

УДК 514.18 +515.2

DOI: 10.32347/0131-579x.2021.100.126-138

к. т. н., доцент **Калиновський А. Я.**,
ugzu.iart@gmail.com, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1021-5799>

Національний університет цивільного захисту України

ІНЖЕНЕРНИЙ СПОСІБ МОДЕЛЮВАННЯ ЗОВНІШНЬОЇ БАЛІСТИКИ ОБЕРТОВО-ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ ГАНТЕЛІ

Роботу присвячено способу доставки вогнегасної речовини в зону віддаленої пожежі. У відомому способі речовину (наприклад, вогнегасний порошок) поміщають у тверду оболонку – контейнер циліндричної форми. Після доставки до місця пожежі контейнер повинен зруйнуватися і вивільнити речовину, що сприятиме гасінню пожежі. Для доставки циліндричного контейнера використовується пневматична гармата. В процесі доставки циліндр повинен обертатися навколо своєї осі для забезпечення стійкості руху. При цьому під час "пострілу" виникають складнощі регулювання розподілу потоків стисненого повітря в дулі гармати для досягнення необхідної швидкості обертання циліндра.

У новому способі для доставки пропонується використати контейнер, який складається з двох сферичних ємностей, сполучених стержнем (подібно гантелі). Традиційне моделювання руху гантелі ґрунтується на складанні та розв'язанні системи диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду. Для цього необхідно обрати функції узагальнених координат, та використати лагранжіан опису обертово-поступального руху гантелі в полі земного тяжіння. Це дозволяє одержати наближені функціональні залежності та залежності похідних для кожної з функцій узагальнених координат, які дозволяють побудувати графіки фазових траєкторій. Одержані залежності від часу для функцій узагальнених координат дозволяють змодельовати зовнішню балістику гантелі - тобто створити комп'ютерну анімацію обертово-поступального руху гантелі.

На відміну від традиційного підходу в даній роботі пропонується інженерний спосіб геометричного моделювання зовнішньої балістики руху гантелі. Тобто спосіб моделювання обертово-поступального руху гантелі, який базується на геометричних уявленнях. Вважатимемо, що на гантелі жорстко закріплено уявний круг, центр якого співпадає з центром маси гантелі. Нехай круг «котиться» по балістичній траєкторії руху центру мас гантелі. Тоді траєкторії точкових мас вантажів гантелі нададуть наближене уявлення про обертово-поступальний рух гантелі у просторі в межах вертикальної площини.

Ключові слова: гантелеподібна форма контейнеру, обертово-поступальний рух контейнера, геометричне моделювання, геометричний

об'єкт у формі гантелі, окремі фази обертання гантелі.

Постановка проблеми. Доставка на велику відстань вогнегасних засобів часто здійснюється за допомогою пристрою для метання типу пневматичної гармати. Для цього речовину (вогнегасний порошок) поміщають у спеціальну тверду оболонку – контейнер, який після його доставки до місця пожежі повинен зруйнуватися і вивільнити речовину і цим сприяти гасінню пожежі. Актуальними будуть питання розробки нового способу доставки вогнегасної речовини до віддаленої зони загоряння. Нами обрано гантелеподібну форму контейнера. Тобто форму, подібну спортивній гантелі. Вона складається з двох сферичних ємностей, сполучених стержнем. Наявність двох сферичних ємностей дозволить здійснити роздільну доставку двох вогнегасних речовин. Доцільність цього базується на тому, що існують хімічні речовини, які необхідно поєднати безпосередньо в зоні пожежі (після руйнування контейнера). Завдяки такому поєднанню збільшиться ефект їх дії по ліквідації пожежі.

При цьому виникає проблема розрахунку траєкторії руху гантелі. Традиційне моделювання траєкторій вантажів гантелі ґрунтується на складанні та розв'язанні системи диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду [1-3]. Для цього слід обрати функції узагальнених координат та використати лагранжіан опису обертово-поступального руху гантелі в полі земного тяжіння. Це дозволяє одержати наближені функціональні залежності для кожної з функцій узагальнених координат, які можна зображати графічно. Також можна одержати наближені описи похідних цих функцій залежно від параметрів гантелі і початкових умов її руху, що дозволяє будувати графіки фазових траєкторій, за допомогою яких зручно визначати характер руху гантелі. Одержані залежності від часу для функцій узагальнених координат дозволяють скласти алгоритм комп'ютерної анімації обертово-поступального руху гантелі.

Описаний «класичний» спосіб орієнтований на теоретичні дослідження з використанням комп'ютерів для його реалізації. В роботі пропонується інженерний спосіб розрахунку обертово-поступального руху гантелі без необхідності розв'язувати диференціальні рівняння – тобто без застосування комп'ютерів. Реалізацію інженерного способу планується здійснити на смартфонах або планшетах з можливостями програмування.

У результаті апаратної реалізації матимемо наближені оцінки параметрів зовнішньої балістики руху гантелі. Така оперативність одержання інформації є бажаною для пожежно-рятувальної практики. Інженерний спосіб моделювання зовнішньої балістики обертово-поступального руху гантелі базується на геометричних уявленнях. Нехай на гантелі закріплено уявний круг, центр якого співпадає з центром маси гантелі. Вважатимемо, що круг котиться по балістичній траєкторії руху центру мас гантелі. Тоді траєкторії точкових мас вантажів гантелі нададуть

наближене уявлення про обертово-поступальний рух гантелі. Реалізації цієї ідеї присвячена дана робота.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В роботах [1-3] наведено традиційний спосіб моделювання переміщення в межах вертикальної площини гантелі, як поєднання в цілому двох рознесених мас вантажів.

На рис. 1 зображено схему початкового положення контейнера у вигляді гантелі в системі координат Oxy . Контейнер складається з двох вантажів масами m_1 і m_2 , сполучених невагомим стержнем. Центр маси першого вантажу розташований в початку координат. Центр маси другого вантажу розташований на осі Ox на відстані h від першого.

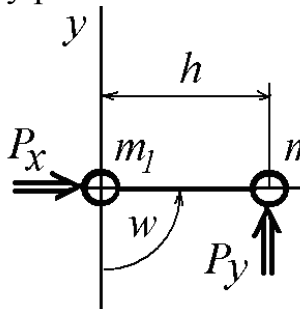


Рис. 1. Схема контейнера у вигляді гантелі

У якості узагальнених оберемо координати $x(t)$ і $y(t)$ першого вантажу, а також кут $w(t)$, який вісь гантелі утворює з від'ємною частиною осі Oy . Вважатимемо, що на масу m_1 діє вибуховий імпульс P_x , а на масу m_2 – одночасно з попереднім діє імпульс P_y . За допомогою символів початкове положення гантелі визначається так: $x(0)=0$; $Dx(0)=P_x$; $y(0)=0$; $Dy(0)=0$; $w(0)=0$; $Dw(0)=P_y$. Тут і далі всі величини в умовних одиницях ($g=9.81$). Опір повітря на даному етапі не враховується.

За допомогою узагальнених координат обчислюємо «віртуальні» координати центрів мас: для першого та другого вантажу, а також координати центру маси всієї гантелі в цілому:

$$x_1 = x(t); \quad y_1 = y(t); \quad x_2 = x(t) + h \sin w; \quad y_2 = y(t) - h \cos w; \quad (1)$$

$$x_C = (m_1 x_1 + m_2 x_2) / (m_1 + m_2); \quad y_C = (m_1 y_1 + m_2 y_2) / (m_1 + m_2);$$

Для опису обертового руху гантелі використаємо лагранжیان $L=T-P$, де кінетична і потенціальна енергії обчислюються так [7, 8]:

$$T = 0.5m_1 \left(\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right) + 0.5m_2 \left(\frac{dx}{dt} + h \cos(w) \frac{dw}{dt} \right)^2 + 0.5m_2 \left(\frac{dy}{dt} + h \sin(w) \frac{dw}{dt} \right)^2; \quad (2)$$

$$P = m_1 y g + m_2 g (y - h \cos(w)). \quad (3)$$

Лагранжیان дозволяє скласти систему диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду відносно узагальнених координат $x(t)$, $y(t)$ і $w(t)$:

$$(m_1 + m_2) \frac{d^2 x}{dt^2} - h m_2 \sin(w) \left(\frac{dw}{dt} \right)^2 + h m_2 \cos(w) \frac{d^2 w}{dt^2} = 0;$$

$$g \sin(w) + \cos(w) \frac{d^2 x}{dt^2} + h \frac{d^2 w}{dt^2} + \sin(w) \frac{d^2 y}{dt^2} = 0; \quad (4)$$

$$(m_1 + m_2) \left(g + \frac{d^2 y}{dt^2} \right) + h m_2 \cos(w) \left(\frac{dw}{dt} \right)^2 + h m_2 \sin(w) \frac{d^2 w}{dt^2} = 0.$$

Розв'язувати систему рівнянь (4) будемо чисельним методом Рунге-Кутти в середовищі *maple*. В якості значень параметрів оберемо відстань h між центрами мас вантажів; маси вантажів m_1 і m_2 , а також значення початкових умов $x(0)=0$; $y(0)=0$ і $w(0)=\pi/2$. Стосовно зображення на рис. 1 маємо тотожності $P_x = Dx(0)$; $P_y = Dw(0)$; $Dy(0)=0$.

У результаті розв'язання системи рівнянь Лагранжа другого роду одержуємо в часі t наближені вирази для значень кута $W(t)$, а також для координат першого вантажу $X(t)$ і $Y(t)$. Ці вирази можуть бути представлені у вигляді послідовності *maple*-операторів у формулах (1) для обчислення «віртуальних» координат центрів мас.

У роботах [1-3] наведені чисельні приклади реалізації традиційного способу розрахунку траєкторій руху центрів мас вантажів гантелі. На рис. 2 зображено один з тестових прикладів з параметрами (величини одиниць умовні): довжина гантелі $h=5$, маси вантажів однакові $m_1=0.5$ і $m_2=0.5$.

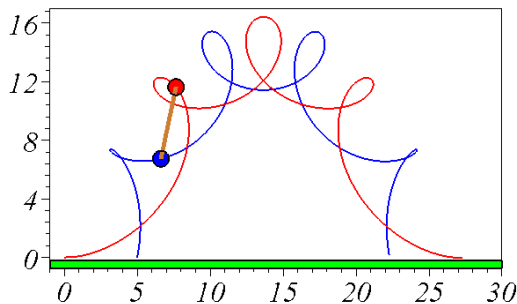


Рис. 2. Траєкторії руху центрів мас вантажів гантелі

Рух гантелі ініційовано з початковими умовами: $x(0)=0$; $Dx(0)=8.1$, $y(0)=0$; $Dy(0)=0$ і $w(0)=\pi/2$, $Dw(0)=8.1$. На сайті [4] наведено анімаційні зображення варіантів обертово-поступального руху гантелі.

Дослідження обертово-поступального руху гантелі в межах вертикальної площини можна віднести до задач технічної механіки. Вони присвячені розрахункам динаміки твердого тіла з рухомою точкою центра мас. Для розв'язання такого класу задач використовується теорема Кеніга [5, 6]. Згідно цієї теореми кінетична енергія твердого тіла складається з кінетичної енергії поступального руху разом з центром мас і кінетичної енергії його обертання відносно центру мас. За допомогою формули це твердження виглядає так:

$$T = \frac{1}{2} M v_0^2 + \frac{1}{2} I_c \omega^2. \quad (5)$$

Тут M – загальна маса твердого тіла; v_0 – швидкість його поступального руху; I_c – момент інерції твердого тіла відносно його центра мас; ω – кутова швидкість обертання. Теорема Кеніга розкриває важливу фізичну властивість центра мас твердого тіла. Тобто точки, яка є ключовою для визначення кінетичної енергії системи.

Розглянемо приклад [6], який стосується обертально-поступального руху гантелі. Опишемо рух невагомий стержня довжиною $2r$, що обертається з кутовою швидкістю ω і рухається зі швидкістю V . На кінцях стержня закріплені (сферичні) вантажі з масами m .

Якщо швидкість V дорівнює швидкості ωr , то в момент часу, коли стержень буде розташований перпендикулярно напрямку поступального руху, швидкість однієї з кульок дорівнюватиме $2V$, а інша буде нерухомою. Тому кінетична енергія системи з двох мас дорівнює

$$E_K = \frac{m}{2}(2V)^2 = 2mV^2.$$

Енергія поступального руху E_{II} дорівнює подвоєній кінетичній енергії кульки, що рухається зі швидкістю V , тобто $E_{II} = mV^2$. Енергія обертального руху E_B , з урахуванням співвідношення $V = \omega r$ дорівнює $E = mV^2$. Отже, має місце рівність $E_K = E_{II} + E_B$. Це підтверджує результат застосування теореми Кеніга.

Але застосування теореми Кеніга хоча і спрощує задачу опису зовнішньої балістики гантелі, однак не задовольняє вимогам до інженерного способу. Елементом якого має бути наочність у вигляді геометричної моделі. Тому актуальною темою буде розробка інженерного способу розрахунку дальності доставки вогнегасної речовини в контейнері гантелеподібної форми до віддаленої зони загоряння.

Формулювання цілей статті. Розробити геометричну модель інженерного способу опису обертально-поступального руху гантелі без використання диференціальних рівнянь, що дозволить його реалізувати на засобах типу смартфона або планшета, що програмується.

Основна частина. Суттєвим в новій технології пожежогасіння є те, що контейнер складається з двох рознесених вантажів, належних гантелі.

Запропонована геометрична модель базується на такому постулаті [7, 8]. Якщо при русі центра ваги твердого тіла (гантелі) горизонтальна швидкість залишається постійною, а вертикальна швидкість змінюється лінійно у часі, то траєкторія центра ваги гантелі матиме вигляд параболи. Звідси слідує, що траєкторія центра маси довільного твердого тіла, при його вільному русі в полі земного тяжіння, завжди буде параболою.

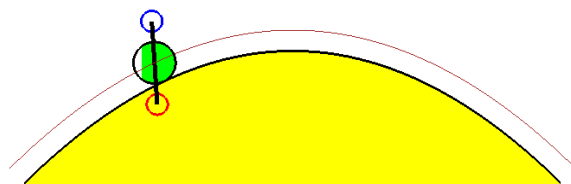


Рис. 3. Ілюстрація ідеї запропонованого способу

Ідею запропонованого способу проілюструємо за допомогою рис. 3. На ньому чорним кольором зображено параболу, бордовим кольором - еквідистанту цієї параболи. Нехай до "плоскої" гантелі приєднано круг,

центральною точкою якого співпадає з центром мас гантелі. Якщо круг буде котитися по параболі, то центри мас вантажів гантелі визначатимуть траєкторії руху гантелі в межах вертикальної площини. При цьому центральна точка круга переміщатиметься по еквідистантній лінії.

Рівняння параболи оберемо у вигляді $x = t$; $y = 4 - 2pt^2$, де p - параметр параболи. Тоді рівняння її еквідистанти матиме вигляд

$$X = t + \frac{4rpt}{\sqrt{1+16p^2t^2}}; \quad Y = 4 - 2pt^2 + \frac{r}{\sqrt{1+16p^2t^2}}. \quad (6)$$

Враховуючи обертання гантелі з центром на еквідистанту, можна записати рівняння траєкторій центрів мас вантажів:

$$x = t + \frac{4rpt}{\sqrt{1+16p^2t^2}} \pm h \sin(kt); \quad (7)$$

$$y = 4 - 2pt^2 + \frac{r}{\sqrt{1+16p^2t^2}} \pm h \cos(kt).$$

Наведемо варіант maple-програми, яка дозволяє унаочнити траєкторії центрів мас вантажів. При цьому враховуються значення параметрів: r - радіус допоміжного кола, p - параметр параболи, h - відстань між центрами мас вантажів гантелі, k - коефіцієнт, який відповідає за сумісність відстаней на дугах проходження кола по параболі. Через N позначимо кількість миттєвих положень круга на параболі.

Програма складається з трьох частин. В першій частині для заданої параболи визначаються її еквідистанта і дві траєкторії центрів мас вантажів гантелі.

```

N := 150 : r := 0.25: p := 0.1: h := 1: k := 5:
x := t -> t: y := t -> 4 - 2*p*t^2:
dx := diff(x(t), t): dy := diff(y(t), t):
cur := plot([x(t), y(t), t=-4..4], thickness=2):
X := t -> x(t) - r*dy/sqrt(dx^2 + dy^2):
Y := t -> y(t) + r*dx/sqrt(dx^2 + dy^2):
par := plot([X(t), Y(t), t=-4..4], thickness=1):
sled1 := plot( [X(t) + h*sin(k*t), Y(t) +
h*cos(k*t),
t=-4.085..4.085], color=red, thickness=2):
sled2 := plot( [X(t) - h*sin(k*t), Y(t) -
h*cos(k*t),
t=-4.085..4.085], color=blue, thickness=2):

```

Друга частина програми забезпечує підготовку до побудови всіх елементів геометричної моделі.

```

for i from 0 to N-1 do
t := -4.085 + 8.17*i/N:
okr[i] := display( display(
[translate(plot([sqrt(r^2 - x^2), -sqrt(r^2 - x^2)],
x=-6..6, color=green, filled=true), X(t),
Y(t))]),
circle ([X(t), Y(t)],r, color=black, thickness=3),
par, cur, sled1, sled2,
line([X(t),Y(t)],
[X(t)+h*sin(k*t),Y(t)+h*cos(k*t)],
color=black, thickness=5),
circle ([X(t) + h*sin(k*t),Y(t) +
h*cos(k*t)],r/1,
color=red, thickness=3),
line([X(t),Y(t)], [X(t)-h*sin(k*t),Y(t)-
h*cos(k*t)],
color=black, thickness=5),
circle ([X(t)-h*sin(k*t),Y(t)-h*cos(k*t)],r/1,
color=blue, thickness=3)):
end do:

```

Третя частина унаочнює елементи геометричної моделі у вигляді анімаційного фільму. При цьому, зображення можна зберегти у файлі dumbbell.gif.

```

plotsetup(gif, plotoutput= `dumbbell.gif`);
display(seq(okr[i],i=0..N-1),scaling=CONSTRAINED,
font = [TIMES, ITALIC , 16], insequence=true);

```

Ближче до реальної моделі буде варіант, коли залучити до розрахунків рівняння фізичної параболи. Вона моделює траєкторію точкової маси, випущену під кутом до горизонту і з певною швидкістю.

Нехай точка маси $m=1$ вилітає зі швидкістю V_0 під кутом $\alpha=45$ градусів. Тоді рівняння параболічної траєкторії матиме вигляд

$$x = \frac{\sqrt{2} V_0 t}{2}; \quad y = 1.5 - \frac{gt^2}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} V_0 t. \quad (8)$$

Тут $g=9.81$ - прискорення земного тяжіння. Враховуючи попередні пояснення, можна записати рівняння траєкторій центрів мас вантажів:

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} V_0 t - \frac{2r \left(-gt + \frac{\sqrt{2}}{2} V_0 \right)}{\sqrt{2V_0^2 + 4 \left(-gt + \frac{\sqrt{2}}{2} V_0 \right)^2}} + h \sin(kt);$$

$$y = 1.5 - \frac{gt^2}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} V_0 + \frac{\sqrt{2} r V_0}{\sqrt{2V_0^2 + 4 \left(-gt + \frac{\sqrt{2}}{2} V_0 \right)^2}} + h \cos(kt);$$
(9)

Використовуючи попередню maple-програму можна змоделювати траєкторій центрів мас вантажів і для фізичної параболи (необхідно поміняти межі зміни параметра t). На рис. 4 наведено приклад геометричного моделювання.

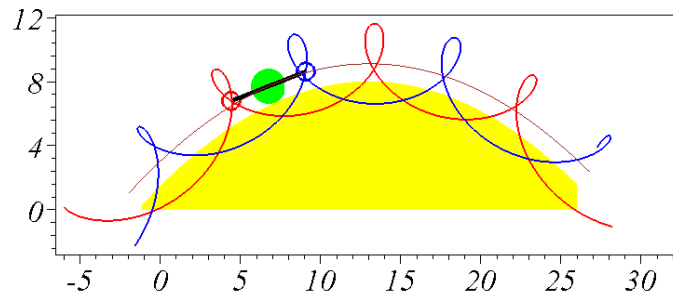


Рис. 4. Траєкторії руху центрів мас вантажів гантелі, одержані

Параболу визначає границя частини площини жовтого кольору. По ній котиться круг зеленого кольору. З кругом жорстко зв'язана гантель. В результаті одержуються траєкторії руху центрів мас вантажів гантелі.

Розрахунки здійснено з параметрами (всі в умовних величинах): кут вильоту - $\alpha=45$ градусів; швидкість вильоту $V_0 = 16$; маса гантелі $m=1$; радіус допоміжного кола $r = 1,1$; коефіцієнт обертання $k = 8$; половина довжини гантелі $h = 2.5$; $g = 9.81$.

Порівнявши рис. 2 і рис. 4 можна помітити деякі розходження в конфігураціях траєкторій руху центрів мас вантажів гантелі. Це можна пояснити різними підходами до їх визначення. Головне те, що запропонована модель дозволяє оцінити дальність обертово-поступального польоту гантелі. Це важливо для працівників пожежної охорони.

Реалізацію формул (9) планується здійснити на смартфонах або планшетах (наприклад, Huawei) [9]. При цьому, що важливо, програму визначення траєкторій руху центрів мас вантажів гантелі можна створити для андроїда використовуючи диференціальні рівняння. Необхідно лише погодити зв'язки між параметрами традиційного підходу ($m, h, Dx(0)=P_x, Dw(0)=P_y$) і параметрами інженерного способу ($\alpha, V_0, m, r=1,1, k$ і $h = 2.5$).

Узгодження зв'язків між параметрами можна здійснити шляхом їх табулювання під час випробовувальних стартів експериментального зразка гантелі.

Висновки та перспективи. В роботі запропоновано інженерний спосіб розрахунку обертово-поступального руху гантелі без необхідності розв'язувати диференціальні рівняння. Реалізацію інженерного способу плануємо здійснити з використанням смартфонів або планшетів з можливостями програмування. Для цього необхідно здійснити обчислення за формулами (9). В результаті матимемо наближені оцінки дальності польоту гантелі.

Література

1. Куценко Л.М. Геометричне моделювання способу метання для боротьби з пожежами / Л.М. Куценко, А.Я. Калиновський, О.Г. Поліванов / *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Вип. 98. Відп. редактор Ванін В. В. Київ: КНУБА, 2020. С.94-103
2. Kutsenko, V. Vanin, A. Naidysh, S. Nazarenko, A. Kalynovskyi, A. Cherniavskyi, O. Shoman, V. Semenova-Kulich, O. Polivanov, E. Sivak. Development of a geometrics mode of a new method for delivering extinguishing substances to a distant fire zone. *Eastern-European Journal of Enterprise Technol : Applied mechanics*. 2020. Vol. 4, No.7. (106) P. 88-102. .
3. Куценко Л.М. Моделювання доставки вогнегасних речовин з використанням контейнерів у вигляді гантелі / Л.М. Куценко, А. Я. Калиновський, І.Ю. Адашевська, І. Б. Шеліхова / *Сучасні проблеми моделювання: збірник наукових праць*. Технічні науки. Мелітополь, 2020. Вип.20. С.136-143.
4. Куценко, Л. М. Калиновський, А. Я. Поліванов, О. Г. Анімаційні ілюстрації до статті "Комп'ютерне моделювання нової технології віддаленої доставки засобів гасіння пожеж" [Електронний ресурс] 2020. Режим доступу: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/10860>
5. Бабаєв О. А. Теоретична механіка-3. Загальні теореми динаміки та елементи аналітичної механіки / О. А. Бабаєв, В. Ф. Кришталь. Київ : НТУУ "КПІ", 2015. 82 с.
6. Егоров А.Д., Потапова И.А. Теорема Кёнига: Простой пример [Електронний ресурс] 2020, Режим доступу: <https://www.researchgate.net/publication/339149106> TEOREMA KENIGA P ROSTOJ_PRIMER.
7. Гернет М. М. Курс теоретической механики. 5-е изд. Москва : Высшая школа, 1987. 344 с.
8. Журавлёв В. Ф. Основы теоретической механики. 2-е изд. Москва : Физматлит, 2001. 320 с.
9. Настройки смартфона. Huawei Devices. [Електронний ресурс] 2020, Режим доступу:

<https://huaweidevices.ru/katalog/inzenerное-menyu-onor-i-uaei-kak-zayti-kody-nastroyka-i-kalibrovka-smartfona>

10. Rotating dumbbell (Вращающаяся гантель) [Электронный ресурс] 2019, Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Mass_matrix

11. Rouben Rostamian A Guided Tour of Analytical Mechanics with animations in MAPLE. Department of Mathematics and Statistics UMBC December 2, 2018. 111 p.

12. Rouben Rostamian MATH 490: Special Topics in Mathematics Analytical Mechanics Math 490, Fall 2018. 7 p.

13. Ілюстрації до статті " Моделювання обертово-поступального руху гантелі, центр маси якої переміщається по колу" [Електронний ресурс], 2020, <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/11474>.

References

1. *Kutsenko L.M.* (2020) Геометричне моделювання способу метання для боротьби з пожежами / L.M. Kutsenko, A.YA. Kalynovskyi, O.H. Polivanov // *Prykladna geometriya ta inzhenerna hrafika*. Vyp. 98. Vidp. redaktor Vanin V. V. Kyiv: KNUBA. P.94-103

2. *Kutsenko, V. Vanin, A. Naidysh, S. Nazarenko, A. Kalynovskyi, A. Cherniavskyi, O. Shoman, V. Semenova-Kulich, O. Polivanov, E. Sivak.* Development of a geometrics mode of a new method for delivering extinguishing substances to a distant fire zone. *Eastern-European Journal of Enterprise Technol: Applied mechanics*. 2020. Vol. 4, No.7. (106) P. 88-102.

3. *Kutsenko L.M.* (2020) Моделювання доставки вогнепасних речовин з використанням контейнерів у вигляді гантелі / L.M. Kutsenko, A. YA. Kalynovskyi, I.YU. Adashevska, I. B. Shelikhova // *Suchasni problemy modelyuvannya: zbirnyk naukovykh prats'*. Tekhnichni nauky. Melitopol', 2020. Vyp.20. P.136-143.

4. *Kutsenko, L. M. Kalynovskyi, A. YA. Polivanov, O. H.* Animatsiyni ilyustratsiyi do statii "Komp'yuterne modelyuvannya novoyi tekhnolohiyi viddalenoї доставки засобів hasinnya pozhekh" [Elektronnyy resurs] 2020, Rezhym dostupu: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/10860>

5. *Babayev O. A.* (2015) *Teoretychna mekhanika-3. Zahalni teoremy dynamiky ta elementy analitychnoyi mekhaniky* / O. A. Babayev, V. F. Kryshchal'. Kyiv : NTUU «KPI». 82 p.

6. *Ehorov A.D., Potapova Y.A.* (2020) *Teorema Kënyha: Prostoy prymer* [Elektronnyy resurs] , Rezhym dostupu: https://www.researchgate.net/publication/339149106_TEOREMA_KENIGA_P_ROSTOJ_PRIMER

7. *Hernet M. M.* (1987) *Kurs teoretycheskoy mekhanyky*. 5-e yzd. Moscow : Vysshaya shkola. 344 p.

8. *Zhuravlëv V. F.* (2001) *Osnovy teoretycheskoy mekhanyky*. 2-e yzd. Moscow : Fyzmatlyt. 320 p.

9. Nastroyky smartfona. Huawei Devices. [Elektronnyy resurs] 2020, Rezhym dostupu: <https://huaweidevices.ru/katalog/inzenernoe-menyu-onor-i-uaei-kak-zayti-kody-nastroyka-i-kalibrovka-smartfona>
10. Rotating dumbbell (Вращающаяся гантель) [Электронный ресурс] 2019, Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Mass_matrix.
11. Rouben Rostamian (2018) A Guided Tour of Analytical Mechanics with animations in MAPLE. Department of Mathematics and Statistics UMBC December 2. 111 p.
12. Rouben Rostamian (2018) MATH 490: Special Topics in Mathematics Analytical Mechanics Math 490, Fall. 7 p.
13. Illustrations for the article "Modeling the rotational motion of a dumbbell, the center of mass of which moves in a circle" [Electronic resource], 2020, <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/11474>.

А. Я. Калиновский,
kalinovskiy.a@nuczu.edu.ua, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1021-5799>

ИНЖЕНЕРНЫЙ СПОСОБ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ ВРАЩАТЕЛЬНО-ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ГАНТЕЛИ

Работа посвящена способу доставки огнетушащего вещества в зону отдаленного пожара. В известном способе вещество (например, огнетушащий порошок) помещают в твердую оболочку – контейнер цилиндрической формы. После доставки к месту пожара контейнер должен разрушиться и высвободить вещество, которое будет оказывать содействие по тушению пожара. Для доставки цилиндрического контейнера используется пневматическая пушка. В процессе доставки цилиндр должен вращаться вокруг своей оси для обеспечения устойчивости движения. При этом во время "выстрела" возникает сложность регулирования распределения потоков сжатого воздуха в дуле пушки для достижения необходимой скорости вращения цилиндра.

В новом способе доставки предлагается использовать контейнер, состоящий из двух сферических емкостей, соединенных стержнем (подобно гантели). Традиционное моделирование движения гантели основано на составлении и решении системы дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода. Для этого нужно избрать функции обобщенных координат и использовать лагранжиан для описания вращательно-поступательного движения гантели в поле земного тяготения. Это позволяет получить приближенные функциональные зависимости, а также зависимости производных для каждой из функций обобщенных координат. В результате можно изображать графики фазовых траекторий функций обобщенных координат. Полученные зависимости от времени для функций обобщенных координат позволяют

смоделировать внешнюю баллистику гантели - т.е. создать компьютерную анимацию ее вращательно-поступательного движения.

В отличие от традиционного подхода в данной работе предлагается инженерный способ геометрического моделирования внешней баллистики движения гантели. Т.е. способ моделирования вращательно-поступательного движения гантели, который базируется на геометрических представлениях. Будем считать, что на гантели жестко закреплен вспомогательный круг, центр которого совпадает с центром массы гантели. Пусть круг «кочется» по баллистической траектории движения центра масс гантели. Тогда траектории точечных масс грузов гантели дадут приближенное представление об вращательно-поступательном движении гантели в просторные в пределах вертикальной плоскости.

Ключевые слова: гантелеподобная форма контейнеру, вращательно-поступательное движение контейнера, геометрическое моделирование, геометрический объект в форме гантели, отдельные фазы вращения гантели.

A. Y. Kalinovskiy,

kalinovskiy.a@nuczu.edu.ua, orcid: <http://orcid.org/0000-0002-1021-5799>

National University of Civil Defense of Ukraine

ENGINEERING METHOD FOR MODELING THE OUTER BALLISTICS OF ROTATIONAL AND PROGRESSIVE MOVEMENT DUMBBELLS

The work is devoted to the method of delivering a fire extinguishing agent into a distant fire zone. In a known method, a substance (for example, a fire extinguishing powder) is placed in a solid shell - a cylindrical container. After delivery to the location of the fire, the container should collapse and free up the substance that will be assisted on fire extinguishing. A pneumatic gun is used to deliver a cylindrical container. In the process of delivery, the cylinder should rotate around its axis to ensure the stability of the movement. At the same time, during the "shot", the difficulty of regulating the distribution of compressed air flows in the gun dulk to achieve the required speed of rotation of the cylinder is arisen.

In a new delivery method, it is proposed to use a container consisting of two spherical containers connected by a rod (like dumbbells). Traditional motion modeling Dumbbells is based on the preparation and solution of the system of differential equations of Lagrange of the second kind. To do this, choose the functions of generalized coordinates and use Lagrangian to describe the rotational and progressive movement of dumbbells in the earth's field. This

allows you to obtain approximate functional dependences, as well as dependencies of derivatives for each of the functions of generalized coordinates. As a result, you can depict charts of phase trajectories of the generalized coordinates. The dependence on time for the functions of generalized coordinates allow you to simulate the outer ballistics dumbbells - i.e. Create a computer animation of its rotational and progressive movement.

In contrast to the traditional approach in this paper, an engineering method of geometric modeling of the external ballistics of the movement of dumbbells is proposed. Those. The method of modeling the rotational and progressive movement dumbbells, which is based on geometric representations. We assume that the auxiliary circle is rigidly fixed on the dumbbells, the center of which coincides with the center of mass dumbbells. Let the circle "quoted" along the ballistic trajectory of the Mass Dumbbell Center. Then the trajectories of the point mass of cargo dumbbells will give an approximate view of the rotational and progressive movement of dumbbells into spacious within the vertical plane.

Keywords: a gantel-like form of a container, rotational and progressive movement of the container, geometric modeling, geometric object in the form of dumbbells, separate phases of rotation of dumbbells.