

д.т.н., профессор **Пилипака С.Ф.**,

psf55@ukr.net, ORCID 0000-0002-1496-4615,

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

к.т.н., доцент **Волина Т.Н.**,

t.n.zaharova@ukr.net, ORCID 0000-0001-8610-2208,

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

к.т.н., доцент **Бабка В.М.**,

babkavitaliy@ukr.net, ORCID 0000-0003-4971-4285,

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

к.т.н., доцент **Грищенко І.Ю.**,

irgr@yahoo.com, ORCID 0000-0002-1000-9805,

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ПО ВНЕШНЕЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА, КОТОРЫЙ ВРАЩАЕТСЯ ВОКРУГ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСИ

В работе рассмотрено относительное движение частицы по внешней шероховатой поверхности конуса, вращающегося вокруг вертикальной оси с заданной угловой скоростью. Составлены дифференциальные уравнения движения частиц в проекциях на оси неподвижной системы координат, которые решены численными методами. Учтена начальная скорость частицы в момент попадания на поверхность конуса после падения с определенной высоты. Построены относительные траектории скольжения частицы по поверхности конуса, а также абсолютные траектории ее перемещения по отношению к неподвижной системе координат. Выполнено визуализацию других кинематических характеристик.

Ключевые слова: частица; траектория; дифференциальные уравнения; конус; скорость.

Постановка проблемы. Во многих машинах, работающих с технологическим материалом в виде отдельных частиц, происходит взаимодействие этих частиц с шероховатыми поверхностями рабочих органов. Рабочие органы могут быть неподвижными либо совершать различные движения: прямолинейное, поступательное, вращательное, колебательное. Во всех случаях определение кинематических характеристик движения частицы имеет свои особенности. Эти характеристики зависят от формы, конструктивных параметров рабочих органов, характера взаимодействия с технологическим материалом, свойствами самого материала и других факторов. Важно знать закономерности этого взаимодействия, поскольку это способствует

улучшению конструкций исполняющих органов машин. Весь комплекс факторов учесть трудно, приходится прибегать к упрощениям, как в настоящей статье, в которой отдельный элемент технологического материала принимается за материальную частицу. Полученные результаты могут не очень точно отображать реальные процессы, но они дают закономерности развития этих процессов, которые помогают находить нужные решения. Рассмотренный в статье материал имеет место в высевающих аппаратах, в которых семена попадают на вращающийся конус.

Цель статьи. Исследование закономерностей движения частицы по внешней шероховатой поверхности конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью вокруг своей вертикальной оси.

Анализ основных исследований и публикаций. В сельскохозяйственном производстве многие машины взаимодействуют с частицами технологического материала. Это касается почвообрабатывающих орудий [1], орудий по уборке навоза [2], рассеивающих аппаратов [3, 4], сеялок [5, 6]. Сепарирование частиц материала может происходить на колеблющейся поверхности [7, 8]. Частицы материала, контактирующие с поверхностью, могут иметь различное происхождение: частицы в движущемся потоке, механические частицы, частицы жидкости либо газа [9–11]. Движение частиц, которые контактируют с движущимися спиральными рабочими органами, рассмотрено в трудах [8–10]. Движение частицы по внутренней поверхности вращающегося вертикального конуса исследовано в работе [12].

Основная часть. Параметрические уравнения конуса с вершиной в начале координат и прямолинейными образующими, направленными от вершины, запишутся:

$$\begin{aligned} X &= u \cos\beta \cos\alpha; \\ Y &= u \cos\beta \sin\alpha; \\ Z &= -u \sin\beta, \end{aligned} \quad (1)$$

где β – угол наклона прямолинейных образующих конуса к горизонтальной плоскости – постоянная величина;

u и α – независимые переменные поверхности конуса, причем u – длина прямолинейной образующей, отсчитываемой от начала координат (вершины конуса), α – угол поворота точки поверхности вокруг оси конуса.

При установлении зависимости между переменными u и α на поверхности конуса будет описана линия. Будем считать, что такая зависимость установлена посредством параметра t – времени скольжения частицы по внешней поверхности конуса. Тогда внутреннее уравнение относительной траектории частицы опишется зависимостями: $u=u(t)$, $\alpha=\alpha(t)$.

При вращении вокруг оси OZ с угловой скоростью ω все точки конуса (1) поворачиваются на угол $\varphi = \omega t$ при неизменных координатах z . Используя формулы поворота, запишем параметрические уравнения конуса, описывающие его положение после поворота на угол φ :

$$\begin{aligned} X &= u \cos \beta \cos \alpha \cos \varphi - u \cos \beta \sin \alpha \sin \varphi; \\ Y &= u \cos \beta \cos \alpha \sin \varphi + u \cos \beta \sin \alpha \cos \varphi; \\ Z &= -u \sin \beta. \end{aligned} \quad (2)$$

После упрощений с учетом $\varphi = \omega t$ уравнения (2) приобретают вид:

$$\begin{aligned} X &= u \cos \beta \cos(\alpha + \omega t); \\ Y &= u \cos \beta \sin(\alpha + \omega t); \\ Z &= -u \sin \beta. \end{aligned} \quad (3)$$

При вращении конуса с угловой скоростью ω по его внешней поверхности будет скользить частица, относительная траектория движения которой описывается внутренними зависимостями: $u = u(t)$, $\alpha = \alpha(t)$. Если эти зависимости известны, то, будучи подставленными в уравнения (1) они опишут относительную траекторию скольжения частицы по поверхности конуса по отношению к вращающейся вместе с конусом системе координат. Если эти же зависимости подставить в уравнения (3), то мы получим абсолютную траекторию движения частицы по отношению к неподвижной системе координат. В случае «залипания» частицы относительная траектория отсутствует (ею является точка), а абсолютной траекторией будет окружность. И в первом, и во втором случае уравнения (1) и (3) описывают уже не поверхность, а линию на ней, поэтому в этих уравнениях в дальнейшем будем использовать не прописные буквы « X », « Y », « Z », а строчные « x », « y », « z ». С учетом зависимостей $u = u(t)$, $\alpha = \alpha(t)$ продифференцируем уравнения (3) по времени t .

Первые производные (составляющие проекции абсолютной скорости частицы) и вторые производные (составляющие проекции абсолютного ускорения частицы) на оси неподвижной системы координат соответственно запишутся:

$$\begin{aligned} x' &= [u' \cos(\alpha + \omega t) - u(\alpha' + \omega) \sin(\alpha + \omega t)] \cos \beta; \\ y' &= [u' \sin(\alpha + \omega t) + u(\alpha' + \omega) \cos(\alpha + \omega t)] \cos \beta; \\ z' &= -u' \sin \beta. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} x'' &= -[(\alpha'' u + 2u'(\alpha' + \omega)) \sin(\alpha + \omega t) + (-u'' + u(\alpha' + \omega)^2) \cos(\alpha + \omega t)] \cos \beta; \\ y'' &= [(\alpha'' u + 2u'(\alpha' + \omega)) \cos(\alpha + \omega t) - (-u'' + u(\alpha' + \omega)^2) \sin(\alpha + \omega t)] \cos \beta; \\ z'' &= -u'' \sin \beta. \end{aligned} \quad (5)$$

Дифференциальное уравнение движения частицы по внешней поверхности конуса составим в виде: $m \bar{w} = \bar{F}$, где m – масса частицы,

$\bar{w}\{x'', y'', z''\}$ – вектор абсолютного ускорения, \bar{F} – результирующий вектор приложенных к частице сил. Таковыми силами являются: сила веса частицы mg ($g=9,81 \text{ м/с}^2$), реакция R поверхности конуса и сила трения fR , оказывающая сопротивление скольжению частицы по его поверхности (f – коэффициент трения). Приведенное векторное уравнение распишем в проекциях на оси неподвижной системы координат, в результате чего получим систему из трех дифференциальных уравнений.

Первой приложенной силой является вес частицы mg . Поскольку вектор веса направлен вниз (рис. 1,а), проекции направляющего единичного вектора на оси координат запишутся:

$$\{0; \quad 0; \quad -1\}. \quad (6)$$

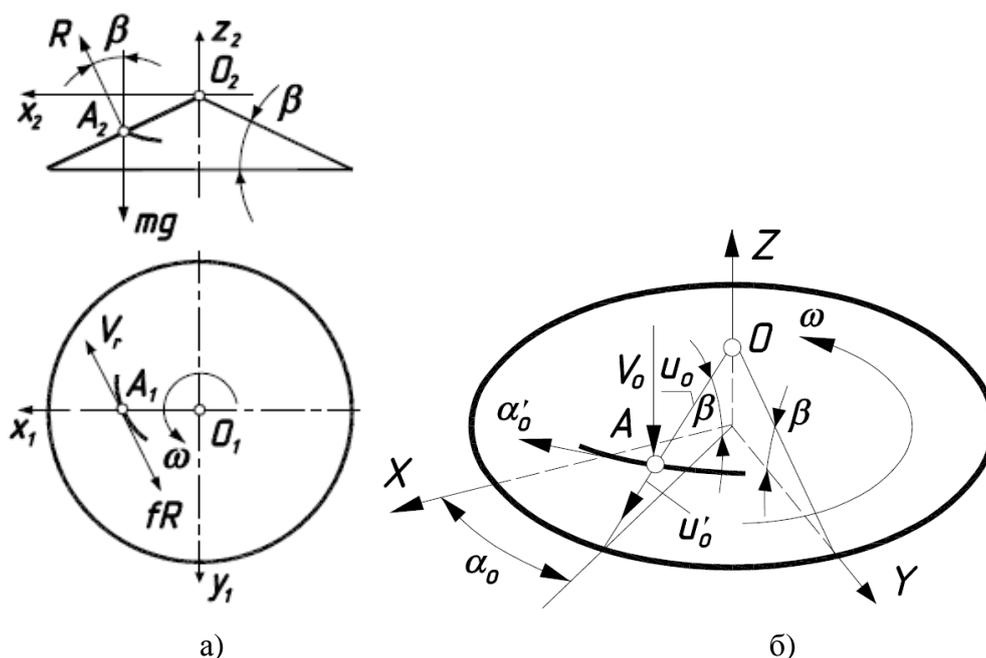


Рис. 1. Графические иллюстрации к описанию положения частицы на поверхности и приложенные к ней силы:

- а) проекции конуса с приложенными к частице силами;
- б) к определению начального положения и скорости частицы в точке А

Вторая приложенная сила – реакция R поверхности конуса (рис. 1,а), которая направлена по нормали \bar{N} . Направление нормали к поверхности определяется из векторного произведения двух векторов, проходящих через точку поверхности (в нашем случае это точка A) и касательных к координатным линиям поверхности. Эти два вектора являются частными производными уравнений (1):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial X}{\partial \alpha} &= -u \cos \beta \sin \alpha; & \frac{\partial X}{\partial u} &= \cos \beta \cos \alpha; \\
\frac{\partial Y}{\partial \alpha} &= u \cos \beta \cos \alpha; & \frac{\partial Y}{\partial u} &= \cos \beta \sin \alpha; \\
\frac{\partial Z}{\partial \alpha} &= 0; & \frac{\partial Z}{\partial u} &= -\sin \beta.
\end{aligned} \tag{7}$$

После векторного умножения векторов (7) и приведения к единичному, проекции вектора \bar{N} запишутся:

$$\bar{N} \{ \sin \beta \cos \alpha; \quad \sin \beta \sin \alpha; \quad \cos \beta \}. \tag{8}$$

Сила трения fR направлена в сторону, противоположную относительной скорости V_r движения частицы (рис. 1,а). Скорость V_r является скоростью скольжения частицы по поверхности без учета вращения последней. Поэтому для нахождения ее проекций необходимо продифференцировать уравнения (1) с учетом того, что $u=u(t)$ и $\alpha=\alpha(t)$:

$$\begin{aligned}
x' &= \cos \beta (u' \cos \alpha - \alpha' u \sin \alpha); \\
y' &= \cos \beta (u' \sin \alpha + \alpha' u \cos \alpha); \\
z' &= -u' \sin \beta.
\end{aligned} \tag{9}$$

Величина скорости V_r определяется как геометрическая сумма ее проекций (9):

$$V_r = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} = \sqrt{u^2 \alpha'^2 \cos^2 \beta + u'^2}. \tag{10}$$

Проекции единичного вектора, вдоль которого направлена скорость частицы, определяются делением составляющих скорости (9) на ее модуль (10):

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{\cos \beta (u' \cos \alpha - \alpha' u \sin \alpha)}{\sqrt{u^2 \alpha'^2 \cos^2 \beta + u'^2}}; \\
& \frac{\cos \beta (u' \sin \alpha + \alpha' u \cos \alpha)}{\sqrt{u^2 \alpha'^2 \cos^2 \beta + u'^2}}; \\
& \frac{u' \sin \beta}{\sqrt{u^2 \alpha'^2 \cos^2 \beta + u'^2}}.
\end{aligned} \right\} \tag{11}$$

Величины приложенных сил нами обозначены как mg , R и fR . Их направление задают единичные векторы (6), (8) и (11). Поскольку конус вращается и проецирование сил мы осуществляем на неподвижную систему координат, то два последних вектора тоже надо повернуть на угол $\varphi=\omega t$ аналогично формулам (2). После этого единичный вектор, задающий

направление действия реакции R поверхности, запишется в проекциях на оси неподвижной системы координат:

$$\{\sin\beta\cos(\alpha + \omega t); \quad \sin\beta\sin(\alpha + \omega t); \quad \cos\beta\}. \quad (12)$$

Проекции единичного вектора относительной скорости тоже получим поворотом вектора (11) на угол $\varphi=\omega t$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\cos\beta(u'\cos(\alpha + \omega t) - \alpha' u \sin(\alpha + \omega t))}{\sqrt{u'^2 \alpha'^2 \cos^2 \beta + u'^2}}; \\ \frac{\cos\beta(u'\sin(\alpha + \omega t) + \alpha' u \cos(\alpha + \omega t))}{\sqrt{u'^2 \alpha'^2 \cos^2 \beta + u'^2}}; \\ -\frac{u' \sin\beta}{\sqrt{u'^2 \alpha'^2 \cos^2 \beta + u'^2}}. \end{array} \right\} \quad (13)$$

Составляем систему дифференциальных уравнений относительного движения частицы по вращающемуся конусу с учетом приложенных сил и найденных единичных векторов их действия (6), (12) и (13). Также учитываем, что сила трения fR направлена в противоположную сторону вектору (13):

$$\begin{aligned} mx'' &= R\sin\beta\cos(\alpha + \omega t) - \\ &\quad - fR \frac{\cos\beta(u'\cos(\alpha + \omega t) - \alpha' u \sin(\alpha + \omega t))}{\sqrt{u'^2 \alpha'^2 \cos^2 \beta + u'^2}}; \\ my'' &= R\sin\beta\sin(\alpha + \omega t) - \\ &\quad - fR \frac{\cos\beta(u'\sin(\alpha + \omega t) + \alpha' u \cos(\alpha + \omega t))}{\sqrt{u'^2 \alpha'^2 \cos^2 \beta + u'^2}}; \\ mz'' &= -mg + R\cos\beta + fR \frac{u' \sin\beta}{\sqrt{u'^2 \alpha'^2 \cos^2 \beta + u'^2}}, \end{aligned} \quad (14)$$

где выражения абсолютного ускорения приведены в (5).

Решив систему (14) относительно вторых производных неизвестных функций $u=u(t)$ и $\alpha=\alpha(t)$, а также $R=R(t)$, получим:

$$\begin{aligned} \alpha'' &= -2 \frac{u'}{u} (\alpha' + \omega) - \frac{f\alpha' \cos\beta [g - u(\alpha' + \omega)^2 \sin\beta]}{\sqrt{u'^2 \alpha'^2 \cos^2 \beta + u'^2}}; \\ u'' &= u(\alpha' + \omega)^2 \cos^2 \beta + g \sin\beta - \frac{fu' \cos\beta [g - u(\alpha' + \omega)^2 \sin\beta]}{\sqrt{u'^2 \alpha'^2 \cos^2 \beta + u'^2}}; \\ R &= m \cos\beta [g - u(\alpha' + \omega)^2 \sin\beta]. \end{aligned} \quad (15)$$

Первых два дифференциальных уравнения (15) составляют систему относительно двух неизвестных функций $u=u(t)$ и $\alpha=\alpha(t)$. Реакция поверхности $R=R(t)$ становится известной после нахождения этих функций. Систему нужно решать численными методами, однако она имеет частное решение. Это решение касается неподвижного конуса для случая, когда частица движется прямолинейно вдоль его образующей. В таком случае $\alpha''=\alpha'=0$ и $\omega=0$. Первое уравнение (15) превращается в тождество, а второе приобретает следующий вид:

$$u'' = g(\sin\beta - f\cos\beta). \quad (16)$$

Полученное уравнение является известным дифференциальным уравнением прямолинейного движения частицы по линии наибольшего ската наклонной плоскости. Такими линиями для конуса являются его прямолинейные образующие. В случае, когда $f=\operatorname{tg} \beta$, то есть образующие конуса наклонены под углом трения, ускорение $u''=0$. В таком случае частица может быть неподвижной либо двигаться вдоль образующей конуса с постоянной заданной скоростью.

Численное решение системы дифференциальных уравнений (15) было осуществлено с помощью пакета «Simulink» программного продукта «MatLab». При этом учитывалось падение частицы на конус с определенной высоты. В момент встречи с поверхностью конуса частица имеет начальную скорость V_0 (рис. 1,б), направленную вниз. Следовательно, после встречи она приобретает составляющую $V_0 \cdot \sin\beta$, направленную вдоль образующей. При интегрировании системы (15) необходимо задать начальные условия. Одним из этих условий будет $u'_o = V_0 \cdot \sin\beta$, поскольку первая производная зависимости $u=u(t)$ является составляющей скорости движения вдоль образующей конуса. Вторая составляющая зависит от угловой скорости скольжения α' частицы. В момент соприкосновения она имеет максимальное значение, равное угловой скорости ω вращения конуса и направлена в противоположную сторону. Таким образом, $\alpha'_o = -\omega$. Положение частицы на поверхности конуса задаются начальными значениями координат u_o и α_o (рис. 1,а). На рис. 2,а по результатам расчета построены траектории скольжения частицы по поверхности конуса с углом наклона образующих $\beta=20^\circ$ на протяжении $t=0,1$ с с момента встречи. Скорость вращения конуса $\omega=15 \text{ c}^{-1}$, коэффициент трения $f=0,3$.

На рис. 3,а построены относительные и абсолютные траектории частицы, которая падает с разной высоты, то есть с различной начальной скоростью V_0 в момент соприкосновения с поверхностью конуса. Скорость вращения конуса $\omega=15 \text{ c}^{-1}$, коэффициент трения $f=0,3$, расстояние от вершины $u_o=0,03 \text{ м}$, $\beta=20^\circ$, время наблюдения $t=0,15 \text{ с}$.

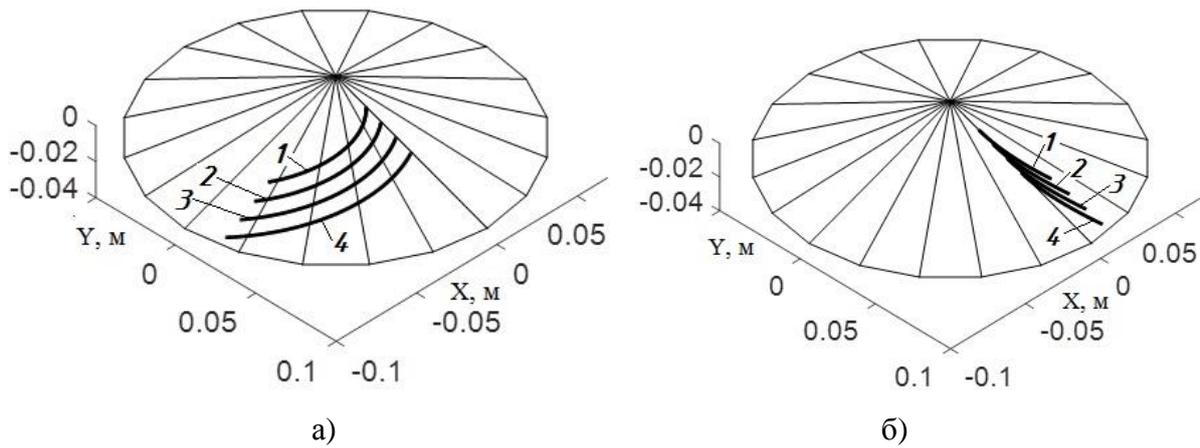


Рис. 2. Относительные и абсолютные траектории движения частицы при попадании ее с начальной скоростью $V_0=1\text{ м/с}$ на поверхность конуса с разным расстоянием от его вершины (1 – $u_0=0,02\text{ м}$, 2 – $u_0=0,03\text{ м}$, 3 – $u_0=0,04\text{ м}$, 4 – $u_0=0,05\text{ м}$):
 а) относительные траектории скольжения;
 б) абсолютные траектории движения

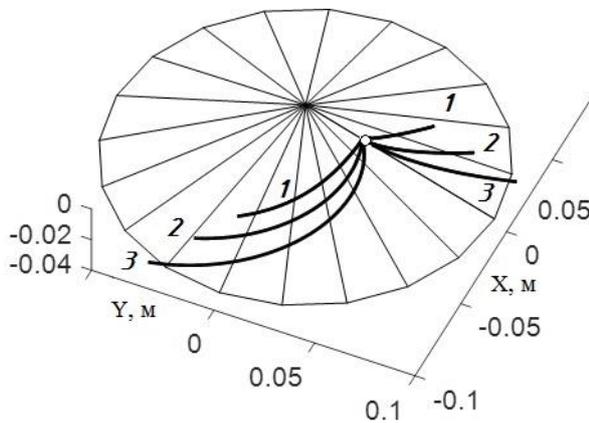


Рис. 3. Относительные траектории движения частицы, которая попадает на поверхность конуса с разным значением начальной скорости (1 – $V_0=0\text{ м/с}$, 2 – $V_0=0,5\text{ м/с}$, 3 – $V_0=1\text{ м/с}$)

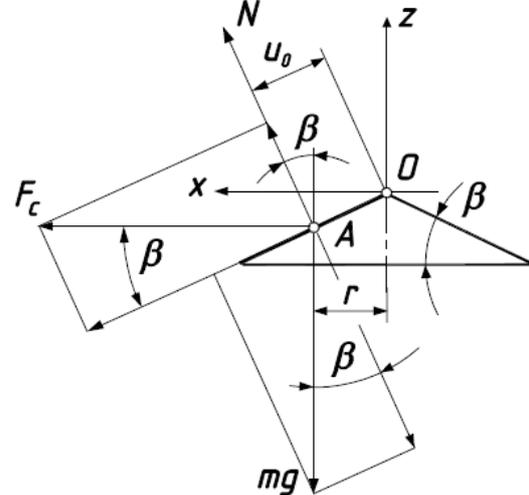


Рис. 4. Схема действия приложенных к частице сил в точке A

Если угол наклона образующих конуса больше угла трения ($\beta > \arctg f$), то частица начнет скольжение по конусу, даже если он не вращается. При $\beta < \arctg f$ частица начнет скольжение при достаточной величине угловой скорости ω вращения конуса. Найдем это значение.

Для начала скольжения необходимо, чтобы движущая сила F_d была больше силы трения F_f . Силу веса mg спроецируем на образующую конуса, вдоль которой частица может начать движение: $m \cdot g \cdot \sin \beta$ (рис. 4). Второй составляющей движущей силы является составляющая центробежной силы F_c : $F_c \cdot \cos \beta$. Таким образом $F_d = m \cdot g \cdot \sin \beta + F_c \cdot \cos \beta$. Если эти же силы спроецировать на нормаль N к поверхности (рис. 5), то получим силу давления частицы на поверхность. Реакция R поверхности будет направлена в противоположную сторону: $R = m \cdot g \cdot \cos \beta - F_c \cdot \sin \beta$. Сила трения

$F_f=f \cdot R$, то есть $F_f=f \cdot (m \cdot g \cdot \cos \beta - F_c \cdot \sin \beta)$. Центробежная сила F_c находится по известной формуле: $F_c=m \cdot r \cdot \omega^2$ или $F_c=m \cdot u_o \cdot \omega^2 \cdot \cos \beta$. После этого неравенство $F_d > F_f$ запишется в следующем виде:

$$m(g \sin \beta + u_o \omega^2 \cos^2 \beta) > m f (g \cos \beta - u_o \omega^2 \sin \beta \cos \beta) \quad (17)$$

Разрешив неравенство (17) относительно ω , получим:

$$\omega > \sqrt{\frac{g(f - \operatorname{tg} \beta)}{u_o(\cos \beta + f \sin \beta)}} \quad (18)$$

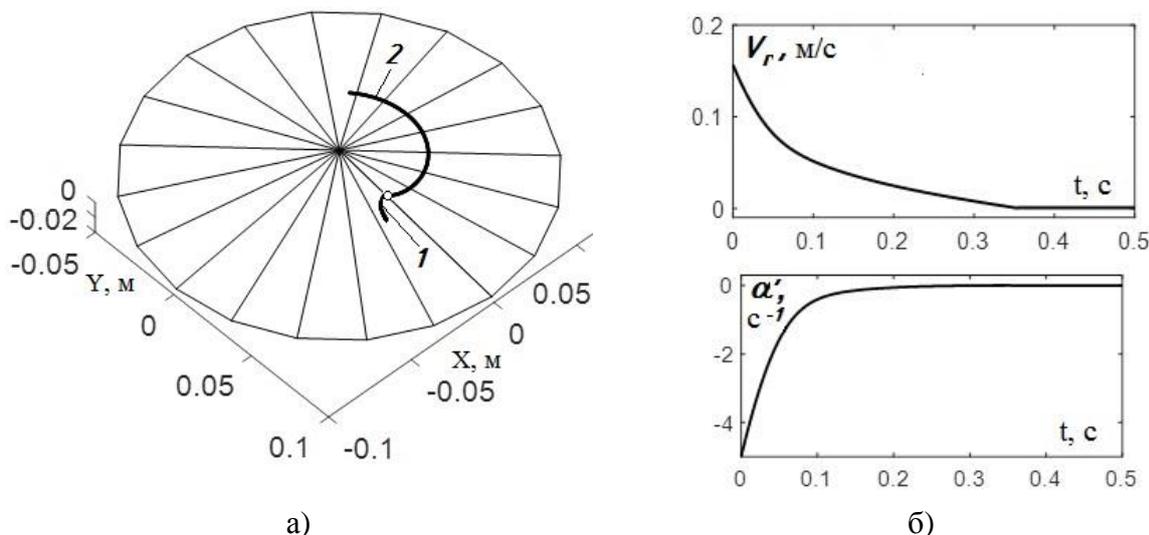


Рис. 5. Графические иллюстрации движения частицы при попадании ее на поверхность конуса с начальной скоростью $V_0=0,3$ м/с на расстоянии $u_o=0,03$ м от его вершины ($\omega=5$ с⁻¹, $\beta=10^\circ$, $f=0,3$, $t=0,5$ с):

- а) относительная – 1 и абсолютная – 2 траектории движения;
- б) графики относительной (вверху) и угловой (внизу) скоростей скольжения частицы

Если угол наклона образующих конуса равен углу трения ($f=\operatorname{tg} \beta$), то скольжение частицы начинается при любой угловой скорости вращения конуса. Для принятого нами коэффициента трения $f=0,3$ угол трения равен $16,7^\circ$. Найдем предельное значение угловой скорости вращения конуса для угла $\beta=10^\circ$. Пусть $u_o=0,03$ м, тогда согласно (18) $\omega > 6,25$ с⁻¹. Если угловая скорость вращения конуса меньше полученного значения, то частица из состояния покоя скольжения не начнет. Рассмотрим ее поведение, когда она падает с определенной высоты и в момент попадания на поверхность имеет скорость $V_0=0,3$ м/с. На рис. 5,а построены относительная и абсолютная траектории движения частицы при $\omega=5$ с⁻¹. Из графиков относительной и угловой скорости скольжения частицы (рис. 5,б) видно, что она останавливается через 0,35 с. После этого она в относительном движении становится неподвижной, а в абсолютном движется по окружности.

Рассмотрим движение частицы при принятых параметрах, увеличив угловую скорость вращения конуса, чтобы она была больше предельной ($\omega=7 \text{ c}^{-1}$). Графические иллюстрации для этого случая представлены на рис. 6.

В этом случае частица разгоняется. Абсолютная скорость получена геометрическим суммированием ее составляющих (4).

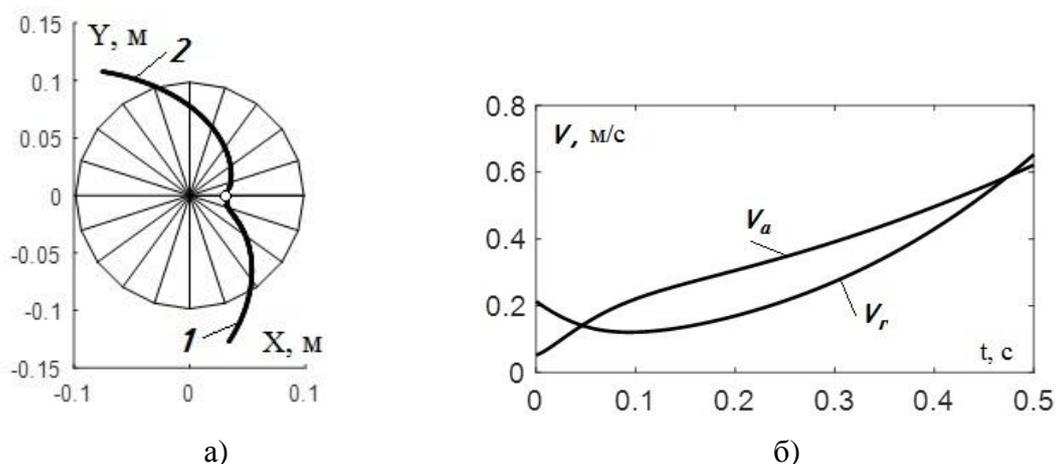


Рис. 6. Графические иллюстрации движения частицы при $\omega=7 \text{ c}^{-1}$:
 а) относительная – 1 и абсолютная – 2 траектории (вид сверху);
 б) график изменения относительной V_r и абсолютной V_a скоростей

Выводы и перспективы. Для начала скольжения частицы важное значение имеет угол наклона прямолинейных образующих конуса. Если он больше угла трения, то частица начнет скользить по поверхности конуса независимо от величины угловой скорости его вращения. При угле наклона, меньше угла трения, скольжение частицы возможно при достаточной величине угловой скорости вращения конуса. В работе получена формула для нахождения предельного значения угловой скорости, которая зависит от угла наклона образующих, коэффициента трения и расстояния от вершины конуса до частицы. Она действительна и для плоского диска, то есть для случая, когда угол наклона образующих равен нулю.

Література

1. Pylypaka, S., Klendii, M., Klendii, O. Particle motion on the surface of a concave soil-tilling disk. *Acta Polytechnica*, 2018. Vol. 58(3). P. 201 – 208. DOI: <https://doi.org/10.14311/AP.2018.58.0201>.
2. Golub, G., Ikalchyk, M., Pilipaka, S., Teslyuk, V., Khmelevskiy, V., Shvets, R. Theoretical substantiation of the scraper installation parameters for removing manure. *INMATEH – Agricultural Engineering*, 2018. Vol. 55(2). P. 161 – 170.

3. Адамчук, В.В. Дослідження загального випадку розгону мінеральних добрив відцентровим розсіювальним органом. *Вісник аграрної науки*, 2003. № 12. С. 51 – 57.

4. Kobets, A.S., Ponomarenko, N.O., Kharytonov, M.M. Construction of centrifugal working device for mineral fertilizers spreading. *INMATEH – Agricultural Engineering*, 2017. Vol. 51(1). P. 5 – 14.

5. Гевко, Б.М., Лотоцький, Р.І., Пришляк, В.М. Математичне моделювання руху зерна по рухомих поверхнях висівних апаратів. *Сільськогосподарські машини*, 2013. Вип. 26. С. 27 – 35.

6. Исаев, Ю.М., Семашкин, Н.М., Назарова, Н.Н. Обоснование процесса перемещения семян спирально-винтовым рабочим органом. *Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии*, 2011. № 1. С. 97 – 99.

7. Pylypaka, S., Klendii, M., Zaharova, T. Movement of the Particle on the External Surface of the Cylinder, Which Makes the Translational Oscillations in Horizontal Planes. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2019. Part F2. P. 336 – 345.

8. Pylypaka, S., Klendii, M., Kremets, T., Klendii, O. Particle motion over the surface of a cylinder, which performs translational oscillations in a vertical plane. *Engineering Journal*, 2018. Vol. 22(3). P. 83 – 92.

9. Yakovenko, A.V. Shadowing of particle motion by surface roughness. *Journal of electron spectroscopy and related phenomena*, 1995. Vol. 74(3). P. 237 – 240.

10. Batluk, V., Basov, M., Klymets, V. Mathematical model for motion of weighted parts in curled flow. *Econtechmod. An International Quarterly Journal*, 2013. Vol. 2(3). P. 17 – 24.

11. Liaposchenko, O., Pavlenko, I., Nastenko, O. The model of crossed movement and gas-liquid flow interaction with captured liquid film in the inertial-filtering separation channels. *Separation and Purification Technology*, 2017. Vol. 173. P. 240 – 243.

12. Клендий, Н., Пилипака, С. Движение частицы по внутренней шероховатой поверхности ротационного конуса с вертикальной осью. *MOTROL. Commission of motorization and energetics in agriculture*, 2015. Vol. 17(3). P. 73 – 83.

References

1. Pylypaka S., Klendii M., Klendii O. Particle motion on the surface of a concave soil-tilling disk. *Acta Polytechnica*, 2018. Vol. 58(3). P. 201 – 208. {in English}.

2. Golub G., Ikalchuk M., Pilipaka S., Teslyuk V., Khmelevskiy V., Shvets R. Theoretical substantiation of the scraper installation parameters for removing manure. *INMATEH – Agricultural Engineering*, 2018. Vol. 55(2). P. 161 – 170. {in English}.

3. Adamchuk V.V. Doslidzhennia zahalnoho vypadku rozghonu mineralnykh dobryv vidtsentrovym rozsiiuvalnym orhanom. *Visnyk ahrarnoi nauky*, 2003. № 12. S. 51 – 57. {in Ukrainian}.

4. Kobets A.S., Ponomarenko N.O., Kharytonov M.M. Construction of centrifugal working device for mineral fertilizers spreading. *INMATEH – Agricultural Engineering*, 2017. Vol. 51(1). P. 5 – 14. {in English}.

5. Hevko B.M., Lototskyi R.I., Pryshliak V.M. Matematychni modeliuvannia rukhu zerna po rukhomym poverkhniam vysivnykh aparativ. *Silskohospodarski mashyny*, 2013. Vyp. 26. S. 27 – 35. {in Ukrainian}.

6. Isaev YU.M., Semashkin, N.M., Nazarova, N.N. Obosnovanie processa peremeshcheniya semyan spiral'no- vintovym rabochim organom. *Vestnik Ul'yanovskoj gosudarstvennoj sel'skohozyajstvennoj akademii*, 2011. № 1. S. 97 – 99. {in Russian}.

7. Pylypaka S., Klendii M., Zaharova T. Movement of the Particle on the External Surface of the Cylinder, Which Makes the Translational Oscillations in Horizontal Planes. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2019. Part F2. P. 336 – 345. {in English}.

8. Pylypaka S., Klendii M., Kremets T., Klendii O. Particle motion over the surface of a cylinder, which performs translational oscillations in a vertical plane. *Engineering Journal*, 2018. Vol. 22(3). P. 83 – 92. {in English}.

9. Yakovenko A.V. Shadowing of particle motion by surface roughness. *Journal of electron spectroscopy and related phenomena*, 1995. Vol. 74(3). P. 237 – 240. {in English}.

10. Batluk V., Basov M., Klymets V. Mathematical model for motion of weighted parts in curled flow. *Econtechmod. An International Quarterly Journal*, 2013. Vol. 2(3). P. 17 – 24. {in English}.

11. Liaposchenko O., Pavlenko I., Nastenka O. The model of crossed movement and gas-liquid flow interaction with captured liquid film in the inertial-filtering separation channels. *Separation and Purification Technology*, 2017. Vol. 173. P. 240 – 243. {in English}.

12. Klendij N., Pilipaka S. Dvizhenie chasticy po vnutrennej sherohovatoj poverhnosti rotacionnogo konusa s vertikal'noj os'yu. *MOTROL. Commission of motorization and energetics in agriculture*, 2015. Vol. 17(3). P. 73 – 83. {in Russian}.

Д. т. н., професор **Пилипака Сергій Федорович**,
psf55@ukr.net, ORCID 0000-0002-1496-4615,
Національний університет біоресурсів і природокористування України
К. т. н., доцент **Воліна Тетяна Миколаївна**,
t.n.zaharova@ukr.net, ORCID 0000-0001-8610-2208,
Національний університет біоресурсів і природокористування України
К. т. н., доцент **Бабка Віталій Миколайович**,
babkavitaliy@ukr.net, ORCID 0000-0003-4971-4285,
Національний університет біоресурсів і природокористування України

К. т. н., доцент **Грищенко Ірина Юріївна**,
irgr@yahoo.com, ORCID 0000-0002-1000-9805,
Національний університет біоресурсів і природокористування України

РУХ ЧАСТИНКИ ПО ЗОВНІШНІЙ ШОРСТКІЙ ПОВЕРХНІ КОНУСА, ЯКИЙ ОБЕРТАЄТЬСЯ НАВКОЛО ВЕРТИКАЛЬНОЇ ОСІ

У машинах, що працюють з технологічним матеріалом у вигляді окремих частинок, відбувається взаємодія цих частинок з шорсткими поверхнями робочих органів. Робочі органи можуть бути нерухомими або здійснювати різні рухи. Визначення кінематичних характеристик руху частинки має свої особливості. Ці характеристики залежать від форми, конструктивних параметрів робочих органів, характеру взаємодії з технологічним матеріалом, властивостями самого матеріалу тощо. Важливо знати закономірності цієї взаємодії, оскільки це сприяє поліпшенню конструкцій виконуючих органів машин. У роботі розглянуто відносний рух частинки по зовнішній шорсткій поверхні конуса, що обертається навколо вертикальної осі із заданою кутовою швидкістю. Отримана формула для знаходження граничного значення кутової швидкості, яка залежить від кута нахилу твірних, коефіцієнта тертя і відстані від вершини конуса до частинки. Вона дійсна і для плоского диска, тобто для випадку, коли кут нахилу твірних дорівнює нулю. Складено диференціальні рівняння руху частинок в проекціях на осі нерухомої системи координат, які розв'язано чисельними методами. Враховано початкову швидкість частинки в момент попадання на поверхню конуса після падіння з певної висоти. Побудовано відносні траєкторії ковзання частинки по поверхні конуса, а також абсолютні траєкторії її переміщення по відношенню до нерухомої системи координат. Представлено візуалізацію кінематичних характеристик. Для початку ковзання частинки важливе значення має кут нахилу прямолінійних твірних конуса. Якщо він більше кута тертя, то частинка почне ковзати по поверхні конуса незалежно від величини кутової швидкості його обертання. При куті нахилу, що менше за кут тертя, ковзання частинки можливе при достатній величині кутової швидкості обертання. Розглянутий у статті матеріал має місце у висівних апаратах, в яких насіння потрапляють на конус, що обертається.

Ключові слова: частинка; траєкторія; диференціальне рівняння; конус; швидкість.

*Doctor of Technical Science, Professor **Serhii Pylypaka**,
psf55@ukr.net, ORCID 0000-0002-1496-4615,
National university of life and environmental sciences of Ukraine
Ph.D., assoc. prof. **Tatiana Volina**,
t.n.zaharova@ukr.net, ORCID 0000-0001-8610-2208,
National university of life and environmental sciences of Ukraine
Ph.D., assoc. prof. **Vitaliy Babka**,
babkavitaliy@ukr.net, ORCID 0000-0003-4971-4285,
National university of life and environmental sciences of Ukraine
Ph.D., assoc. prof. **Iryna Hryshchenko**,
irgr@yahoo.com, ORCID 0000-0002-1000-9805,
National university of life and environmental sciences of Ukraine*

MOVEMENT OF THE PARTICLE ON THE EXTERNAL ROUGH SURFACE OF THE CONE WHICH ROTATES AROUND THE VERTICAL AXIS

In machines that work with technological material, which consists of individual particles, there is an interaction of these particles with the rough surfaces of the working bodies. The working bodies can be stationary or perform various movements. The determination of the kinematic characteristics of particle movement has its own characteristics, which depend on the shape, design parameters of the working bodies, the nature of the interaction with the technological material, the properties of the material and so on. It is important to know the patterns of this interaction, as it helps to improve the design of the executive bodies of machines. The paper considers the relative movement of a particle on the outer rough surface of a cone rotating around a vertical axis with a given angular velocity. The formula for finding the limiting value of the angular velocity, which depends on the angle of inclination of the generatrices, the coefficient of friction and the distance from the top of the cone to the particle, is found. It is also valid for a flat disk, for the case when the angle of inclination of the generatrices is equal to zero. Differential equations of movement of particles in projections on the axis of a fixed coordinate system are compiled, which are solved by numerical methods. The initial velocity of the particle at the moment of hitting the surface of the cone after falling from a certain height is taken into account. The relative trajectories of the particle sliding along the surface of the cone are constructed, as well as the absolute trajectories of its movement with respect to the fixed coordinate system. Visualization of kinematic characteristics is presented. The material considered in the article takes place in sowing machines, in which the seeds fall on a rotating cone.

Keywords: particle; trajectory; differential equations; cone; speed.