УДК 514.18
DOI: https://doi.org/10.32347/0131-579x.2021.101.19-33
к. т. н., доц. **Воронцов О.В.**,
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»
д. т. н., проф. **Усенко В.Г.**,
valery_usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4937-6442
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»
к. пед. н., **Воронцова І.В.**,
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816
Полтавський коледж нафти і газу Національного університету
«Полтавська політехніка імені Юрія *Кондратюка»*

ДИСКРЕТНА ІНТЕРПОЛЯЦІЯ СУПЕРПОЗИЦІЯМИ КООРДИНАТ ЧОТИРЬОХ ТОЧОК ДВОВИМІРНИХ ТОЧКОВИХ МНОЖИН НА ПРИКЛАДІ ПАРАБОЛІЧНИХ ПОВЕРХОНЬ

У статті запропоновано загальний підхід до визначення закономірностей зміни величин коефіцієнтів суперпозицій двовимірних точкових множин що дозволяє розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції числовими послідовностями будь-яких двовимірних функціональних залежностей за чотирма довільно заданими вузловими точками.

Координати будь-якої точки двовимірної множини точок можна представити суперпозицією координат чотирьох довільних точок цієї множини і одержати аналітичні залежності для визначення величин коефіцієнтів суперпозиції із відповідної системи рівнянь.

Досліджено процес формування дискретних аналогів двовимірних геометричних образів на прикладі поверхонь складовими каркаса яких є поліноміальні функціональні залежності.

У процесі дослідження визначено закономірності зміни величин коефіцієнтів суперпозиції трьох вузлових точок опорного контуру і внутрішньої вузлової точки у вигляді поверхонь-графіків числових послідовностей двох змінних для обраної розрахункової схеми.

Одержані закономірності дозволяють формувати поверхні на заданій у плані розрахунковій схемі, складовими каркаса яких будуть поліноміальні функціональні залежності, за даними аплікатами трьох точок опорного контуру і внутрішньої точки.

Дані дослідження визначають загальний підхід до одержання подібних закономірностей зміни величин коефіцієнтів суперпозиції чотирьох довільно заданих, як суміжних, так і не суміжних вузлових точок обраної розрахункової схеми для визначення координат n *точок модельованих будь-яких двовимірних функціональних залежностей та довільних двовимірних множин точок.*

У подальшому результати даної роботи дозволять визначати закономірності зміни величини одного із чотирьох коефіцієнтів суперпозиції, як для суміжних, так і для не суміжних заданих чотирьох вузлових точок різних двовимірних числових послідовностей, що дозволить розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції числовими послідовностями будь-яких двовимірних функціональних залежностей (визначати аплікати шуканих точок дискретних каркасів двовимірних геометричних образів) без трудомістких операцій складання та розв'язання великих систем лінійних та трансцендентних рівнянь.

Ключові слова: дискретне моделювання; геометричні образи; числові послідовності; геометричний апарат суперпозицій; двовимірні множини точок.

Постановка проблеми. Процес дискретного моделювання двовимірних геометричних образів у більшості випадків супроводжується трудомісткими операціями складання та розв'язання великих систем лінійних і трансцендентних рівнянь [1, 2]. Окрім того, звичайні способи інтерполяції не дозволяють застосовувати трансцендентні функції як інтерполянти тому, що при підстановці в них значень вихідних умов отримують систему трансцендентних рівнянь, яку не вдається розв'язати у загальному випадку.

Дослідження закономірностей зміни величин коефіцієнтів суперпозиції заданих чотирьох вузлових точок різних двовимірних числових послідовностей на обраних розрахункових схемах, дозволять розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції числовими послідовностями будь-яких двовимірних функціональних залежностей без трудомістких операцій складання та розв'язання великих систем рівнянь.

Аналіз останніх досліджень. Питанням досліджень дискретного моделювання геометричних образів суперпозиціями одновимірних та двовимірних числових послідовностей присвячені роботи [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] авторів даної статті.

Формулювання цілей та завдання статті. Метою даної роботи є дослідження питань дискретної інтерполяції геометричних образів двовимірними числовими послідовностями за координатами чотирьох довільних вузлових точок на прикладі параболічних поверхонь; зокрема – дослідження закономірностей зміни величин коефіцієнтів суперпозиції заданих чотирьох вузлових точок різних двовимірних числових послідовностей на обраних розрахункових схемах, що дозволить розв'язувати задачі дискретної інтерполяції числовими послідовностями будь-яких двовимірних функціональних залежностей.

Основна частина. Згідно доведеної у роботі [5] Властивості 2, координати будь-якої точки двовимірної множини точок є суперпозицією (1) координат чотирьох довільних точок цієї множини:

$$\begin{cases} x_0 - x_4 = k_1(x_1 - x_4) + k_2(x_2 - x_4) + k_3(x_3 - x_4) \\ y_0 - y_4 = k_1(y_1 - y_4) + k_2(y_2 - y_4) + k_3(y_3 - y_4) \\ z_0 - z_4 = k_1(z_1 - z_4) + k_2(z_2 - z_4) + k_3(z_3 - z_4) \end{cases}. \quad (1)$$

Результатом розв'язку системи рівнянь (1) є формули (2), (3), (4) визначення величин коефіцієнтів суперпозиції k_1, k_2, k_3 :

$$\begin{aligned} k_1 = {} & \frac{(x_0-x_4)(y_2-y_4)(z_3-z_4)-(x_0-x_4)(y_3-y_4)(z_2-z_4)-}{(x_1-x_4)(y_2-y_4)(z_3-z_4)-(x_1-x_4)(y_3-y_4)(z_2-z_4)-} \\ & \frac{-(x_2-x_4)(y_0-y_4)(z_3-z_4)+(x_2-x_4)(y_3-y_4)(z_0-z_4)+}{-(x_2-x_4)(y_1-y_4)(z_3-z_4)+(x_2-x_4)(y_3-y_4)(z_1-z_4)+} \\ & \frac{+(x_3-x_4)(y_0-y_4)(z_2-z_4)-(x_3-x_4)(y_2-y_4)(z_0-z_4)+}{+(x_3-x_4)(y_1-y_4)(z_2-z_4)-(x_3-x_4)(y_2-y_4)(z_1-z_4)+}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} k_2 = {} & \frac{(x_1-x_4)(y_0-y_4)(z_3-z_4)-(x_1-x_4)(y_3-y_4)(z_0-z_4)-}{(x_1-x_4)(y_2-y_4)(z_3-z_4)-(x_1-x_4)(y_3-y_4)(z_2-z_4)-} \\ & \frac{-(x_0-x_4)(y_1-y_4)(z_3-z_4)+(x_0-x_4)(y_3-y_4)(z_1-z_4)+}{-(x_2-x_4)(y_1-y_4)(z_3-z_4)+(x_2-x_4)(y_3-y_4)(z_1-z_4)+} \\ & \frac{+(x_3-x_4)(y_1-y_4)(z_0-z_4)-(x_3-x_4)(y_0-y_4)(z_1-z_4)}{+(x_3-x_4)(y_1-y_4)(z_2-z_4)-(x_3-x_4)(y_2-y_4)(z_1-z_4)}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} k_3 = {} & \frac{(x_1-x_4)(y_2-y_4)(z_0-z_4)-(x_1-x_4)(y_0-y_4)(z_2-z_4)-}{(x_1-x_4)(y_2-y_4)(z_3-z_4)-(x_1-x_4)(y_3-y_4)(z_2-z_4)-} \\ & \frac{-(x_2-x_4)(y_1-y_4)(z_0-z_4)+(x_2-x_4)(y_0-y_4)(z_1-z_4)+}{-(x_2-x_4)(y_1-y_4)(z_3-z_4)+(x_2-x_4)(y_3-y_4)(z_1-z_4)+} \\ & \frac{+(x_0-x_4)(y_1-y_4)(z_2-z_4)-(x_0-x_4)(y_2-y_4)(z_1-z_4)}{+(x_3-x_4)(y_1-y_4)(z_2-z_4)-(x_3-x_4)(y_2-y_4)(z_1-z_4)}, \end{aligned} \quad (4)$$

де $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, y_0, y_1, y_2, y_3, y_4, z_0, z_1, z_2, z_3, z_4$ – відомі числові параметри, k_1, k_2, k_3 – невідомі.

У задачах дискретної інтерполяції та екстраполяції невідомою величиною є апліката z_0 , тому розв'яжемо дану систему рівнянь, у якій відомими числовими параметрами будуть $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, y_0, y_1, y_2, y_3, y_4, z_1, z_2, z_3, z_4, k_1$, а z_0, k_2, k_3 – невідомі.

Результатом такого розв'язку будуть формули (5, 6, 7):

$$\begin{aligned} z_0 = {} & -((((k_1-1)x_2 - k_1x_1 + x_0)y_3 + ((1-k_1)x_3 + k_1x_1 - x_0)y_2 + \\ & +(k_1x_3 - k_1x_2)y_1 + (x_2 - x_3)y_0)z_4 + (((1-k_1)x_2 + k_1x_1 - x_0)y_4 + \\ & ((k_1-1)x_4 - k_1x_1 + x_0)y_2 + (k_1x_2 - k_1x_4)y_1 + (x_4 - x_2)y_0)z_3 + \\ & (((k_1-1)x_3 - k_1x_1 + x_0)y_4 + ((1-k_1)x_4 + k_1x_1 - x_0)y_3 + \\ & +(k_1x_4 - k_1x_3)y_1 + (x_3 - x_4)y_0)z_2 + ((k_1x_2 - k_1x_3)y_4 + (k_1x_4 - \\ & k_1x_2)y_3 + \\ & +(k_1x_3 - k_1x_4)y_2)z_1)/((x_3 - x_2)y_4 + (x_2 - x_4)y_3 + (x_4 - x_3)y_2\ ; \end{aligned} \quad (5)$$

$$k_2 = -(((k_1-1)x_3 - k_1x_1 + x_0)y_4 + ((1-k_1)x_4 + k_1x_1 - x_0)y_3 +$$

$$+(k_1x_4 - k_1x_3)y_1 + (x_3 - x_4)y_0)/$$

$$/((x_3 - x_2)y_4 + (x_2 - x_4)y_3 + (x_4 - x_3)y_2\,; \tag{6}$$

$$k_3 = (((k_1-1)x_2 - k_1x_1 + x_0)y_4 + ((1-k_1)x_4 + k_1x_1 - x_0)y_2 +$$

$$+(k_1x_4 - k_1x_2)y_1 + (x_2 - x_4)y_0)/$$

$$/((x_3 - x_2)y_4 + (x_2 - x_4)y_3 + (x_4 - x_3)y_2\,. \tag{7}$$

Дослідивши закономірності зміни величин одного коефіцієнта суперпозиції, наприклад k_1, інші – k_2 і k_3 знайдемо за формулами (5), (6).

Розглянемо, наприклад, процес формування дискретних аналогів поверхонь складовими каркаса яких є поліноміальні функціональні залежності.

Відповідно до визначеної Властивості 2 координати будь-якої точки двовимірної числової послідовності (8)

$$z_{i,j} = a_{00} + a_{10}i + a_{01}j + a_{20}i^2 + a_{11}ij + a_{02}j^2 \tag{8}$$

можуть бути визначені як суперпозиції координат чотирьох довільних точок даної послідовності за формулою (9):

$$u_0 = k_1u_1 + k_2u_2 + k_3u_3 + (1 - k_1 - k_2 - k_3)u_4\,, \tag{9}$$

де u – узагальнене позначення відповідної координати.

Довільну точку $A_0(u_0)$, двовимірної числової послідовності (8) можна представити у вигляді (10):

$$A_0 = k_1A_1 + k_2A_2 + k_3A_3 + (1 - k_1 - k_2 - k_3)A_4\,, \tag{10}$$

де: $(1 - k_1 - k_2 - k_3) = k_4$.

Щоб знайти коефіцієнти k_1, k_2, k_3 треба скласти і розв'язати систему рівнянь (9), яка матиме вигляд (1).

Розв'язання даної системи рівнянь дає вирази для обчислення коефіцієнтів суперпозиції k_1, k_2, k_3 у вигляді (2), (3), (4).

На рисунку 1 представлено дискретний каркас двовимірної числової послідовності (8), у якої $a_{00}=0$; $a_{10}=0$; $a_{01}=0$; $a_{11}=0$; $a_{20}=1$; $a_{02}=1$.

Обчислимо значення коефіцієнтів суперпозиції для заданої розрахункової схеми (рис. 2) чотирьох точок (рисунок 1): заданого опорного контуру — $A_{-5,0}^1(-5, 0, 25)$, $A_{0,5}^2(0, 5, 25)$, $A_{5,0}^3(5, 0, 25)$, і центрального вузла $A_{0,0}^4(0, 0, 0)$ для визначення аплікат внутрішніх вузлів.

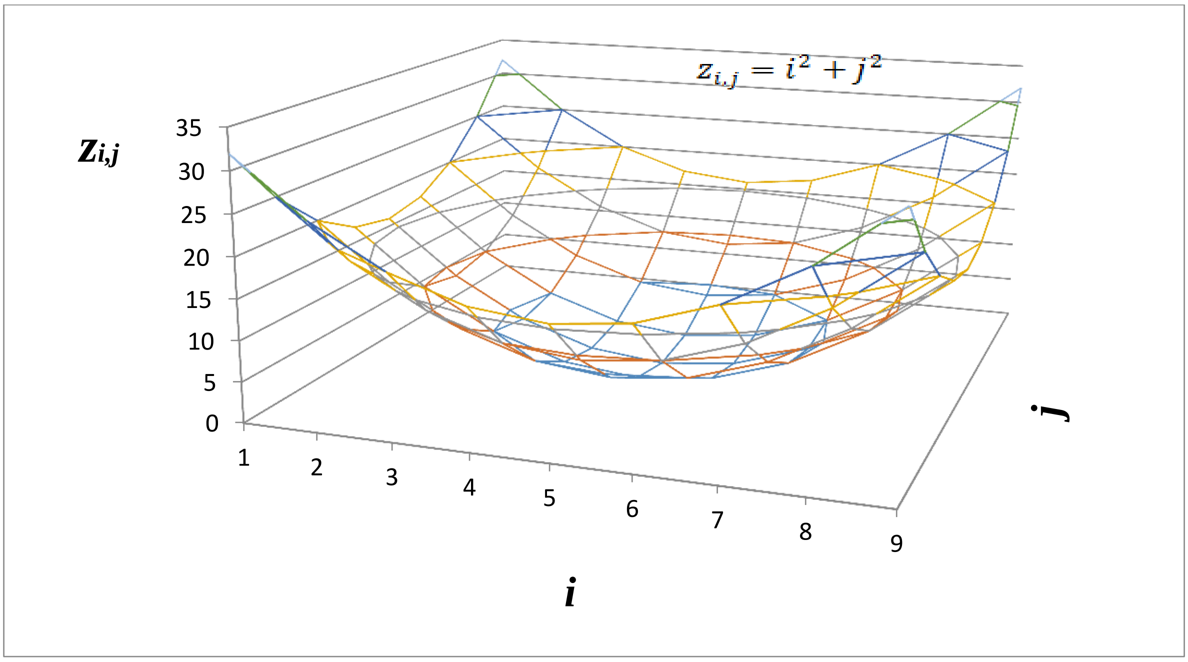


Рис 1. Дискретний каркас точок двовимірної числової послідовності $z_{i,j} = i^2 + j^2$

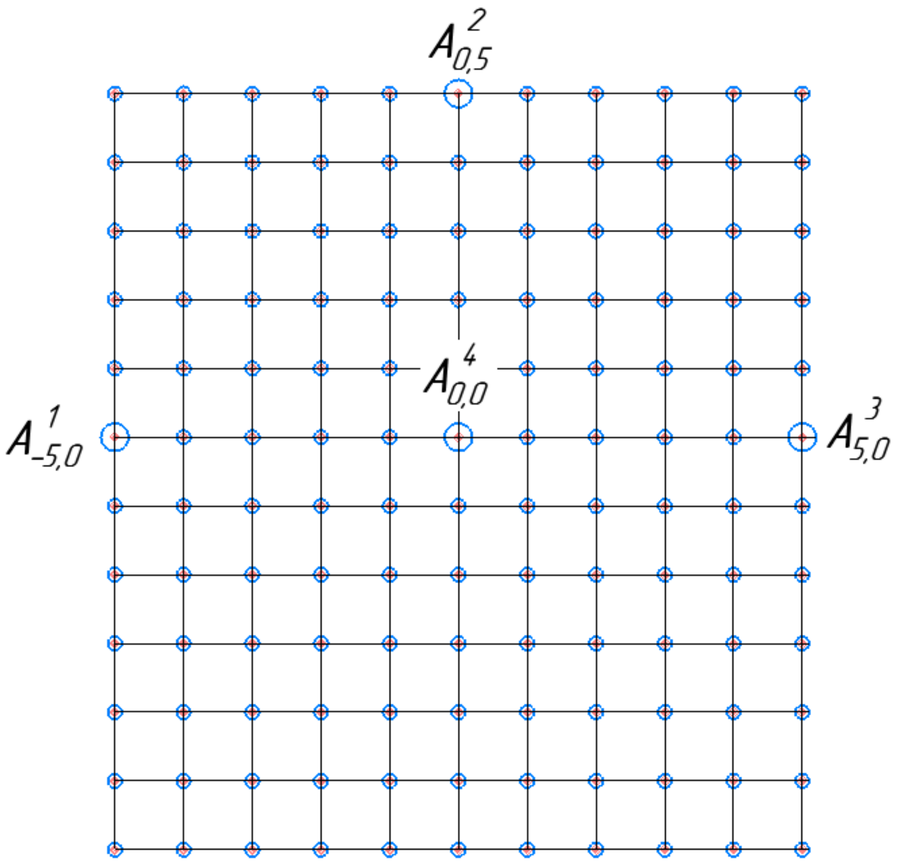
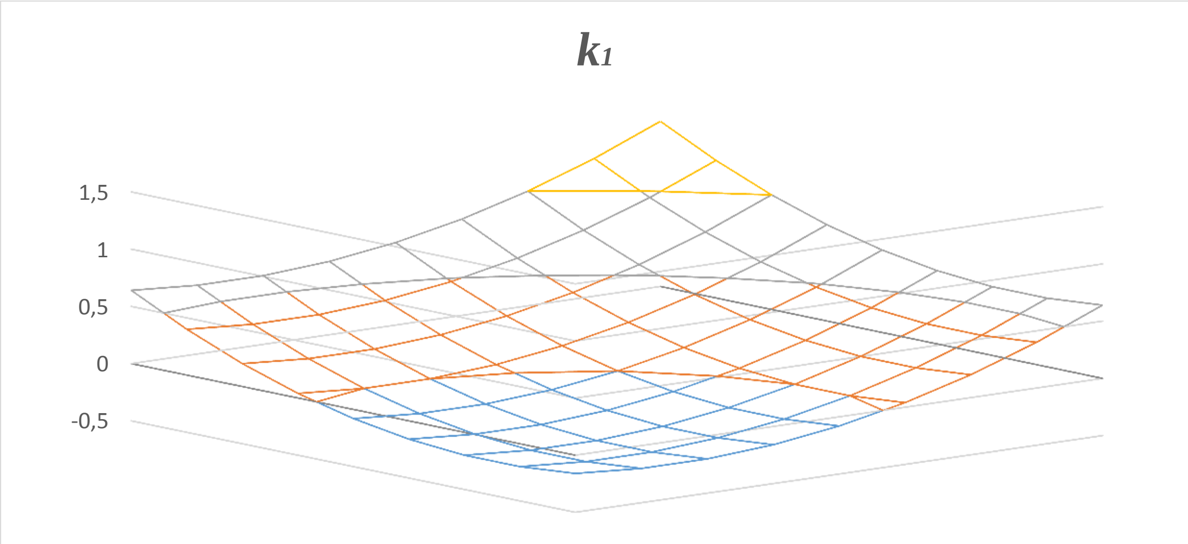
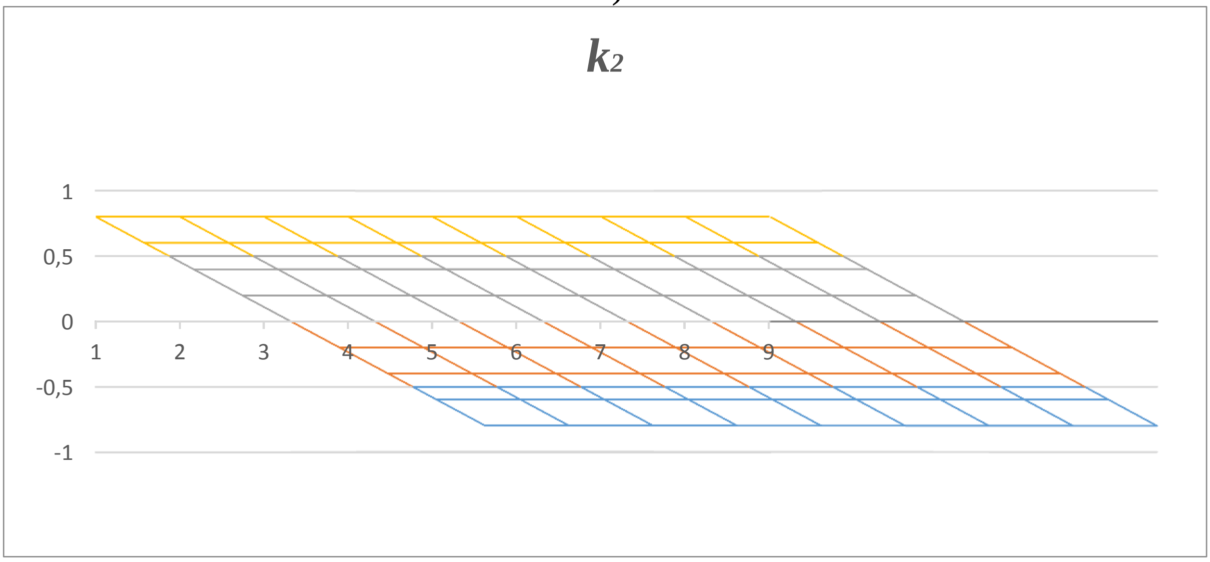


Рис. 2. Розрахункова схема для визначення величин коефіцієнтів суперпозиції k_1, k_2, k_3

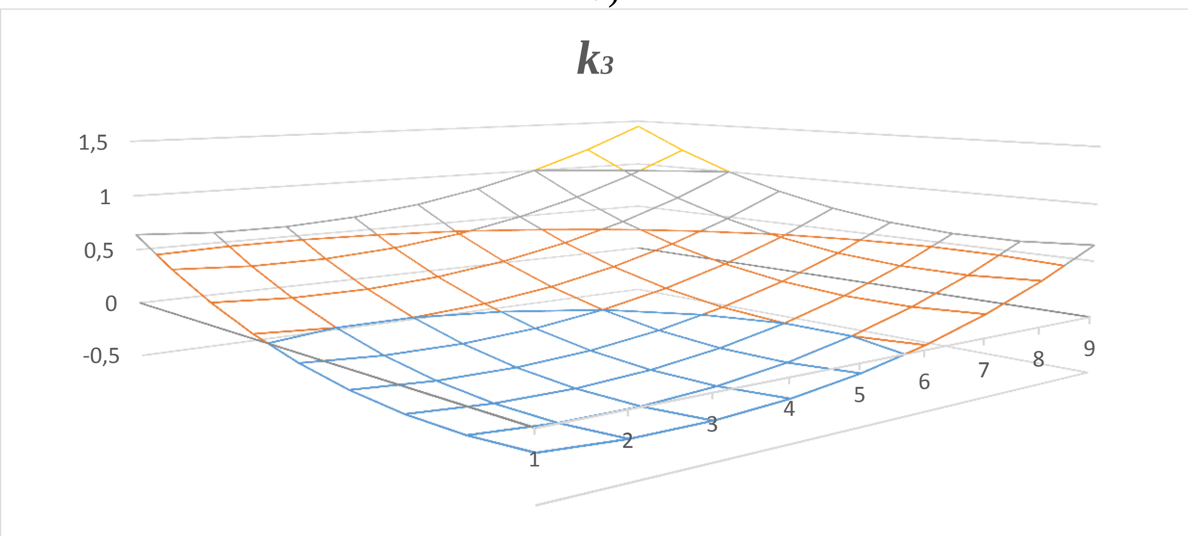
Дискретні каркаси значень величин коефіцієнтів суперпозиції графічно представлені на рисунках 3 а), б), в), г).



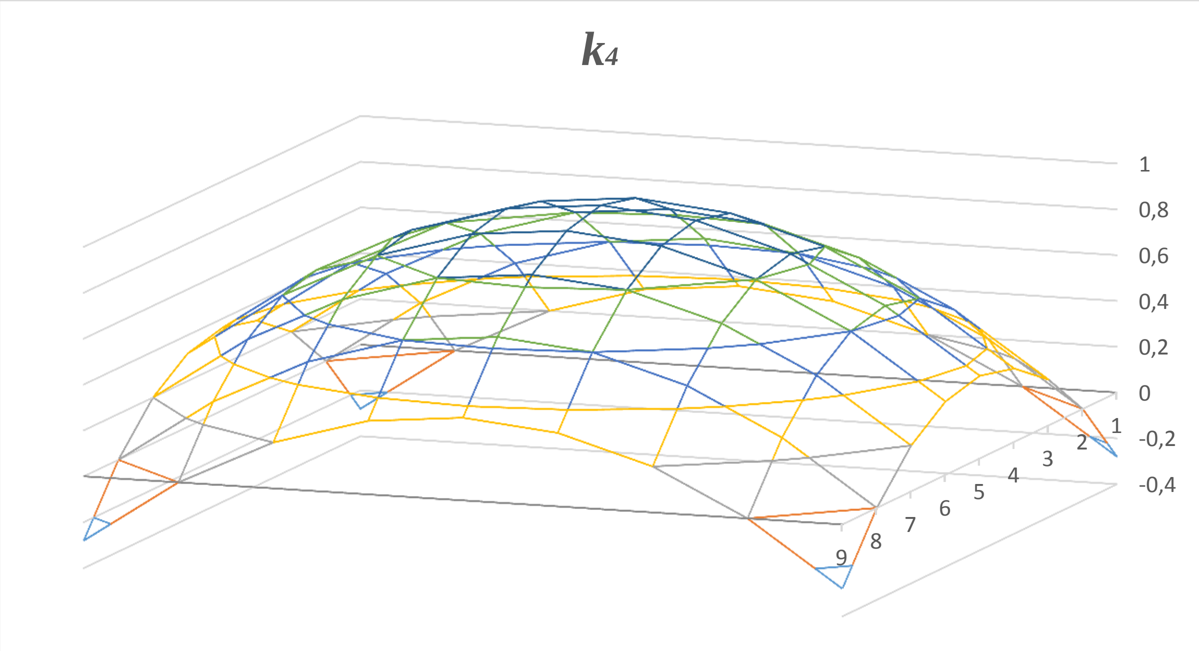
а)



б)



в)



г)

Рис. 3. Дискретні значення величин коефіцієнтів суперпозиції, відповідно:
а) при k_1; *б)* при k_2; *в)* при k_3; *г)* при k_4.

Як видно із наведених вище прикладів, дискретні каркаси величин коефіцієнтів суперпозиції k_1, k_3, k_4 являють собою двовимірні числові послідовності виду (1), що є дискретними аналогами поверхонь 2-го степеня, а дискретний каркас величин коефіцієнту k_2 являє собою двовимірну числову послідовність виду (11)

$$z_{i,j} = a_{00} + a_{10}i + a_{01}j \, , \tag{11}$$

що є дискретним аналогом площини.

Складові каркасів величин коефіцієнтів суперпозиції k_1, k_3, k_4 являють собою числові послідовності, що, як і значення ординат числової послідовності (12),

$$y_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 \tag{12}$$

описуються рекурентною формулою скінченої різниці 2-го порядку:

$$y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1} = P,$$

або:

$$0{,}5y_{i+1} - y_i + 0{,}5y_{i-1} = P,$$

і є поліномами 2-го степеня.

Тому достатньо мати три члена послідовностей для визначення їх n членів.

Дискретні значення величин коефіцієнту суперпозиції k_1 двох ліній (i=-4 та y_i=4) дискретного каркасу величин коефіцієнту суперпозиції k_1 графічно представлено на рис. 4, 5.

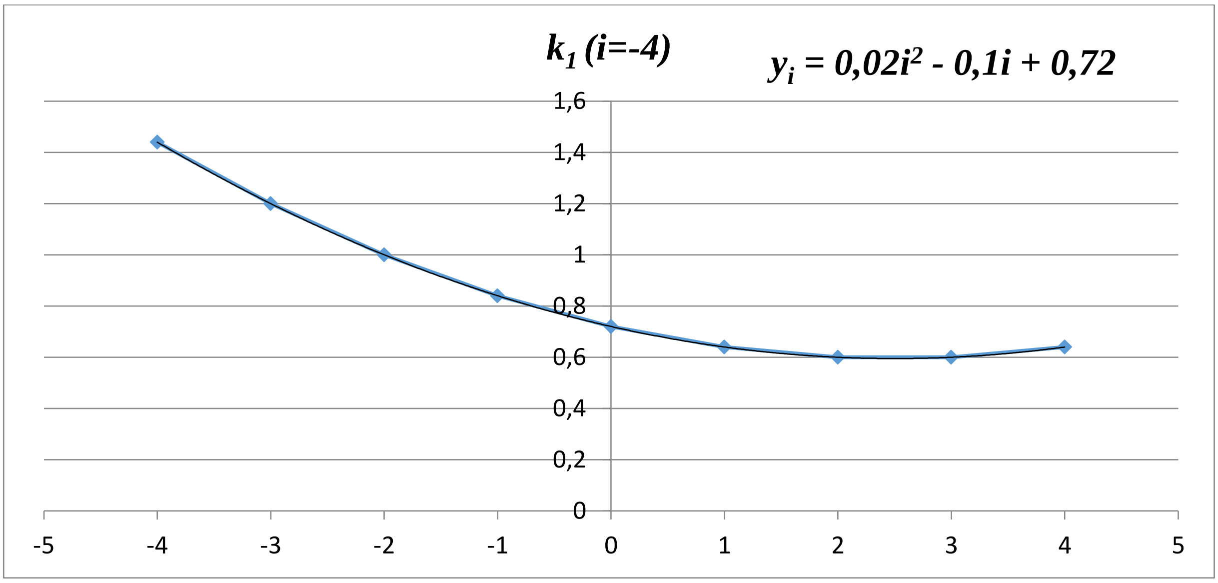


Рис. 4. Дискретні значення величин коефіцієнту суперпозиції k_1 за напрямом i=-4.

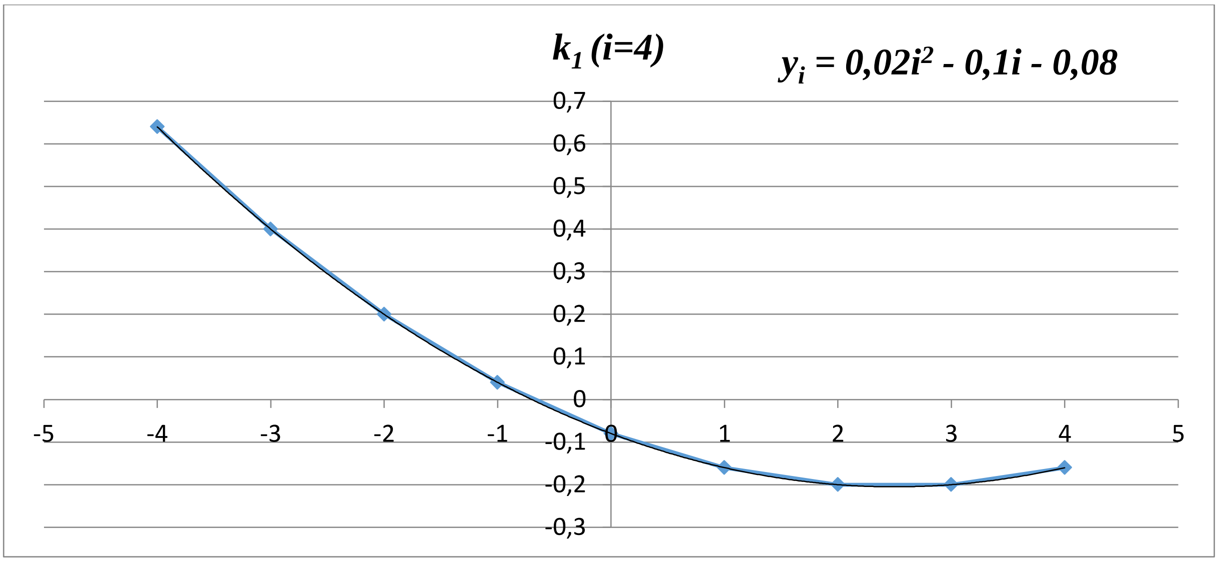


Рис. 5. Дискретні значення величин коефіцієнту суперпозиції k_1 за напрямом y_i=4

А складові каркасу величин коефіцієнту суперпозиції k_2 є прямими лініями і описуються рекурентною формулою скінченої різниці 1-го порядку:

$$y_{i+1} - y_i = P.$$

Тому достатньо мати два члена послідовностей для визначення їх n членів.

Для даної розрахункової схеми і вихідних даних (заданих аплікат вузлових точок опорного контуру і центрального вузла) можемо визначити наступні залежності:

$$k_1 = (-5 \cdot (25y_0 - 5z_0) - 125x_0)/1250\ ;$$

$$k_3 = (5 \cdot (5z_0 - 25y) + 125x_0)/1250\ ;$$

$$k_2 = {}^{y_0}/_{5}\ ;$$

$$k_1 + k_2 + k_3 = {}^{z_0}/_{25}$$

$$k_1 + k_3 = {}^{z_0}/_{25} - {}^{y_0}/_{5}.$$

Враховуючи, що найбільш простою із наведених вище залежностей є залежність для коефіцієнту суперпозиції k_2, розв’яжемо систему рівнянь (1), у якій відомими числовими параметрами будуть x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, y_0, y_1, y_2, y_3, y_4, z_1, z_2, z_3, z_4, k_2, а z_0, k_1, k_3 – невідомі.

Результатом такого розв’язку будуть формули (13, 14, 15):

$$z_0 = (((k_2(x_2 - x_1) + (x_1 - x_0))(y_3 - y_4) +$$
$$+(k_2(x_3 - x_2) + (x_0 - x_3))y_1 + (x_3 - x_1)(y_0 - k_2y_2))z_4 +$$
$$+(k_2(x_4 - x_1)y_2 + (k_2(x_2 - x_4) + (x_4 - x_0))y_1 + (x_1 - x_4)y_0)z_3 +$$
$$+(k_2(x_3 - x_1)y_4 + k_2(x_1 - x_4)y_3 + k_2(x_4 - x_3)y_1)z_2 +$$
$$+\Big(\big((k_2(x_2 - x_3) + (x_3 - x_0)\big)\Big)y_4 + \big(k_2(x_4 - x_2) + (x_0 - x_4)\big)y_3 +$$
$$(x_4 - x_3)(y_0 - k_2y_2)z_1)/$$
$$/((x_3 - x_1)y_4 + (x_1 - x_4)y_3 + (x_4 - x_3)y_1) \qquad (13)$$

$$k_1 = \big((k_2(x_2 - x_3) + (x_3 - x_0)\big)y_4 + (k_2(x_4 - x_2) + (x_0 - x_4))y_3 + (x_4 - x_3)(y_0 - k_2y_2))/((x_3 - x_1)y_4 + (x_1 - x_4)y_3 + (x_4 - x_3)y_1\ ; \qquad (14)$$

$$k_3 = \big((k_2(x_1 - x_2) + (x_0 - x_1)\big)y_4 + (k_2(x_2 - x_4) + (x_4 - x_0))y_1 + (x_1 - x_4)(y_0 - k_2y_2))/((x_3 - x_1)y_4 + (x_1 - x_4)y_3 + (x_4 - x_3)y_1\ ; \qquad (15)$$

На підставі одержаних вище закономірностей зміни величин коефіцієнтів суперпозиції обчислимо дискретні значення аплікат внутрішніх вузлових точок числової послідовності (8), як суперпозиції чотирьох вузлових точок розрахункової схеми, представленої на рис. 2: заданого опорного контуру — $A_{-5,0}^{1}(-5, 0, 25)$, $A_{0,5}^{2}(0, 5, 25)$, $A_{5,0}^{3}(5, 0, 25)$ і центрального вузла $A_{0,0}^{4}(0, 0, -10)$, за формулою (9).

Результати розрахунку дискретних значення аплікат внутрішніх вузлових точок модельованої поверхні графічно представлено на рис. 6.

Висновки. Для моделювання двовимірних геометричних образів можуть бути застосовані дані дослідження дискретного визначення координат невідомих вузлових точок за довільними дискретними значеннями будь-яких чотирьох точок, у тому числі точок заданого опорного контуру.

Дані дослідження визначають загальний підхід до одержання подібних закономірностей зміни величин коефіцієнтів суперпозиції чотирьох довільно заданих, як суміжних, так і не суміжних вузлових точок обраної розрахункової схеми для визначення координат n точок модельованих будь-яких двовимірних функціональних залежностей та довільних двовимірних множин точок.

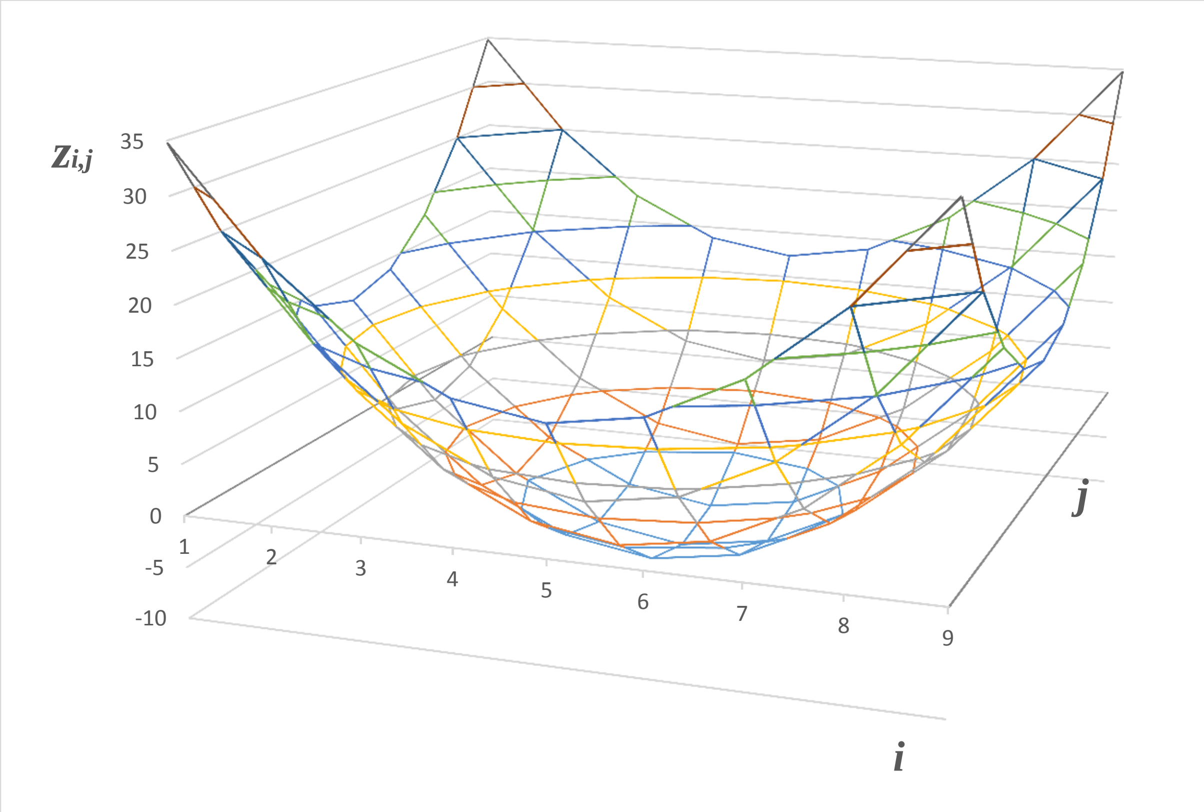


Рис. 6. Дискретний каркас точок модельованої поверхні виду
$z_{i,j} = a_{00} + a_{10}i + a_{01}j + a_{20}i^2 + a_{11}ij + a_{02}j^2$

Перспективи подальших досліджень.

У подальшому результати даної роботи дозволять визначати закономірності зміни величини одного із чотирьох коефіцієнтів суперпозиції, як для суміжних, так і для не суміжних заданих чотирьох вузлових точок різних двовимірних числових послідовностей.

Це дозволить розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції числовими послідовностями будь-яких двовимірних функціональних залежностей (визначати аплікати шуканих точок дискретних каркасів двовимірних геометричних образів) без трудомістких операцій складання та розв'язання великих систем лінійних та трансцендентних рівнянь.

Література

1. Ковалев С.Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций: дис. … доктора техн. наук: 05.01.01 / Ковалев С.М. Москва : МАИ, 1986. – 348 с.
2. Пустюльга С.І. Дискретне визначення геометричних об'єктів числовими послідовностями: дис. … доктора техн. наук: 05.01.01 / С.І. Пустюльга. Київ : КНУБА, 2006. – 322 с.
3. Воронцов О.В. Дослідження закономірностей зміни величин коефіцієнтів суперпозиції одновимірних функціональних залежностей на прикладі поліноміальних функцій. // Сучасні проблеми моделювання. Збірник наукових праць Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького. Мелітополь : МДПУ. Випуск 21. 2021. С. 74-82. https://doi.org/10.33842/22195203/2021/21/74/82.
4. Воронцов О.В., Воронцова І.В. Закономірності зміни величин коефіцієнтів суперпозиції у процесі інтерполяції гіперболічними функціями. Прикладні питання математичного моделювання. Т. 4, №1. Херсон : ХНТУ, 2021. С. 59-66. https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.6.
5. Воронцов О.В., Тулупова Л.О. Дискретное моделирование кривых поверхностей суперпозициями двумерных точечных множеств: сборник статей по материалам XL международной научно-практической конференции «Технические науки – от теории к практике». Новосибирск. №11 (36). 2014. С. 7-16.
http://sibac.info/sites/default/files/archive/2014/2014.11.19_teh._nauki_pravka.pdf
6. Воронцов О.В.,Воронцова І.В. Спосіб одновимірної дискретної інтерполяції за координатами трьох точок числових послідовностей на прикладі показникових функцій. Прикладні питання математичного моделювання. Херсон: ХНТУ, Т.3, №2.2. 2020. С. 35-43.
https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-2.3.
7. Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V. Discrete modeling of building structures geometric images. International Journal of Engineering & Technology. Vol. 7 No. 3.2. 2018. P. 727 – 731.
DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467.
8. Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V. Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. International Journal of Engineering & Technology. №7 (4.8), Special Issue №8. 2018. Pages 560-565.
DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27306.
9. Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V. Modeling of shell type spatial structural forms by superpositions of support nodes coordinates. Lecture Notes in Civil Engineering. Volume 73. 2019. Pages 501-513.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-42939-3.

References

1. Kovalev S.N. Formirovanie diskretnyih modeley poverhnostey prostranstvennyih arhitekturnyih konstruktsiy: dis. … doktora tehn. nauk: 05.01.01 / Kovalev S.M. [in Russian].
2. Pustiulha S.I. Dyskretne vyznachennia heometrychnykh obiektiv chyslovymy poslidovnostiamy: dys. … doktora tekhn. nauk: 05.01.01 / S.I. Pustiulha. Kuiv : KNUBA, 2006. – 322 p. [in Ukrainian].
3. Vorontsov O.V. Doslidzhennia zakonomirnostei zminy velychyn koefitsiientiv superpozytsii odnovymirnykh funktsionalnykh zalezhnostei na prykladi polinomialnykh funktsii. // Suchasni problemy modeliuvannia. Zbirnyk naukovykh prats Melitopolskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu imeni Bohdana Khmelnytskoho. Melitopol: MDPU. Vypusk 21. 2021. p. 74-82. (in Ukrainian). https://doi.org/10.33842/22195203/2021/21/74/82.
4. Vorontsov O.V., Vorontsova I.V. ZakonomIrnostI zmIni velichin koefItsIEntIv superpozitsIYi u protsesI Interpolyatsiyi gIperbolIchnimi funktsIyami. PrikladnI pitannya matematichnogo modelyuvannya. T. 4, #1 Herson : HNTU, 2021. – p. 59. [in Russian].
5. Vorontsov O.V., Tulupova L.O. Dyskretnoe modelyrovanye kryvыkh poverkhnostei superpozytsyiamy dvumernыkh tochechnыkh mnozhestv: sbornyk statei po materyalam XL mezhdunarodnoi nauchno-praktycheskoi konferentsyy «Tekhnycheskye nauky – ot teoryy k praktyke». Novosybyrsk. №11 (36). 2014. p. 7-16. [in Ukrainian].
http://sibac.info/sites/default/files/archive/2014/2014.11.19_teh._nauki_pravka.pdf .
6. Vorontsov O.V.,Vorontsova I.V. Sposib odnovymirnoi dyskretnoi interpoliatsii za koordynatamy trokh tochok chyslovykh poslidovnostei na prykladi pokaznykovykh funktsii. Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia. Kherson: KhNTU, T.3, №2.2. 2020. p. 35-43. [in Ukrainian].
https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-2.3.
7. Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V. Discrete modeling of building structures geometric images. International Journal of Engineering & Technology. Vol. 7 No. 3.2. 2018. P. 727-731.
DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467.
8. Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V. Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. International Journal of Engineering & Technology. №7 (4.8), Special Issue №8. 2018. Pages 560-565.
DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27306.
9. Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V. Modeling of shell type spatial structural forms by superpositions of support nodes coordinates. Lecture Notes in Civil Engineering. Volume 73. 2019. Pages 501-513.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-42939-3.

к. т. н., доц. **Воронцов О.В.**,
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
Национальный университет «Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка»
д.т.н., проф. **Усенко В.Г.**,
valery_usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4937-6442
Национальный университет «Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка»
к. пед. н., **Воронцова И.В.**,
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816
Полтавский колледж нефти и газа
Национального университета «Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка»

ДИСКРЕТНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ СУПЕРПОЗИЦИЯМИ КООРДИНАТ ЧЕТЫРЕХ ТОЧЕК ДВУМЕРНЫХ ТОЧЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ НА ПРИМЕРЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В статье предложен общий подход к определению закономерностей изменения величин коэффициентов суперпозиций двумерных точечных множеств, что позволяет решать задачи сплошной дискретной интерполяции и экстраполяции числовыми последовательностями любых двумерных функциональных зависимостей по четырем произвольно заданным узловым точкам.

Координаты любой точки двумерного множества точек можно представить суперпозицией координат четырех произвольных точек этого множества и получить аналитические зависимости для определения величин коэффициентов суперпозиции из соответствующей системы уравнений.

Исследован процесс формирования дискретных аналогов двумерных геометрических образов на примере поверхностей, составляющими каркаса которых являются полиномиальные функциональные зависимости.

В процессе исследования определены закономерности изменения величин коэффициентов суперпозиции трех узловых точек опорного контура и внутренней узловой точки в виде поверхностей-графиков числовых последовательностей двух переменных для выбранной расчетной схемы.

Полученные закономерности позволяют формировать поверхности по заданной в плане расчетной схеме, составляющими каркаса которых будут полиномиальные функциональные зависимости, по данным аппликатам трех точек опорного контура и внутренней точки.

Данные исследования определяют общий подход к получению подобных закономерностей изменения величин коэффициентов суперпозиции четырех произвольно заданных как смежных, так и не смежных узловых точек выбранной расчетной схемы для определения

координат n точек моделируемых любых двумерных функциональных зависимостей и произвольных двумерных множеств точек.

В дальнейшем результаты данной работы позволят определять закономерности изменения величины одного из четырех коэффициентов суперпозиции, как для смежных, так и для не смежных заданных четырех узловых точек различных двумерных числовых последовательностей, что позволит решать задачи сплошной дискретной интерполяции и экстраполяции числовыми последовательностями. двумерных функциональных зависимостей (определять аппликаты искомых точек дискретных каркасов двумерных геометрических образов) без трудоемких операций составления и решения больших систем линейных и трансцендентных уравнений.

Ключевые слова: дискретное моделирование; геометрические образы; числовые последовательности; геометрический аппарат суперпозиций; двумерные множества точек.

PhD, assistant professor **Oleg Vorontsov**
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»
Ph.D., prof. **Valeriy Usenko**
valery_usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4937-6442
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»
PhD, lecturer **Iryna Vorontsova**
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816
Poltava Oil and Gas College of National University
«Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»

DISCRETE INTERPOLATION OF TWO-DIMENSIONAL POINT SETS BY FOUR POINTS SUPERPOSITIONS FOR PARABOLIC SURFACES

In the article it was proposed the general approach to determine change patterns of superposition coefficients of two-dimensional point sets. This makes possible to solve problems of continuous discrete interpolation and extrapolation any two-dimensional functional dependencies by numerical sequences, using four arbitrary nodal points.

Coordinates of any point of two-dimensional point set can be represented by a coordinates' superposition of four arbitrary points from this set. This allows to get analytical dependences to determine superposition coefficients values, solving corresponding systems of equations.

It was investigated the discrete analogues formation process of two-dimensional geometric images, using as an example surfaces, whose components are polynomial functional dependences.

In the research we established change patterns of superposition coefficients values of three nodal basic contour points and an internal nodal point. These patterns are represented in the form of surfaces-graphs of two variables numerical sequences for a chosen calculation scheme.

The received regularities allow to form surfaces, using the applicates of three basic contour points and an internal point. These surfaces are on a given calculation scheme and components of their frames are polynomial functional dependences.

The studies determine the general approach of obtaining similar change patterns of four arbitrary points superposition coefficients. These points can be as adjacent as non-adjacent node points of a selected calculation scheme. The regularities are used to determine n points coordinates of any two-dimensional functional dependences and arbitrary two-dimensional point sets.

In the future, the results of this work will allow to determine value change patterns of one of four superposition coefficients of given four node points (both adjacent and non-adjacent) of different two-dimensional numerical sequences. This will make possible to solve problems of continuous discrete interpolation and extrapolation of any two-dimensional functional dependences by numerical sequences (such as determination the applicates of required points of discrete frames of two-dimensional geometric image) without laborious operations of compilation and solving huge systems of linear and transcendental equations.

Keywords: discrete modeling; geometric images; numerical sequences; geometric apparatus of superpositions; two-dimensional point sets.