УДК 7.048.38
DOI: https://doi.org/10.32347/0131-579x.2021.101.156-167
д.т.н., профессор **Ницын А. Ю.**,
alnitsyn@gmail.com, ORCID 0000-0001-7900-2612
Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»

ПАРКЕТЫ ИЗ РОМБОВ, СОСТАВЛЯЮЩИХ ПРАВИЛЬНУЮ ПЯТИКОНЕЧНУЮ ЗВЕЗДУ, И РОМБОВ, ДОПОЛНЯЮЩИХ ЕЁ ДО ПРАВИЛЬНОГО ДЕСЯТИУГОЛЬНИКА

Несмотря на то, что правильными пятиугольниками нельзя заполнить плоскость без наложений и пропусков, задача о замощении плоскости правильными пятиугольниками продолжает занимать умы не только геометров, но и дизайнеров, разрабатывающих новые виды орнаментов. Это обусловлено тем, что правильный пятиугольник – это фигура, которая из всех правильных многоугольников имеет наиболее высокие эстетические качества. Поэтому разработка способов заполнения плоскости правильными пятиугольниками является насущной задачей как геометров, так и дизайнеров.

Одним из решений поставленной задачи может быть замощение плоскости правильными пятиугольниками, при котором неизбежные наложения и пропуски не разрушают композицию орнамента, а наоборот, – становятся её внутренне присущей частью. Например, если правильный пятиугольник превратить в правильную пятиконечную звезду, составленную из пяти ромбов с углами 72° и 108° и дополнить её пятью ромбами с углами 36° и 144°, чтобы образовался правильный десятиугольник, то наложениями будут ромбы с углами 36° и 144°, а пропусками – ромбы с углами 72° и 108°.

Целью работы является разработка новых, не изученных ранее способов замощения плоскости ромбами, составляющими правильную пятиконечную звезду, и ромбами, дополняющими её до правильного десятиугольника. Причём результаты, полученные нами, не повторяют работы, выполненные другими исследователями, например Роджером Пенроузом, но дополняют их новыми видами орнамента, включающего в себя элементы правильного пятиугольника.

Рассмотрен классический вариант замощения плоскости ромбами с углами 72° и 108° и ромбами с углами 36° и 144° и показана его связь с мозаикой Пенроуза. Отсюда следует, что паркет, разработанный Роджером Пенроузом, не является единственным паркетом, который можно составить из ромбов, образующих правильную пятиконечную звезду, и ромбов, дополняющих её до правильного десятиугольника. Показано, что существует только шесть способов составления *правильного десятиугольника из ромбов с углами 72° и 108° и ромбов с углами 36° и 144°. Предложено четыре не известных ранее варианта паркета, состоящего из ромбов, образующих правильную пятиконечную звезду, и ромбов, дополняющих её до правильного десятиугольника. Предположено, что наши дальнейшие исследования будут направлены на разработку паркетов, составленных из ромбов, образующих пятиконечные и десятиконечные звёзды.*

Ключевые слова: мозаики; паркеты; трансляционная симметрия; апериодическое замощение плоскости; правильные пятиугольники и десятиугольники.

Постановка проблемы. Вырежем из бумаги правильный пятиугольник, приложим его к плоскости стола, очертим его контур карандашом, передвинем правильный пятиугольник таким образом, чтобы у него была общая сторона с предыдущим пятиугольником, и снова очертим его контур карандашом. Повторим предыдущие действия много-много раз и придём к выводу о том, что правильными пятиугольниками нельзя заполнить плоскость без наложений и пропусков.

Впрочем, к такому же выводу мы придём с помощью следующего рассуждения.

Допустим, что в одной точке плоскости сходятся вершины трёх правильных пятиугольников. Если три правильных пятиугольника заполняют плоскость без наложений и пропусков, сумма углов при их вершинах, сходящихся в одной точке, должна быть равна 360°. Однако угол при вершине правильного пятиугольника равен 108°. Поэтому сумма углов при вершинах трёх правильных пятиугольников, имеющих одну общую точку, равна 324°. Чтобы три правильных пятиугольника в окрестности их общей вершины заполнили плоскость без пропуска, к ним необходимо добавить угол 36°.

Между тем задача о замощении плоскости правильными пятиугольниками занимает умы не только геометров, но и дизайнеров, разрабатывающих новые виды орнаментов. Это обусловлено тем, что правильный пятиугольник – это фигура, которая из всех правильных многоугольников имеет наиболее высокие эстетические качества. Поэтому разработка способов заполнения плоскости правильными пятиугольниками является насущной задачей как геометров, так и дизайнеров.

Одним из решений поставленной задачи может быть замощение плоскости правильными пятиугольниками, при котором неизбежные наложения и пропуски не разрушают композицию орнамента, а наоборот, – становятся её внутренне присущей частью. Например, если правильный пятиугольник превратить в правильную пятиконечную звезду, составленную из пяти ромбов с углами 72° и 108° и дополнить её пятью ромбами с углами 36° и 144°, чтобы образовался правильный десятиугольник, то наложениями будут ромбы с углами 36° и 144°, а пропусками – ромбы с углами 72° и 108°.

Анализ последних исследований и публикаций. К сожалению, в отечественной литературе работ, посвящённых паркетам, составленным из ромбов с углами 72° и 108° и ромбов с углами 36° и 144°, вообще не существует [1, 2]. Всё, что мы знаем о мозаиках Пенроуза, мы знаем из переводной литературы [3–8]. Между тем как в Европе и Соединённых Штатах мозаики Пенроуза уже давно нашли практическое применение. Например, мозаики Пенроуза украшают пол фойе здания Института Митчелла в Техасском университете A&M, находящегося в городе Колледж-Стейшен, и площадку перед входом в здание Института математики Оксфордского университета. Пожалуй, прав был А. С. Пушкин, сделавший в «Путешествии в Арзрум во время похода 1829 года» горестную заметку: «Как жаль, что Грибоедов не оставил своих записок! Написать его биографию было бы делом его друзей; но замечательные люди исчезают у нас, не оставляя по себе следов. Мы ленивы и нелюбопытны…». Кроме того, Роджер Пенроуз изучил не все виды паркета, которые можно составить из ромбов с углами 72° и 108° и ромбов с углами 36° и 144°, и поэтому перед будущими исследователями здесь открывается широкое поле деятельности.

Таким образом, **целью работы** является разработка новых, не изученных ранее способов замощения плоскости ромбами, составляющими правильную пятиконечную звезду, и ромбами, дополняющими её до правильного десятиугольника.

Основная часть. Построим правильный пятиугольник. Превратим его в правильную пятиконечную звезду, составленную из пяти ромбов, углы которых равны 72° и 108°. Дополним правильную пятиконечную звезду пятью ромбами с углами 36° и 144°. Получим правильный десятиугольник, заполненный без пропусков и наложений пятью ромбами с углами 72° и 108° и пятью ромбами с углами 36° и 144°.

Правильный десятиугольник с вписанной в него правильной пятиконечной звездой замечателен тем, что его повторениями можно полностью заполнить плоскость. Причём в отдельных случаях правильные десятиугольники соединяются таким образом, чтобы ромб с углами 36° и 144° одного правильного десятиугольника накладывался на такой же ромб другого правильного десятиугольника, а пропуски между ними заполнялись ромбами с углами 72° и 108°.

Покажем на рис. 1 паркет, полученный замощением плоскости правильными десятиугольниками, заполненными пятью ромбами с углами 72° и 108°, образующими правильную пятиконечную звезду, и пятью ромбами с углами 36° и 144°, дополняющими её до правильного десятиугольника.

Рассмотрим виды симметрии, которыми обладают правильный десятиугольник с вписанной в него правильной пятиконечной звездой и паркет, полученный на его основе.

Очевидно, что правильный десятиугольник с вписанной в него правильной пятиконечной звездой обладает десятью плоскостями зеркальной симметрии, то есть имеет группу зеркальной симметрии 10-го порядка. Паркет, показанный на рис. 1, также обладает десятью плоскостями зеркальной симметрии, то есть также имеет группу зеркальной симметрии 10-го порядка. Кроме того, он обладает ротационной, то есть поворотной симметрией с осью симметрии 5-го порядка. Это значит, что рассматриваемый нами паркет можно совместить с самим собой с помощью поворота вокруг оси симметрии на угол 72°. Однако трансляционной, то есть переносной симметрией, паркет, показанный на рис. 1, не обладает. Отсюда следует, что его нельзя совместить с самим собой с помощью параллельного переноса ни в одном направлении, задаваемом вектором переноса.

Паркет, показанный на рис. 1, имеет фундаментальное значение в теории орнаментов, потому что он является основой всех других паркетов, состоящих из двух типов плиток: одной плитки в виде ромба с углами 72° и 108° и второй плитки в виде ромба с углами 36° и 144°.

Приведённые выше паркеты получили название «мозаик Пенроуза» по имени выдающегося английского математика Роджера Пенроуза, открывшего их в 1974 году. О замечательном свойстве правильного десятиугольника было известно из трактата «Тайна Вселенной» великого немецкого астронома Иоганна Кеплера (1571–1630), опубликованного им в 1596 году. Однако Роджер Пенроуз был первым, кто разбил правильный десятиугольник на пять ромбов с углами 72° и 108° и пять ромбов с углами 36° и 144° таким образом, чтобы из десяти плоскостей зеркальной симметрии десятиугольника осталась только одна.

Покажем на рис. 2 паркет, полученный Роджером Пенроузом посредством замощения плоскости правильным десятиугольником, разделённым на ромбы согласно второму варианту.

Рассмотрим виды симметрии, которыми обладают правильный десятиугольник, разбитый на ромбы согласно второму варианту, и паркет, полученный на его основе.

Очевидно, что правильный десятиугольник с вписанной в него правильной пятиконечной звездой, соответствующий второму варианту разбиения правильного десятиугольника на ромбы, обладает одной плоскостью зеркальной симметрии, то есть имеет группу зеркальной симметрии 1-го порядка. Паркет, показанный на рис. 2, обладает пятью плоскостями зеркальной симметрии, то есть имеет группу зеркальной симметрии 5-го порядка. Кроме того, он обладает ротационной, то есть поворотной симметрией с осью симметрии 5-го порядка. Это значит, что рассматриваемый нами паркет можно совместить с самим собой с помощью поворота вокруг оси симметрии на угол 72°. Однако трансляционной, то есть переносной симметрией, паркет, показанный на рис. 2, не обладает. Отсюда следует, что его нельзя совместить с самим собой с помощью параллельного переноса ни в одном направлении, задаваемом вектором переноса.

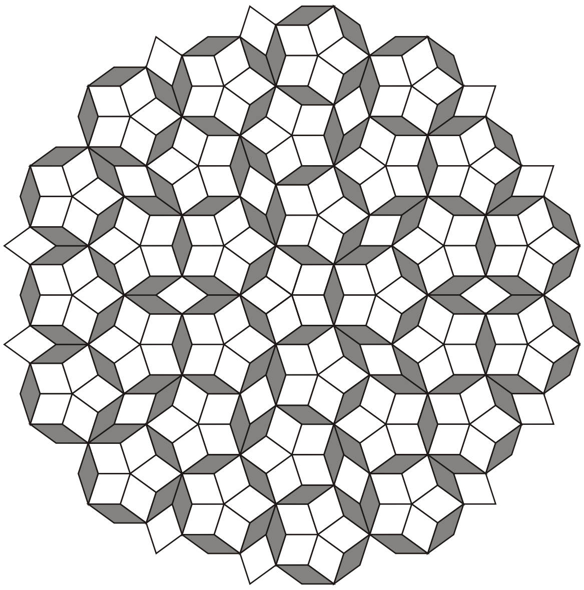

Рис. 1. Первый вариант паркета, составленного из ромбов с углами 72° и 108° и ромбов с углами 36° и 144° (классический)

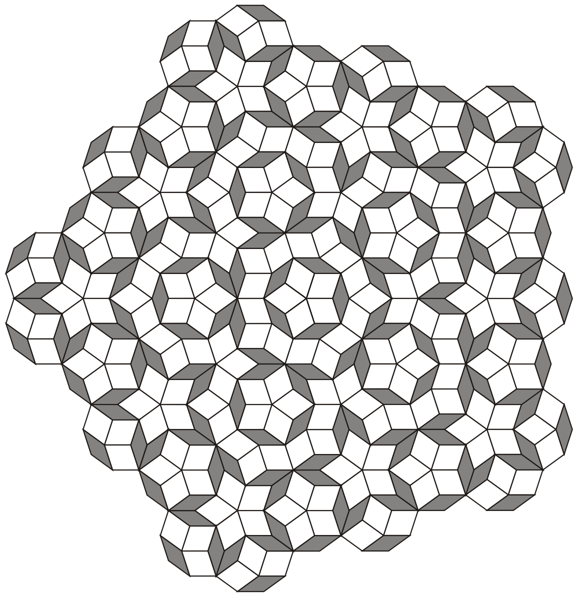

Рис. 2. Второй вариант паркета, составленного из ромбов с углами 72° и 108° и ромбов с углами 36° и 144° (мозаика Пенроуза)

К сожалению, Роджер Пенроуз не стал больше заниматься поиском других способов разбиения правильного десятиугольника на пять ромбов с углами 72° и 108° и пять ромбов с углами 36° и 144°, и увлёкся разработкой плиток в форме многоугольников, с помощью которых можно создать паркеты, не имеющие трансляционной симметрии.

Мы же решили продолжить работу, начатую Роджером Пенроузом, и найти как можно большее число способов разбиения правильного десятиугольника на пять ромбов с углами 72° и 108° и пять ромбов с углами 36° и 144°.

Представим результаты наших поисков.

Покажем на рис. 3 паркет, полученный нами посредством замощения плоскости правильным десятиугольником, разделённым на пять ромбов с углами 72° и 108° и пять ромбов с углами 36° и 144° согласно третьему варианту.

Рассмотрим виды симметрии, которыми обладают правильный десятиугольник, разбитый на ромбы согласно третьему варианту, и паркет, полученный на его основе.

Очевидно, что правильный десятиугольник с вписанной в него правильной пятиконечной звездой, соответствующий третьему варианту разбиения правильного десятиугольника на ромбы, не обладает зеркальной симметрией, то есть не имеет группы зеркальной симметрии. Однако паркет, показанный на рис. 3, обладает пятью плоскостями зеркальной симметрии, то есть имеет группу зеркальной симметрии 5-го порядка. Кроме того, он обладает ротационной, то есть поворотной симметрией с осью симметрии 5-го порядка. Это значит, что рассматриваемый нами паркет можно совместить с самим собой с помощью поворота вокруг оси симметрии на угол 72°. Однако трансляционной, то есть переносной симметрией, паркет, показанный на рис. 3, не обладает. Отсюда следует, что его нельзя совместить с самим собой с помощью параллельного переноса ни в одном направлении, задаваемом вектором переноса.

Покажем на рис. 4 паркет, полученный нами посредством замощения плоскости правильным десятиугольником, разделённым на пять ромбов с углами 72° и 108° и пять ромбов с углами 36° и 144° согласно четвёртому варианту.

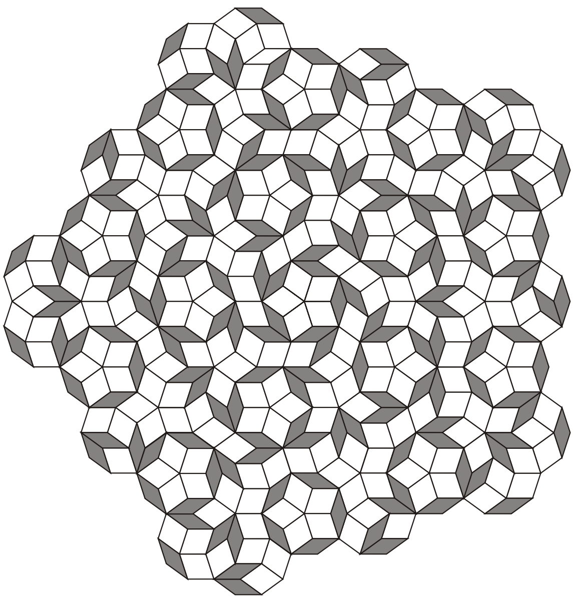

Рис. 3. Третий вариант паркета, составленного из ромбов с углами 72° и 108° и ромбов с углами 36° и 144° (авторский)

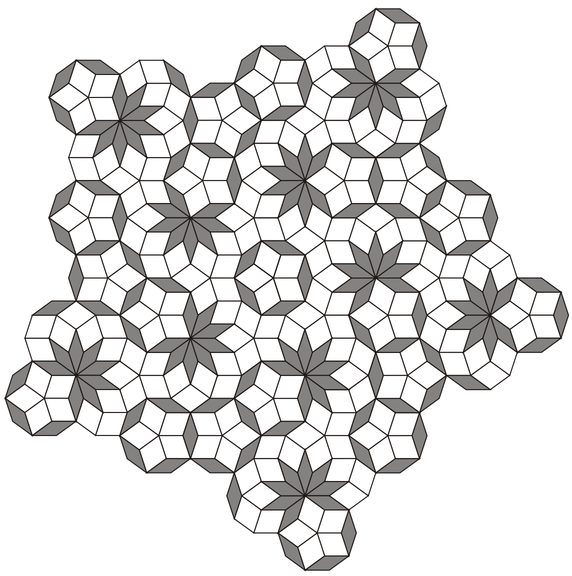

Рис. 4. Четвёртый вариант паркета, составленного из ромбов с углами 72° и 108° и ромбов с углами 36° и 144° (авторский)

Рассмотрим виды симметрии, которыми обладают правильный десятиугольник, разбитый на ромбы согласно четвёртому варианту, и паркет, полученный на его основе.

Очевидно, что правильный десятиугольник с вписанной в него правильной пятиконечной звездой, соответствующий четвёртому варианту разбиения правильного десятиугольника на ромбы, имеет одну плоскость зеркальной симметрии и является геометрической фигурой, имеющей группу зеркальной симметрии 1-го порядка. Однако паркет, показанный на рис. 4, не обладает зеркальной симметрией, то есть не имеет группы зеркальной симметрии. Вместе с тем он обладает ротационной, то есть поворотной симметрией с осью симметрии 5-го порядка. Это значит, что рассматриваемый нами паркет можно совместить с самим собой с помощью поворота вокруг оси симметрии на угол 72°. Однако трансляционной, то есть переносной симметрией, паркет, показанный на рис. 4, не обладает. Отсюда следует, что его нельзя совместить с самим собой с помощью параллельного переноса ни в одном направлении, задаваемом вектором переноса.

Покажем на рис. 5 паркет, полученный нами посредством замощения плоскости правильным десятиугольником, разделённым на пять ромбов с углами 72° и 108° и пять ромбов с углами 36° и 144°согласно пятому варианту.

Рассмотрим виды симметрии, которыми обладают правильный десятиугольник, разбитый на ромбы согласно пятому варианту, и паркет, полученный на его основе.

Очевидно, что правильный десятиугольник с вписанной в него правильной пятиконечной звездой, соответствующий пятому варианту разбиения правильного десятиугольника на ромбы, обладает одной плоскостью зеркальной симметрии, то есть имеет группу зеркальной симметрии 1-го порядка. Паркет, показанный на рис. 5, обладает пятью плоскостями зеркальной симметрии, то есть имеет группу зеркальной симметрии 5-го порядка. Кроме того, он обладает ротационной, то есть поворотной симметрией с осью симметрии 5-го порядка. Это значит, что рассматриваемый нами паркет можно совместить с самим собой с помощью поворота вокруг оси симметрии на угол 72°. Однако трансляционной, то есть переносной симметрией, паркет, показанный на рис. 5, не обладает. Отсюда следует, что его нельзя совместить с самим собой с помощью параллельного переноса ни в одном направлении, задаваемом вектором переноса.

Покажем на рис. 6 паркет, полученный нами посредством замощения плоскости правильным десятиугольником, разделённым на пять ромбов с углами 72° и 108° и пять ромбов с углами 36° и 144° согласно шестому варианту.

Рассмотрим виды симметрии, которыми обладают правильный десятиугольник, разбитый на ромбы согласно шестому варианту, и паркет, полученный на его основе.

Очевидно, что правильный десятиугольник с вписанной в него правильной пятиконечной звездой, соответствующий шестому варианту разбиения правильного десятиугольника на ромбы, обладает одной плоскостью зеркальной симметрии, то есть имеет группу зеркальной симметрии 1-го порядка. Паркет, показанный на рис. 6, обладает пятью плоскостями зеркальной симметрии, то есть имеет группу зеркальной симметрии 5-го порядка. Кроме того, он обладает ротационной, то есть поворотной симметрией с осью симметрии 5-го порядка. Это значит, что рассматриваемый нами паркет можно совместить с самим собой с помощью поворота вокруг оси симметрии на угол 72°. Однако трансляционной, то есть переносной симметрией, паркет, показанный на рис. 6, не обладает. Отсюда следует, что его нельзя совместить с самим собой с помощью параллельного переноса ни в одном направлении, задаваемом вектором переноса.

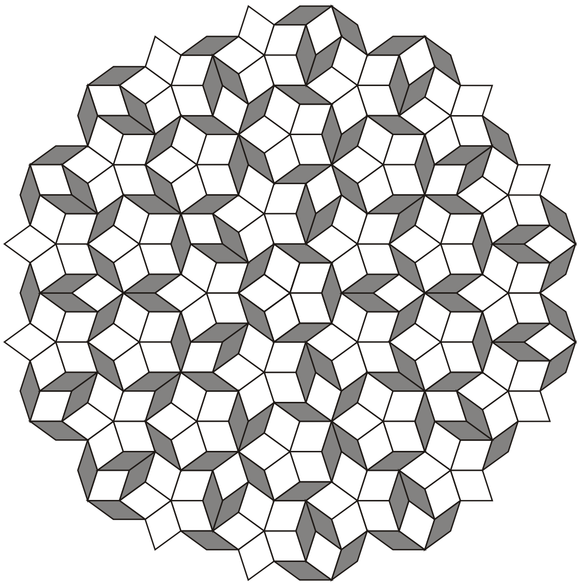

Рис. 5. Пятый вариант паркета, составленного из ромбов с углами 72° и 108° и ромбов с углами 36° и 144° (авторский)

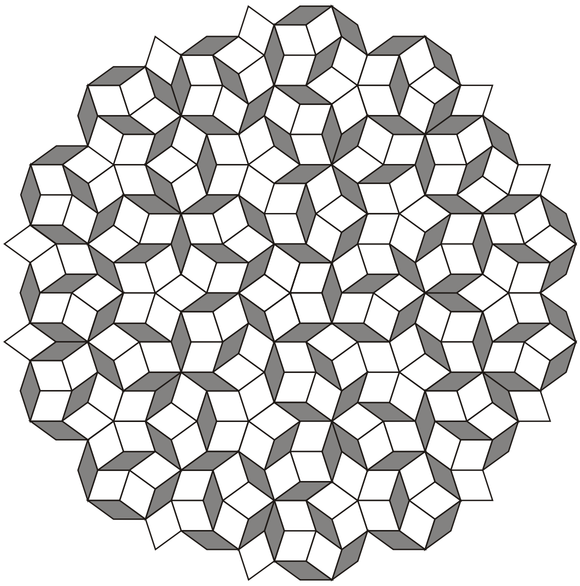

Рис. 6. Шестой вариант паркета, составленного из ромбов с углами 72° и 108° и ромбов с углами 36° и 144° (авторский)

Выводы и перспективы. Таким образом, рассмотрен классический вариант замощения плоскости ромбами с углами 72° и 108° и ромбами с углами 36° и 144° и показана его связь с мозаикой Пенроуза. Отсюда следует, что паркет, разработанный Роджером Пенроузом, не является единственным паркетом, который можно составить из ромбов, образующих правильную пятиконечную звезду, и ромбов, дополняющих её до правильного десятиугольника. Показано, что существует только шесть способов составления правильного десятиугольника из ромбов с углами 72° и 108° и ромбов с углами 36° и 144°. Предложено четыре не известных ранее варианта паркета, состоящего из ромбов, образующих правильную пятиконечную звезду, и ромбов, дополняющих её до правильного десятиугольника. Предположено, что наши дальнейшие исследования будут направлены на разработку паркетов, составленных из ромбов, образующих пятиконечные и десятиконечные звёзды.

Литература

1. Bruijn de, N. G. Algebraic theory of Penrose’s non-periodic tilings of the plane. *Indagationes Mathematicae,* Kon. Nederl. Akad. Wetensch, 1981. Proc. Ser. A. Vol. 84. P. 38–66.

2. Bruijn de, N. G. Quasicrystals and their Fourier transform. *Indagationes Mathematicae,* Kon. Nederl. Akad. Wetensch, 1986. Proc. Ser. A. Vol. 89. P. 123–152.

3. Bruijn de, N. G. Updown generation of Penrose tilings. *Indagationes Mathematicae N.S.*, 1990. P. 201–219.

4. Gardner M. Mathematical games. Extraordinary nonperiodic tiling that enriches the theory of tiles. *Scientific Amer.*, 1977. Vol. 1. P. 110–121.

5. Penrose R. Pentaplexity A Class of Non-Periodic Tilings of the Plane. *The Mathematical Intelligencer*, 1979. Vol. 2. P. 32–37.

6. Senechal M. Quasicrystals and geometry. Cambridge Univ. Press, 1995. 351 p.

7. Гарднер М. От мозаик Пенроуза к надёжным шифрам; пер. с англ. Ю. А. Данилова. Москва: Мир, 1993. 416 с.

8. Грюнбаум Б., Шепард Дж. Ч. Некоторые проблемы, связанные с плоскими мозаиками. *Математический цветник*: сб. статей / состав. и ред. Дэвид А. Кларнер; пер. с англ. Ю. А. Данилова; под ред. И. М. Яглома. Москва: Мир, 1983. С. 220‒252.

References

1. Bruijn de, N. G. (1981). Algebraic theory of Penrose's non-periodic tilings of the plane. *Indagationes Mathematicae*, Kon. Nederl. Akad. Wetensch, Proc. Ser. A. Vol. 84, pp. 38–66.

2. Bruijn de, N. G. (1986). Quasicrystals and their Fourier transform. *Indagationes Mathematicae*, Kon. Nederl. Akad. Wetensch, Proc. Ser. A. Vol. 89, pp. 123–152.

3. Bruijn de, N. G. (1990). Updown generation of Penrose tilings. *Indagationes Mathematicae N.S.*, pp. 201–219.

4. Gardner M. (1977). Mathematical games. Extraordinary nonperiodic tiling that enriches the theory of tiles. *Scientific Amer.*, Vol. 1, pp. 110–121.

5. Penrose R. (1979). Pentaplexity A Class of Non-Periodic Tilings of the Plane. *The Mathematical Intelligencer*, Vol. 2, pp. 32–37.

6. Senechal M. (1995). Quasicrystals and geometry. Cambridge Univ. Press.

7. Gardner M. (1993). Ot mozaik Penrouza k nadjozhnym shifram; per. s angl. Ju. A. Danilova. Moskva: Mir.

8. Grjunbaum B., Shepard Dzh. Ch. (1983). Nekotorye problemy, svjazannye s ploskimi mozaikami. *Matematicheskij cvetnik*: sb. statej / sostav. i red. Djevid A. Klarner; per. s angl. Ju. A. Danilova; pod red. I. M. Jagloma. Moskva: Mir, S. 220‒252.

д.т.н., професор **Ніцин О. Ю.**,
alnitsyn@gmail.com, ORCID 0000-0001-7900-2612
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»

ПАРКЕТИ З РОМБІВ, ЩО СКЛАДАЮТЬ ПРАВИЛЬНУ П'ЯТИКУТНУ ЗІРКУ, ТА РОМБІВ, ЩО ДОПОВНЮЮТЬ ЇЇ ДО ПРАВИЛЬНОГО ДЕСЯТИКУТНИКА

Незважаючи на те, що правильними п'ятикутниками не можна заповнити площину без накладень та пропусків, задача про замощення площини правильними п'ятикутниками продовжує займати уми не лише геометрів, а й дизайнерів, які розробляють нові види орнаментів. Це пов'язано з тим, що правильний п'ятикутник – це фігура, яка з усіх правильних багатокутників має найвищі естетичні якості. Тому розробка способів заповнення площини правильними п'ятикутниками є нагальним завданням як геометрів, так і дизайнерів.

Одним із рішень поставленої задачі може бути замощення площини правильними п'ятикутниками, при якому неминучі накладення та пропуски не руйнують композицію орнаменту, а навпаки, стають її внутрішньо властивою частиною. Наприклад, якщо правильний п'ятикутник перетворити на правильну п'ятикутну зірку, складену з п'яти ромбів з кутами 72° і 108° і доповнити її п'ятьма ромбами з кутами 36° і 144°, щоб утворився правильний десятикутник , накладеннями будуть ромби з кутами 36° і 144°, а пропусками – ромби з кутами 72° і 108°.

Метою роботи є розробка нових, не вивчених раніше способів замощення площини ромбами, що складають правильну п'ятикутну зірку, та ромбами, що доповнюють її до правильного десятикутника. Причому результати, отримані нами, не повторюють роботи, виконані іншими дослідниками, наприклад Роджером Пенроузом, але доповнюють їх новими видами орнаменту, що включає елементи правильного п'ятикутника.

Розглянуто класичний варіант замощення площини ромбами з кутами 72° і 108° та ромбами з кутами 36° і 144° та показано його зв'язок із мозаїкою Пенроуза. Звідси випливає, що паркет, розроблений Роджером Пенроузом, не є єдиним паркетом, який можна скласти з ромбів, що утворюють правильну п'ятикутну зірку, і ромбів, що доповнюють її до правильного десятикутника. Показано, що паркет, розроблений ним, не є єдиним паркетом, який можна скласти з ромбів, що утворюють правильну п'ятикутну зірку, і ромбів, що доповнюють її до правильного десятикутника. Показано, що є лише шість способів складання правильного десятикутника з ромбів з кутами 72° і 108° та ромбів з кутами 36° і 144°. Запропоновано чотири не відомі раніше варіанти паркету, що складається з ромбів, що утворюють правильну п'ятикутну зірку, і ромбів, що доповнюють її до правильного *десятикутника. Передбачено, що наші подальші дослідження будуть спрямовані на розроблення паркетів, які складаються з ромбів, що утворюють п'ятикутні та десятикутні зірки.*

Ключові слова: мозаїки; паркети; трансляційна симетрія; аперіодичне замощення площини; правильні п'ятикутники та десятикутники.

Doctor of Science, Professor **Alexander Nitsyn**,
alnitsyn@gmail.com, ORCID 0000-0001-7900-2612
National Technical University 'Kharkov Polytechnic Institute'

PARQUETS OF RHOMBUSES FORMING A REGULAR FIVE-POINTED STAR AND RHOMBUSES SUPPLEMENTING IT TO A REGULAR DECAGON

Despite the fact that it is impossible to fill a plane with regular pentagons without overlaps and gaps, the problem of tiling a plane with regular pentagons continues to occupy the minds of not only geometers, but also designers who create new types of ornaments. This is due to the fact that a regular pentagon is a figure that has the highest aesthetic qualities of all regular polygons. Therefore, the working out of ways to fill the plane with regular pentagons is an actual challenge for both geometers and designers.

One of the solutions to this problem can be tiling the plane with regular pentagons, in which the inevitable overlaps and gaps do not destroy the composition of the ornament, but, on the contrary, become its intrinsic part. For example, if a regular pentagon is transformed into a regular five-pointed star made up of five rhombuses with angles 72° and 108° and supplemented with five rhombuses with angles 36° and 144° to form a regular decagon, then overlapping will be rhombuses with angles 36° and 144°, and by gaps – rhombuses with angles 72° and 108°.

The purpose of the study is to work out new, previously unexplored ways of tiling a plane with rhombuses that make up a regular five-pointed star, and rhombuses that supplement it to a regular decagon. Moreover, the results obtained by us do not repeat the work carried out by other researchers, for example by Roger Penrose, but supplement them with new types of ornament, including elements of a regular pentagon.

The classical variant of the plane tiling with rhombuses with angles 72° and 108° and rhombuses with angles 36° and 144° is considered and its connection with the mosaics designed by Roger Penrose is shown. Consequently, the parquet designed by Roger Penrose is not the only parquet that can be composed of rhombuses forming a regular five-pointed star and rhombuses supplementing it to a regular decagon. It is shown that there are only *six ways to compose a regular decagon from rhombuses with angles 72° and 108° and rhombuses with angles 36° and 144°. Four previously unknown variants of the parquet that compose of rhombuses forming a regular five-pointed star and rhombuses that supplement it to a regular decagon are proposed. It is supposed that our further research will be directed towards the design of parquet composed of rhombuses that form five-pointed and ten-pointed stars.*

Key words: mosaics; parquets; translational symmetry; aperiodic tiling of the plane; regular pentagons and decagons.