

бути основою моделювання різноманітних енергетичних полів, де задані точки є точковими джерелами енергії.

Схема 2



Висновки. Показано зв'язки між практичними задачами геометричного моделювання, для розв'язання яких не існує адекватних методів інтерполяції.

Література

1. *Борисенко В.Д.* Геометричне моделювання кривих ліній і поверхонь у натуральній параметризації. Монографія. Миколаїв: МНУ, 2018. 220 С.

2. *Ботвіновська С.І.* Теоретичні основи формоутворення в дискретному моделюванні об'єктів архітектури та дизайну. Автореферат дис. ... доктора технічних наук 05.01.01 / Ботвіновська Світлана Іванівна. Київ : КНУБА, 2018. 43 с.
3. *Воронцов О.В.* Дискретна двовимірна інтерполяція суперпозиціями точкових множин трансцендентних функцій. *Сучасні проблеми моделювання*; зб. наук. праць. МДПУ ім. Богдана Хмельницького; гол. ред. кол. А.В. Найдиш. Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б.Хмельницького, 2019. Вип. 14. С. 64–71.
4. *Єремєєв В.С.* Побудова інтерполяційних поверхонь із заданими диференціальними властивостями. *Праці Таврійської державної агротехнічної академії*. Мелітополь, 2005. Вип. 4, т. 29. С. 18–21.
5. *Золотова А.В.* Дискретна кускова інтерполяція точок при формуванні поверхонь в архітектурі. Автореф. ... канд. техн. наук 05.01.01 / Золотова Алла Василівна. Київ : КНУБА, 2015. 22 С.
6. *Кащенко О.В.* Формоутворення в дизайні та архітектурі на основі моделювання біопрототипів. Автореферат дис. ... доктора техн. наук: 05.01.01. Київ : КНУБА, 2013. 40 с.
7. *Ковальов С.М.* Дискретна двовимірна кускова інтерполяція з першим порядком гладкості стикування порцій. *Міжвідомчий науково-техн. збірник «Прикладна геометрія та інж. графіка»*. Випуск. Відповідальний редактор В.Є. Михайленко. Київ:КНУБА, 2011. С. 164–170.
8. *Ковальов С.М.* Дискретна кускова двовимірна інтерполяція *Наукові нотатки*. Луцьк , 2008. Вип. 29, Ч.1. С. 148–151.
9. *Ковальов С.М., Золотова А.В.* Обчислювальна геометрія: навчальний посібник. Київ : КНУБА, 2008. 124 с.
10. *Ковальов С.М., Гумен М.С., Пустольга С.І., Михайленко В.Є.* *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Спеціальні розділи. Випуск 1. Луцьк : ЛДТУ, 2006. 256 с.
11. *Ковтун А.М., Бадаєв Ю.И.* Сплайни третього порядку гладкості на основі полинома п'ятої степені с заданими первими и вторыми производными в конечных точках. *Міжвідомчий науково-техн. збірник «Прикладна геометрія та інж. графіка»*. Випуск 84. Відповідальний редактор В.Є. Михайленко. Київ :КНУБА, 2010. С. 217–220.
12. *Лагодіна Л.П.* Полікоординатні векторно-параметричні В-сплайни. *Міжвідомчий науково-техн. збірник «Прикладна геометрія та інж. графіка»*. Випуск 81. Відповідальний редактор В.Є. Михайленко. Київ : КНУБА, 2009. С. 209–212.
13. *Лебедев В.О.* Алгоритми дискретної інтерполяції на основі кутів згущення /В.О. Лебедев/ *Прикладна геометрія та інж. Графіка. Праці / Таврійська державна агротехнічна академія*. Мелітополь: ТДАТА, 2004, Випуск 4, Т. 22. С. 93–98.

14. *Лисенко К.Ю., Найдиш А.В., Верещага В.М., Балуба І.Г.* Композиційна інтерполяція плоскої дискретно поданої кривої. *Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Богдана Хмельницького*; гол. ред. кол. А.В. Найдиш. Мелітополь: Видавництво МДПУ ім.Б.Хмельницького, 2019. Вип. 14. С.113–121.
15. *Малкіна В.М.* Інтерполяція векторних полів за допомогою спеціальних О-тривекторних поліномів. «*Современные проблемы геометрического моделирования*»: Материали второй украинско-русской н/п конференции, 24-27 апреля 2007 г. Спецвыпуск/ Редкол.: Ю.М. Тормосов (отв. ред.) и др.; Харьковский государственный университет питания и торговли. Харків, 2007. С. 97–101.
16. *Мостовенко О.В., Ковальов С.М.* Вплив відстаней між точками інтерполянта та заданими точками на його форму. *Управління розвитком складних систем*. 2019. №37. С. 78–82.
17. *Найдиш А.В., Спирінцев Д.В., Пахаренко В.П., Балуба І.Г.* Особливості дискретної інтерполяції ДПК в околі особливих точок *Міжвідомчий науково-техн. збірник «Прикладна геометрія та інж. графіка»*. Випуск 95. Відповідальний редактор В.Є. Михайленко. Київ : КНУБА, 2019 р. С. 165–169.
18. *Найдиш В.М., Найдиш А.В., Лебедев В.О.* Розв’язання прикладних задач методом дискретної інтерполяції. *Прикладна геометрія та інж. графіка. Праці / Таврійська державна агротехнічна академія*. – Мелітополь: ТДАТА, 2005, Випуск 4, Т. 30. С. 34–40.

References

1. *Borysenko V.D.* Neometrychne modeliuвання kryvykh linii i poverkhon u naturalnii parametryzatsii. Monohrafiia. Mykolaiv : MNU, 2018. 220 P. (in Ukrainian)
2. *Botvinovska S.I.* Teoretychni osnovy formoutvorennia vdyskretnomu modeliuvani ob'ektiv arkhitektury ta dyzainu. Avtoreferat ... doktora tekhnichnykh nauk 05.01.01 K.: KNUBA, 2018. 43 p. (in Ukrainian)
3. *Vorontsov O.V.* Dyskretna dvovymirna interpoliatsiia superpozytsiiamy tochkovykh mnozhyn transtsendentnykh funktsii. Suchasni problemy modeliuвання: zb. nauk. prats. MDPU im. Bohdana Khmelnytskoho; hol. red. kol. A.V. Naidysh. – Melitopol: Vydavnytstvo MDPU im. B.Khmelnytskoho, 2019. Vyp. 14. pp.64–71. (in Ukrainian)
4. *Ieremeiev V.S.* Pobudova interpoliatsiinykh poverkhon iz zadanymy dyferentsialnymy vlastyvostiamy. Pratsi Tavriiskoi derzhavnoi ahrotekhnichnoi akademii. Melitopol, 2005. Vyp. 4, t. 29. pp. 18–21. (in Ukrainian)
5. *Zolotova A.V.* Dyskretna kuskova interpoliatsiia tochok pry formuvanni poverkhon v arkhitekturi. Aavtoref. ... kand. tekhn. nauk 05.01.01 / Kyiv ; KNUBA, 2015. 22 p. (in Ukrainian)

6. Kashchenko O.V. Formoutvorennia v dyzaini ta arkhitekturi na osnovi modeliuвання bioprototypiv. Avtoreferat... doktora tekhn. nauk: 05.01.01. Kyiv : KNUBA, 2013. 40 p. (in Ukrainian)
7. Kovalov S.M. Dyskretna dvovymirna kuskova interpoliatsiia z pershym poriadkom hladkosti stykuvannia portsii. Mizhvidomchyi nauково-tekhn. zbirnyk «Prykladna heometriia ta inzh. hrafika». Vypusk. Vidpovidalnyi redaktor V.Ie. Mykhailenko. Kyiv : KNUBA, 2011. pp. 164-170. (in Ukrainian)
8. Kovalov S.M. Dyskretna kuskova dvovymirna interpoliatsiia Naukovi notatky. Lutsk , 2008. Vyp. 29, Ch.1. pp. 148-151. (in Ukrainian)
9. Kovalov S.M., Zolotova A.V. Obchysliuvna heometriia: navchalnyi posibnyk. Kyiv : KNUBA, 2008. 124 p. (in Ukrainian)
10. Kovalov S.M., Humen M.S., Pustiulha S.I., Mykhailenko V.Ie. Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika. Spetsialni rozdyly. Vypusk 1. Lutsk: LDTU, 2006. 256 p. (in Ukrainian).
11. Kovtun A.M., Badaev Yu.Y. Splainy treteho poriadka hladkosti na osnove polynoma piatoi stepeny s zadannymy pervymy u vtorymy proyzvodnymy v konechnykh tochkakh. Mizhvidomchyi nauково-tekhn. zbirnyk «Prykladna heometriia ta inzh. hrafika». Vypusk 84. Vidpovidalnyi redaktor V.Ie. Mykhailenko. Kyiv : KNUBA, 2010. pp. 217-220. (in Russian)
12. Lahodina L.P. Polikoordynatni vektorno-parametrychni V-splainy. Mizhvidomchyi nauково-tekhn. zbirnyk «Prykladna heometriia ta inzh. hrafika». Vypusk 81. Vidpovidalnyi redaktor V.Ie. Mykhailenko. Kyiv : KNUBA, 2009. pp. 209-212. (in Ukrainian)
13. Lebediev V.O. Alhorytmy dyskretnoi interpoliatsii na osnovi kutiv zghushchennia /V.O. Lebediev/ Prykladna heometriia ta inzh. Hrafika. Pratsi / Tavriiska derzhavna ahrotekhnichna akademiia. Melitopol: TDATA, 2004, Vypusk 4, T. 22. pp. 93-98. (in Ukrainian)
14. Lysenko K.Iu., Naidysh A.V., Vereshchaha V.M., Baliuba I.H. Kompozytsiina interpoliatsiia ploskoi dyskretno podanoi kryvoi. Suchasni problemy modeliuвання: zb. nauk. prats / MDPU im. Bohdana Khmelnytskoho; hol. red. kol. A.V. Naidysh. – Melitopol: Vydavnytstvo MDPU im..B.Khmelnytskoho, 2019. Vyp. 14. pp.113–121. (in Russian)
15. Malkina V.M. Interpoliatsiia vektornykh poliv za dopomohoiu spetsialnykh O-tryvektornykh polinomiv. «Sovremennyye problemy heometrycheskoho modelyrovaniia»: Materyaly vtoroi ukraynsko-russkoi n/p konferentsyy, 24-27 apreliia 2007 h. Spetsvypusk/ Redkol.: Yu.M. Tormosov (otv. red.) y dr.; Kharkovskyyi hosudarstvennyi unyversytet pytanyia y torhovy. Kharkiv, 2007. pp. 97–101. (in Ukrainian)
16. Mostovenko O.V., Kovalov S.M. Vplyv vidstanei mizh tochkamy interpolianta ta zadanymy tochkamy na yoho formu. Upravlinnia rozvytkom skladnykh system. 2019. №37. pp. 78 – 82. (in Ukrainian)
17. Naidysh A.V., Spiritsev D.V., Pakharenko V.P., Baliuba I.H. Osoblyvosti dyskretnoi interpoliatsii DPK v okoli osoblyvykh tochk Mizhvidomchyi nauково-tekhn. zbirnyk «Prykladna heometriia ta inzh.

hrafika». Vypusk 95. Vidpovidalnyi redaktor V.Ie. Mykhailenko. Kyiv : KNUBA, 2019 r. pp. 165–169. (in Ukrainian)

18. Naidysh V.M., Naidysh A.V., Lebediev V.O. Rozviazannia prykladnykh zadach metodom dyskretnoi interpoliatsii. Prykladna heometriia ta inzh. hrafika. Pratsi / Tavriiska derzhavna ahrotekhnichna akademiia. – Melitopol: TDATA, 2005, Vypusk 4, T. 30. pp. 34–40. (in Ukrainian)

докторант **О.В. Мостовенко**

a.mostovenko25@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3423-4126

Киевский национальный университет строительства и архитектуры

СИСТЕМАТИЗАЦИЯ МЕТОДОВ ИНТЕРПОЛЯЦИИ В ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

В данной статье предлагается показать связи между практическими задачами геометрического моделирования, для решения которых не существует адекватных методов интерполяции. Методы интерполяции в математике сначала возникли как составляющая часть математического моделирования, а со временем стали отдельным направлением математики. Классическим определением интерполяции является конструктивное восстановление функции определенного класса по известным ее значениям или значениям ее производных в данных точках.

Задачи интерполяции возникают в пространствах различной размерности при решении инженерных задач. Элементами таких пространств могут быть не только точки, но и другие геометрические фигуры. Размерность пространства всегда равна параметрическому числу элемента пространства.

В прикладной геометрии задачи интерполяции стали исследоваться с 60-х годов XX столетия. Поскольку существует очень много публикаций, связанных с задачами интерполяции, то для их анализа предлагается систематизация по различным признакам. Наибольшее число существующих публикаций посвящено задачам одномерной интерполяции в двумерном пространстве как непрерывной, так и дискретной. Значительно меньшее число публикаций посвящено двумерной непрерывной и дискретной интерполяции.

Разнообразие способов интерполяции обусловлено, во-первых, различными совокупностями выходных геометрических условий. Лишь в отдельных публикациях обусловлен выбор исходных условий в зависимости от назначения задач интерполяции в конкретных отраслях хозяйства. Во многих публикациях выбор способа интерполяции связывается с особенностями базового математического аппарата.

Среди рассмотренных публикаций нет ни одной, где прямо учитывается влияние параметров заданных точек, а именно расстояния

от них до текущей точки интерполанта, по ее параметр. Именно такая интерполяция может быть основой моделирования различных энергетических полей, где заданные точки являются точечными источниками энергии.

Ключевые слова: геометрическое моделирование; интерполяция; систематизация; непрерывная интерполяция; дискретная интерполяция; измеримость пространства; размерность результата интерполяции.

PhD, Mostovenko Oleksandr

a.mostovenko25@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3423-4126

Kyiv National University of Construction and Architecture

SYSTEMATIZATION OF INTERPOLATION METHODS IN GEOMETRIC MODELING

This article proposes to show the connections between the practical problems of geometric modeling, for the solution of which there are no adequate interpolation methods. Interpolation methods in mathematics first emerged as part of mathematical modeling, and eventually became a separate area of mathematics. The classical definition of interpolation is the constructive reproduction of a function of a certain class according to its known values or the values of its derivatives at given points.

Interpolation problems arise in spaces of different dimensions when solving engineering problems. Elements of such spaces can be not only points but also other geometric shapes. The dimension of space is always equal to the parametric number of the element of space.

In applied geometry, interpolation problems have been studied since the 1960s. Since there are so many publications related to interpolation problems, systematization is proposed for their analysis. The largest number of existing publications is devoted to the problems of one-dimensional interpolation in two-dimensional space, both continuous and discrete. A much smaller number of publications are devoted to two-dimensional continuous and discrete interpolation.

The variety of interpolation methods is due, first, to different sets of initial geometric conditions. Only in some publications the choice of initial conditions depending on the purpose of interpolation problems in specific sectors of the economy. In many publications, the choice of interpolation method is related to the features of the basic mathematical apparatus.

Among the considered publications there is none where the influence of parameters of the set points, namely distances from them to the current point of an interpolant, on its parameter is directly considered. Such interpolation can be the basis for modeling various energy fields, where given points are point sources of energy.

Keywords: geometric modeling; interpolation; systematization; continuous interpolation; discrete interpolation; dimensionality of space; measurability of interpolation result.