УДК 514.18
DOI: 10.32347/0131–579x.2022.102.39–55

к. т. н., доц. **Воронцов О.В.**,
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
Національний університет
«Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»,
д. т. н., проф. ***Усенко В.Г.***,
valery_usenko@ukr.net, *ORCID: 0000-0002-4937-6442*
Національний університет
«Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»,
к. пед. н., **Воронцова І.В.**,
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816
Полтавський коледж нафти і газу Національного університету
«Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

ВЕЛИЧИНА СКІНЧЕНОЇ РІЗНИЦІ У ФОРМУВАННІ ОДНОВИМІРНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБРАЗІВ ПРЕДСТАВЛЕНИХ ЧИСЛОВИМИ ПОСЛІДОВНОСТЯМИ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ

Дискретне моделювання неперервних образів статико-геометричним методом у більшості випадків пов'язано із певними похибками. Тому актуальним є дослідження щодо формування геометричних образів із заданою точністю дискретної моделі при умові мінімального обсягу вихідної інформації. Це дозволить створювати моделі із раціональною дискретизацією. Подальший розвиток даного методу моделювання при умові раціонального зменшення обсягу вихідної інформації є актуальним, а запропонований напрям досліджень дозволить розкрити нові можливості його використання у різних галузях: будівництві, машинобудуванні, економіці та інших. Однією із задач даної роботи є продовженні досліджень визначення дискретних образів кривих ліній на основі класичного методу скінчених різниць, статико-геометричного методу моделювання і геометричного апарату суперпозицій.

У даній статті запропоновано спосіб визначення функцій розподілу величини скінченої різниці P_i *у формуванні дискретних аналогів дробово-лінійної, показникової та гіперболічної функціональних залежностей скінченими різницями різних порядків.*

Дані дослідження визначають загальну методику до одержання подібних закономірностей розподілу величини скінченої різниці у формуванні дискретних аналогів елементарних функціональних залежностей скінченими різницями різних порядків.

Визначення відповідності між аналітичним рівнянням кривої і функцією розподілу величини скінченної різниці може бути основою для

оцінки точності формування дискретних каркасів кривих, що аналітично описуються елементарними функціональними залежностями.

У подальшому результати даної роботи дозволять визначати координати будь-якої точки числової послідовності n-го порядку і числових послідовностей елементарних функціональних залежностей як суперпозицію координат суміжних, а також довільно заданих вузлових точок даних послідовностей за умови відомої величини чи функції розподілу величини скінченої різниці.

Ключові слова: дискретне моделювання; геометричні образи; метод скінчених різниць; статико-геометричний метод; геометричний апарат суперпозицій; величина скінченної різниці.

Постановка проблеми. При формуванні дискретних каркасів точок кривих ліній статико-геометричним способом виникають похибки різної природи, що пов'язані з кроком дискретизації. Якщо крива аналітично описується алгебраїчним поліномом то при формуванні її дискретного каркаса статико-геометричним способом існує така дискретна функція розподілу зовнішнього навантаження $\boldsymbol{P_i}$, при якій похибка дискретизації дорівнює нулю, тобто зміна кроку дискретизації не впливає на точність визначення координат вузлів каркасу, що є дискретною моделлю кривої.

Визначення відповідності між аналітичним рівнянням кривої і функцією розподілу навантаження при формуванні її дискретного каркаса є основою для оцінки точності формування дискретних каркасів поліноміальних кривих, а визначення відповідності між аналітичним рівнянням кривої і функцією розподілу величини скінченної різниці може бути основою для оцінки точності формування дискретних каркасів інших кривих, що аналітично описуються елементарними функціональними залежностями.

Аналіз останніх досліджень. Питанням застосування для дискретного моделювання кривих ліній геометричного апарату суперпозицій в поєднанні з класичним методом скінченних різниць, статико-геометричним методом, математичним апаратом числових послідовностей присвячені роботи авторів даної статті [1 – 7].

Формулювання цілей та завдання статті. Метою даної статті є дослідження функцій розподілу величини скінченої різниці у формуванні дискретних аналогів дробово-лінійної, показникової та гіперболічної функціональних залежностей скінченими різницями різних порядків та визначення загального підходу до одержання закономірностей розподілу величини скінченої різниці у формуванні дискретних аналогів елементарних функціональних залежностей.

Основна частина. Якщо геометричний образ формується статико-геометричним методом використовують терміни «величина або функція розподілу зовнішнього формоутворюючого навантаження», оскільки зосереджені зусилля у вузлових точках передбачають наявність урівноважуючих зусиль у ланках ламаної.

При формуванні дискретних образів на основі геометричного апарату суперпозицій доцільно використовувати терміни «величина, або функція розподілу величини скінченої різниці», що буде в окремому випадку тотожною величині зовнішнього формоутворюючого навантаження.

Формула (1)

$$y_i = k_1 \cdot y_{i-1} + k_2 \cdot y_{i+1} \ , \tag{1}$$

де $k_1 = k_2$, тотожна скінчено-різницевій триточковій залежності (2):

$$2 \cdot y_i = 1 \cdot y_{i-1} + 1 \cdot y_{i+1} \ , \tag{2}$$

тому величину скінченої різниці, що буде прообразом функції розподілу зовнішнього формоутворюючого навантаження, для формування дискретного аналогу поліному 2-го ступеня на основі суперпозицій заданих вузлових точок зможемо записати [6, 7] у вигляді (3):

$$P_i = y_i - k_1 y_{i-1} - k_2 y_{i+1} \ , \tag{3}$$

де P_i – дискретна величина скінченої різниці.

При двоточковій залежності скінчено-різницевий вираз можна представити у вигляді:

$$P_i = y_i - y_{i-1} \quad , \tag{4}$$

де: $P_i = \Delta y_i$ – величина скінченої різниці.

Якщо крива аналітично задана алгебраїчним поліномом (5):

$$y = \sum_{r=0}^{m} a_r x^r \ , \tag{5}$$

то, за умови $r = \overline{0,1}$ отримаємо поліном 1-го ступеня, який також описується нескінченною числовою послідовністю

$$y_i = a_0 + a_1 i \ . \tag{6}$$

Величина скінченої різниці P_i у i-му вузлі дискретної множини точок прямої при двоточковій залежності визначиться з рівнянь (6) і (4).

З (6) визначаємо ординати двох суміжних вузлів дискретного каркасу точок, які входять до рівняння (4):

$$\begin{cases} y_i = a_0 + a_1 i \\ y_{i-1} = a_0 + a_1(i-1) \end{cases} . \tag{7}$$

Після підстановки (7) до (4) одержимо величину скінченої різниці:

$$P_i = a_0 + a_1 i - \big(a_0 + a_1(i-1)\big) = a_1 \ .$$

Величина скінченої різниці P_i у i-му вузлі дискретної множини точок поліному 2-го ступеня визначиться після підстановки (8) до (4):

$$\begin{cases} y_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 \\ y_{i-1} = a_0 + a_1(i-1) + a_2(i-1)^2 \end{cases}, \qquad (8)$$

$$P_i = a_0 + a_1 i + a_1 i^2 - (a_0 + a_1(i-1) + a_2(i-1)^2) =$$

$$= a_2 i^2 + a_1 i - a_1(i-1) - a_2(i-1)^2 = 2a_2 i - a_2 + a_1 .$$

Величина скінченої різниці P_i у i-му вузлі дискретної множини точок поліному 3-го ступеня при двоточковій залежності:

$$P_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 - a_3 i^3 - (a_0 + a_1(i-1) + a_2(i-1)^2 +$$

$$+a_3(i-1)^3 = 3a_3 i^2 + (2a_2 - 3a_3)i + (a_1 - a_2 + a_3) .$$

Для поліному 4-го ступеня :

$$P_i = 4a_4 i^3 + (3a_3 - 6a_4)i^2 + (2a_2 - 3a_3 + 4a_4)i + (a_1 - a_2 + a_3 - a_4) .$$

Для поліному 5-го ступеня :

$$P_i = 5a_5 i^4 + (4a_4 - 10a_5)i^3 + (3a_3 - 6a_4 + 10a_5)i^2 +$$

$$+(2a_2 - 3a_3 + 4a_4 - 5a_5)i + (a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5) .$$

Для поліному 6-го ступеня :

$$P_i = \sum_{n=1}^{6} a_n i^n , \ n = \overline{1.6} ,$$

$$P_i = 6a_6 i^5 + (5a_5 - 15a_6)i^4 + (4a_4 - 10a_5 + 20a_6)i^3 +$$

$$+(3a_3 - 6a_4 + 10a_5 - 15a_6)i^2 + (2a_2 - 3a_3 + 4a_4 - 5a_5 + 6a_6)i +$$

$$+(a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6) .$$

І т. д. – до поліному $\boldsymbol{n}$-го ступеня.

Функції розподілу величини скінченної різниці у формуванні дискретних аналогів поліноміальних кривих при дво-, три-, … n- точкових залежностях визначаються із скінченно-різницевих виразів:

$$P_i^2 = y_i - y_{i-1} ; \qquad (9)$$

$$P_i^3 = 2y_i - y_{i-1} - y_{i+1} ; \qquad (10)$$

$$P_i^4 = y_{i-1} - 3y_i + 3y_{i+1} - y_{i+2} ; \qquad (11)$$

$$P_i^5 = y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2} ; \qquad (12)$$

……………………………………………… ;

$$P_i^n = \Delta^n y_i = \Delta^{n-1} y_{i+1} - \Delta^{n-1} y_i . \qquad (13)$$

де P_i^2 , P_i^3 , P_i^4 , P_i^5 , P_i^n – величини скінченої різниці у i-у вузлі відповідно при дво-, три-, чотири-, п’яти-, n- точкових залежностях.

Визначимо зв'язок між рівняннями деяких неперервних функціональних залежностей і дискретною функцією розподілу величини скінченої різниці між вузлами каркасу, що є дискретною моделлю визначеного геометричного образу.

Якщо одновимірний геометричний образ аналітично описується, наприклад, числовою послідовністю, що є дискретним аналогом у замкненій формі дробово-лінійної функціональної залежності:

$$y_i = \sum_{r=0}^{n} a_r (\tfrac{1}{i})^r \ , \quad \text{або:} \quad y_i = \sum_{r=0}^{n} a_r i^{-r} \ , \qquad (14)$$

то при формуванні її дискретного каркаса, як і дискретного каркаса поліноміальної кривої, існує така дискретна функція розподілу величини скінченої різниці P_i, при якій похибка дискретизації дорівнює нулю, тобто зміна кроку дискретизації не впливає на точність визначення координат вузлів каркасу, що є дискретною моделлю кривої.

Відповідність між аналітичними рівняннями кривої і величини P_i у довільному вузлі дискретного каркасу може бути визначена з рівнянь (9), (10), (11), (12), (13) рівноваги вузлів.

Величину скінченої різниці P_i у i-ому вузлі дискретної множини точок числової послідовності (14), у такому випадку, можна знайти в результаті підстановки рівнянь (15):

$$\begin{cases} y_i = a_0 + a_1 i^{-1} + a_2 i^{-2} + a_3 i^{-3} + \ldots + a_n i^{-n} \\ y_{i-1} = a_0 + a_1 (i-1)^{-1} + a_2 (i-1)^{-2} + a_3 (i-1)^{-3} + \ldots + a_n (i-1)^{-n} \\ y_{i+1} = a_0 + a_1 (i+1)^{-1} + a_2 (i+1)^{-2} + a_3 (i+1)^{-3} + \ldots + a_n (i+1)^{-n} \\ y_{i+2} = a_0 + a_1 (i+2)^{-1} + a_2 (i+2)^{-2} + a_3 (i+2)^{-3} + \ldots + a_n (i+2)^{-n} \\ y_{i-2} = a_0 + a_1 (i-2)^{-1} + a_2 (i-2)^{-2} + a_3 (i-2)^{-3} + \ldots + a_n (i-2)^{-n} \end{cases} ; (15)$$

до (9), (10), (11), (12).

$$P_i^2 = y_i - y_{i-1} = \sum_{r=0}^{n} a_r i^{-r} - \sum_{r=0}^{n} a_r (i-1)^{-r} =$$
$$= \sum_{r=0}^{n} a_r [i^{-r} - (i-1)^{-r}] \ ; \qquad (16)$$
$$P_i^3 = 2y_i - y_{i-1} - y_{i+1} = 2\sum_{r=0}^{n} a_r i^{-r} - \sum_{r=0}^{n} a_r (i-1)^{-r} -$$
$$- \sum_{r=0}^{n} a_r (i+1)^{-r} = \sum_{r=0}^{n} a_r [2i^{-r} - (i-1)^{-r} - (i+1)^{-r}] \qquad (17)$$
$$P_i^4 = y_{i-1} - 3y_i + 3y_{i+1} - y_{i+2} = \sum_{r=0}^{n} a_r (i-1)^{-r} - 3\sum_{r=0}^{n} a_r i^{-r} +$$
$$+3\sum_{r=0}^{n} a_r (i+1)^{-r} - \sum_{r=0}^{n} a_r (i+2)^{-r} =$$
$$= \sum_{r=0}^{n} a_r [(i-1)^{-r} - 3i^{-r} + 3(i+1)^{-r} - (i+2)^{-r}] \ ; \qquad (18)$$
$$P_i^5 = y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2} =$$
$$= \sum_{r=0}^{n} a_r [(i-2)^{-r} - 4(i-1)^{-r} + 6i^{-r} - 4(i+1)^{-r} + (i+2)^{-r}] \ , \qquad (19)$$

де P_i^2 , P_i^3 , P_i^4 , P_i^5 – величини скінченої різниці у i-у вузлі відповідно при дво-, три-, чотири- і п’ятиточковій залежностях.

Якщо одновимірний геометричний образ описується прямою залежністю:

$$y_i = a_0 + a_1 \frac{1}{i}, \quad \text{або} \;\; y_i = a_0 + a_1 i^{-1}, \;\; \text{то} \;\; n = \overline{0{,}1}.$$

Тоді, із (16) маємо:

$P_i^2 = \sum_{r=0}^{1} a_r (i^{-r} - (i-1)^{-r}) = a_0 (i^{-0} - (i-1)^{-0}) + a_1 (i^{-1} - (i - 1)^{-1}) = a_1 \left(\frac{1}{i} - \frac{1}{i-1}\right) = \frac{a_1(i-1-i)}{i(i-1)} = -\frac{a_1}{i(i-1)}$;

із (17) одержимо:

$P_i^3 = \sum_{r=0}^{1} a_r [2i^{-r} - (i-1)^{-r} - (i+1)^{-r}] = a_0 \left[\frac{2}{i^0} - \frac{1}{(i-1)^0} - \frac{1}{(i+1)^0}\right] +$

$+ a_i \left[\frac{2}{i} - \frac{1}{i-1} - \frac{1}{i+1}\right] = a_0 [2 - 1 - 1] + a_1 \frac{2(i^2-1) - i(i+1) - i(i-1)}{i(i^2-1)} = \frac{-2a_1}{i(i^2-1)}$;

або:

$P_i^3 = -\frac{a_1}{i(i-1)} \cdot \frac{2}{i+1} = P_i^2 \cdot \frac{2}{i+1}$;

із (18) одержимо:

$P_i^4 = \sum_{r=0}^{1} a_r [(i-1)^{-r} - 3i^{-r} + 3(i+1)^{-r} - (i+2)^{-r}] =$

$= a_0 \left[\frac{1}{(i-1)^0} - \frac{3}{i^0} + \frac{3}{(i+1)^0} - \frac{1}{(i+2)^0}\right] + a_1 \left[\frac{1}{i-1} - \frac{3}{i} + \frac{3}{i+1} - \frac{1}{i+2}\right] =$

$= a_0 [1 - 3 + 3 - 1] + a_1 \left[\frac{1}{i-1} - \frac{1}{i+2} + 3\left(\frac{1}{i+1} - \frac{1}{i}\right)\right] =$

$= a_1 \frac{(i^2 - 2i + 3)(i+2) - i(i^2-1)}{i(i^2-1)(i+2)} = \frac{6a_1}{i(i^2-1)(i+2)}$;

або:

$P_i^4 = -\frac{2a_1}{i(i^2-1)} \cdot \frac{-3}{i+2} = P_i^3 \cdot \frac{-3}{i+2}$;

із (19) одержимо:

$P_i^5 = \sum_{r=0}^{1} a_r [(i-2)^{-r} - 4(i-1)^{-r} + 6i^{-r} - 4(i+1)^{-r} + (i+2)^{-r}] =$

$= \frac{24a_1}{i(i^2-1)(i^2-4)}$;

або:

$P_i^5 = \frac{6a_1}{i(i^2-1)(i+2)} \cdot \frac{4}{i-2} = P_i^4 \cdot \frac{4}{i-2}$.

Якщо одновимірний геометричний образ описується залежністю:

$$y_i = a_0 + a_1 i^{-1} + a_2 i^{-2}, \;\; \text{то} \;\; n = \overline{0{,}2}.$$

Згідно (16) одержимо:

$P_i^2 = \sum_{r=0}^{2} a_r (i^{-r} - (i-1)^{-r}) = a_0 (i^{-0} - (i-1)^{-0}) +$

$+ a_1 (i^{-1} - (i-1)^{-1}) +$

$$+a_2(i^{-2}-(i-1)^{-2}) = -\frac{a_1}{i(i-1)} + a_2\left[\frac{1}{i^2} - \frac{1}{(i-1)^2}\right] = -\frac{a_1}{i(i-1)} + \frac{a_2(-2i+1)}{i^2(i-1)^2};$$

Згідно (17) одержимо наступний вираз:

$$P_i^3 = \sum_{r=0}^{1} a_r[2i^{-r} - (i-1)^{-r} - (i+1)^{-r}] = -\frac{2a_1}{i(i^2-1)} + \frac{2a_2(1-3i^2)}{i^2(i^2-1)^2};$$

із (18) одержимо:

$$P_i^4 = \sum_{r=0}^{1} a_r[(i-1)^{-r} - 3i^{-r} + 3(i+1)^{-r} - (i+2)^{-r}] = \frac{6a_1}{i(i^2-1)(i+2)} +$$

$$+a_2\frac{24i^3+36i^2-12i-12}{(i^2-1)^2 \cdot i^2 \cdot (i+2)^2} = \frac{6a_1}{i(i^2-1)(i+2)} + \frac{12a_2(2i^3+3i^2-i-1)}{i^2(i^2-1)^2(i+2)^2};$$

із (19) одержимо:

$$P_i^5 = \sum_{r=0}^{1} a_r[(i-2)^{-r} - 4(i-1)^{-r} + 6i^{-r} - 4(i+1)^{-r} + (i+2)^{-r}] =$$

$$= \frac{24a_1}{i(i^2-1)(i^2-4)} + \frac{12a_2(10i^4-30i^2+8)}{i^2(i^2-1)(i^2-4)^2} = \frac{24a_1}{i(i^2-1)(i^2-4)} + \frac{24a_2(5i^4-15i^2+4)}{i^2(i^2-1)(i^2-4)^2}.$$

Отже, при

$$y_i = a_0 + a_1 i^{-1} + a_2 i^{-2} + a_3 i^{-3},$$

отримуємо:

$$P_i^2 = -\frac{a_1}{i(i-1)} + \frac{a_2(-2i+1)}{i^2(i-1)^2} + \frac{a_3(-3i^2+3i-1)}{i^3(i-1)^3};$$

$$P_i^3 = \frac{-2a_1}{i(i^2-1)} + \frac{2a_2(1-3i^2)}{i^2(i^2-1)^2} + \frac{-2a_3(6i^4-3i^2+1)}{i^3(i^2-1)^3};$$

$$P_i^4 = \frac{6a_1}{i(i^2-1)(i+2)} + \frac{12a_2(2i^3+3i^2-i-1)}{i^2(i^2-1)^2(i+2)^2} + \frac{a_3(60i^6+180i^5+90i^4-120i^3-54i^2+36i+24)}{i^3(i^2-1)^3(i+2)^3};$$

$$P_i^5 = \frac{24a_1}{i(i^2-1)(i^2-4)} + \frac{12a_2(10i^4-30i^2+8)}{i^2(i^2-1)(i^2-4)^2} + \frac{a_3(360i^8-2040i^6+3600i^4-1440i^2+384)}{i^3(i^2-1)^3(i^2-4)^3},$$

де P_i^2, P_i^3, P_i^4, P_i^5 – величина скінченої різниці відповідно при дво-, три-, чотири- і п'ятиточковій залежностях.

У загальному випадку дані функції розподілу величини скінченої різниці числової послідовності (14) матимуть наступний вигляд.

$$P_i^2 = y_i - y_{i-1} = \sum_{r=0}^{n}[a_r i^{-r} - (i-1)^{-r}] = \sum_{r=0}^{n} a_r\left[\frac{1}{i^2} - \frac{1}{(i-1)^2}\right] =$$

$$= \sum_{r=0}^{n} a_r\left[\frac{(i-1)^r - i^r}{[i(i-1)]^r}\right].$$

Використовуючи розклад функції в ряд:

$$(i-1)^r = \sum_{k=0}^{r}(-1)^{r-k}C_r^k i^k, \text{ де } C_r^k = \frac{r!}{k!(r-k)!},\ C_r^0 = 1,\ C_r^r = 1,$$

одержимо:

$$P_i^2 = \sum_{r=0}^{n} a_r\frac{(-1)^{r-k}C_r^k i^k - i^r}{i^r(i-1)^r} = \sum_{r=0}^{n}\frac{a_r}{i^r(i-1)^r}\left[\sum_{k=0}^{r}(-1)^{r-k}C_r^k i^k - i^r\right] =$$

$$= \sum_{r=0}^{n} \frac{1}{i^r (i-1)^r} \cdot \left[\sum_{k=0}^{r} (-1)^{r-k} C_r^k i^k - i^r\right] \cdot a_r \tag{20}$$

$$P_i^3 = \sum_{r=0}^{n} a_r [2i^{-r} - (i-1)^{-r} - (i+1)^{-r}] =$$

$$= \sum_{r=0}^{n} a_r \left[\frac{2}{i^2} - \frac{1}{(i-1)^r} - \frac{1}{(i+1)^r}\right] =$$

$$= \sum_{r=0}^{n} a_r \left[\frac{2(i-1)^r (i+1)^r - 1^r (i+1)^r - 1^r (i-1)^r}{i^r (i-1)^r (i+1)^r}\right] =$$

$$= \sum_{r=0}^{n} a_r \cdot \frac{2(i^2-1)^r - i^r (i+1)^r - i^r (i-1)^r}{i^r (i^2-1)^r}; \tag{21}$$

$$P_i^4 = \sum_{r=0}^{n} a_r \left[\frac{1}{(i-1)^r} - \frac{3}{i^r} + \frac{3}{(i+1)^r} - \frac{1}{(i+2)^r}\right] =$$

$$= \sum_{r=0}^{n} a_r \frac{i^r (i+1)^r (i+2)^r - 3(i^2-1)^r (i+2)^r + 3i^r (i-1)^r (i+2)^r - i^r (i^2-1)^r}{(i^2-1)^r \cdot i^r \cdot (i+2)^r} =$$

$$= \sum_{r=0}^{n} a_r \frac{[i(i+1)(i+2)]^r - 3[(i^2-1)(i+2)]^r + 3[i(i-1)(i+2)]^r - [i(i^2-1)]^r}{[i(i^2-1)(i+2)]^r}; \tag{22}$$

$$P_i^5 = \sum_{r=0}^{n} a_r \left[\frac{1}{(i-2)^r} - \frac{4}{(i-1)^r} + \frac{6}{i^r} - \frac{4}{(i+1)^r} + \frac{1}{(i+2)^r}\right] =$$

$$= \sum_{r=0}^{n} a_r \frac{[i(i+2)(i^2-1)]^r - 4[i(i+1)(i^2-4)]^r + 6[(i^2-1)(i^2-4)]^r -}{[i(i^2-1)(i^2-4)]^r}$$

$$\frac{-4[i(i-1)(i^2-4)]^r + [i(i-2)(i^2-1)]^r}{} . \tag{23}$$

У випадку, коли одновимірний геометричний образ аналітично описується числовою послідовністю, що є дискретним аналогом у замкненій формі показникової функціональної залежності:

$$y_i = \sum_{r=0}^{n} a_r c^{ri}, \tag{24}$$

(де $c = const$) величину P_i у i-ому вузлі дискретної множини точок числової послідовності (24) можна знайти в результаті підстановки рівнянь (25):

$$\begin{cases} y_i = a_0 + a_1 c^i + a_2 c^{2i} + a_3 c^{3i} + \ldots + a_n c^{ni} \\ y_{i-1} = a_0 + a_1 c^{i-1} + a_2 c^{2(i-1)} + a_3 c^{3(i-1)} + \ldots + a_n c^{n(i-1)} \\ y_{i+1} = a_0 + a_1 c^{i+1} + a_2 c^{2(i+1)} + a_3 c^{3(i+1)} + \ldots + a_n c^{n(i+1)} \\ y_{i+2} = a_0 + a_1 c^{i+2} + a_2 c^{2(i+2)} + a_3 c^{3(i+2)} + \ldots + a_n c^{n(i+2)} \\ y_{i-2} = a_0 + a_1 c^{i-2} + a_2 c^{2(i-2)} + a_3 c^{3(i-2)} + \ldots + a_n c^{n(i-2)} \end{cases}, \tag{25}$$

до (9), (10), (11), (12).

Якщо

$$y_i = a_0 + a_1 c^i, \text{ то } n = \overline{0{,}1}.$$

У результаті підстановки, одержимо:

$$P_i^2 = \sum_{r=0}^{1} a_r (c^{ri} - c^{r(i-1)}) = a_0 + a_1 c^i - a_0 + a_1 c^{i-1} =$$

$= a_1(1-\frac{1}{c})c^i = \frac{a_1(c-1)}{c}c^i$;

$P_i^3 = \sum_{r=0}^{1} a_r(2c^{ri} - c^{r(i-1)} - c^{r(i+1)}) = a_0(2c^0 - c^0 - c^0) +$

$+a_1(2c^i - c^{i-1} - c^{i+1}) = a_1\left[2c^i - \frac{c^i}{c} - c^i \cdot c\right] = a_1(2 - \frac{1}{c} - c)c^i =$
$\frac{-a_1(c-1)^2}{c}c^i$;

$P_i^4 = \sum_{r=0}^{1} a_r(c^{r(i-1)} - 3c^{ri} + 3c^{r(i+1)} - c^{r(i+2)}) = a_1(c^{i-1} - 3c^i +$
$3c^{i+1} -$

$-c^{i+2}) = a_1 c^i\left[\frac{1}{c} - 3 + 3c - c^2\right] = a_1 c^i \frac{c^3-3c^2+3c-1}{c} = \frac{-a_1(c-1)^3}{c}c^i$;

$P_i^5 = \sum_{r=0}^{1} a_r(c^{r(i-2)} - 4c^{r(i-1)} + 6c^{ri} - 4c^{r(i+1)} + c^{r(i+2)}) =$

$= a_1(c^{i-2} - 4c^{i-1} + 6c^i - 4c^{i+1} + c^{i+2}) = a_1 c^i \frac{1-4c+6c^2-4c^3+c^4}{c^2} =$

$= \frac{a_1}{c^2}a_1(c^4 - 4c^3 + 6c^2 - 4c + 1)c^i = \frac{a_1(1-c)^4}{c^2}c^i$.

При

$$y_i = a_0c^0 + a_1c^i + a_2c^{2i} ,$$

одержимо:

$P_i^2 = \frac{a_1(c-1)}{c}c^i + \frac{a_2(c^2-1)}{c^2}c^{2i}$;

$P_i^3 = \frac{a_1(c-1)^2}{c}c^i - \frac{a_2(c^2-1)^2}{c^2}c^{2i}$;

$P_i^4 = \frac{a_1(1-c)^3}{c}c^i + \frac{a_2(1-c^2)^3}{c^2}c^{2i}$;

$P_i^5 = \frac{a_1(1-c)^4}{c^2}c^i + \frac{a_2(1-c^2)^4}{c^4}c^{2i}$.

Якщо

$$y_i = a_0c^0 + a_1c^i + a_2c^{2i} + a_3c^{3i} ,$$

то одержимо:

$P_i^2 = \frac{a_1(c-1)}{c}c^i + \frac{a_2(c^2-1)}{c^2}c^{2i} + \frac{a_3(c^3-1)}{c^3}c^{3i}$;

$P_i^3 = \frac{-a_1(c-1)^2}{c}c^i - \frac{a_2(1-c^2)^2}{c^2}c^{2i} - \frac{a_3(1-c^3)^2}{c^3}c^{3i}$;

$P_i^4 = \frac{a_1(1-c)^3}{c}c^i + \frac{a_2(1-c^2)^3}{c^2}c^{2i} + \frac{a_3(1-c^3)^3}{c^3}c^{3i}$;

$P_i^5 = \frac{a_1(1-c)^4}{c^2}c^i + \frac{a_2(1-c^2)^4}{c^4}c^{2i} + \frac{a_3(1-c^3)^4}{c^6}c^{3i}$.

У загальному випадку

$y_i = a_0c^0 + a_1c^i + a_2c^{2i} + a_3c^{3i} + \ldots = \sum_{r=0}^{n} a_r c^{ri}$, матимемо:

$$P_i^2 = \sum_{r=0}^{n} \frac{c^r-1}{c^r} a_r c^{ri}\ ;\ P_i^3 = -\sum_{r=0}^{n} \frac{(c^r-1)^2}{c^r} a_r c^{ri}\ ;$$

$$P_i^4 = \sum_{r=0}^{n} \frac{(1-c^r)^3}{c^r} a_r c^{ri}\ ;\ P_i^5 = \sum_{r=0}^{n} \frac{(1-c^r)^4}{c^{2r}} a_r c^{ri}\ .$$

Якщо, наприклад, одновимірна множина точок задана числовою послідовністю

$$y_i = a_0 + a_1 i^{\frac{1}{10}} + a_2 i^{\frac{2}{10}} + a_3 i^{\frac{3}{10}} + \ldots = \sum_{r=0}^{n} a_r i^{\frac{r}{10}}\ , \qquad (26)$$

то величину P_i у i-ому вузлі дискретної множини точок числової послідовності (26), у такому випадку, можна знайти за аналогією із формулами (16 – 19):

$$P_i^2 = y_i - y_{i-1} = \sum_{r=0}^{n} a_r i^{\frac{r}{10}} - \sum_{r=0}^{n} a_r (i-1)^{\frac{r}{10}} = \sum_{r=0}^{n} a_r \left[i^{\frac{r}{10}} - (i-1)^{\frac{r}{10}} \right];$$

або:

$$P_i^2 = \sum_{r=0}^{n} a_r \left[\sqrt[10]{i^r} - \sqrt[10]{(i-1)^r} \right];$$

$$P_i^3 = 2y_i - y_{i-1} - y_{i+1} = 2\sum_{r=0}^{n} a_r i^{\frac{r}{10}} - \sum_{r=0}^{n} a_r (i-1)^{\frac{r}{10}} -$$

$$- \sum_{r=0}^{n} a_r (i+1)^{\frac{r}{10}} = \sum_{r=0}^{n} a_r \left[2 i^{\frac{r}{10}} - (i-1)^{\frac{r}{10}} - (i+1)^{\frac{r}{10}} \right] =$$

$$= \sum_{r=0}^{n} a_r \left[2\sqrt[10]{i^r} - \sqrt[10]{(i-1)^r} - \sqrt[10]{(i+1)^r} \right];$$

$$P_i^4 = \sum_{r=0}^{n} a_r \left[\sqrt[10]{(i-1)^r} - 3\sqrt[10]{i^r} + 3\sqrt[10]{(i+1)^r} - \sqrt[10]{(i+2)^r} \right];$$

$$P_i^5 = \sum_{r=0}^{n} a_r \left[\sqrt[10]{(i-2)^r} - 4\sqrt[10]{(i-1)^r} + 6\sqrt[10]{i^r} - \right]$$

$$-4\sqrt[10]{(i+1)^r} + \sqrt[10]{(i+2)^r}\ .$$

Серед множини трансцендентних кривих розглянемо відповідність між аналітичними рівняннями ланцюгової лінії форма якої відповідає однорідній гнучкій нерозтяжній важкій нитці, закріпленій в обох кінцях і, що провисає під дією сили тяжіння (рівномірно навантажена по довжині), і величиною скінченої різниці P_i на довільний вузол дискретного каркасу, що також моделює дану функціональну залежність.

Відповідність між замкненою формою числової послідовності (27):

$$y_i = a \cdot ch\frac{i}{a}\ , \qquad (27)$$

і величиною P_i на довільний вузол дискретного каркасу визначимо в результаті підстановки рівнянь (28) до (9), (10), (11), (12):

$$\begin{cases} y_i = a \cdot ch\frac{i}{a} \\ y_{i-1} = a \cdot ch\frac{i-1}{a} \\ y_{i+1} = a \cdot ch\frac{i+1}{a}, \\ y_{i+2} = a \cdot ch\frac{i+2}{a} \\ y_{i-2} = a \cdot ch\frac{i-2}{a} \end{cases} \tag{28}$$

$P_i^2 = y_i - y_{i-1} = a\left[ch\frac{i}{a} - ch\frac{i-1}{a}\right]$;

$P_i^3 = a\left[2ch\frac{i}{a} - ch\frac{i-1}{a} - ch\frac{i+1}{a}\right]$;

$P_i^4 = a\left[ch\frac{i-1}{a} - 3ch\frac{i}{a} + 3ch\frac{i+1}{a} - ch\frac{i-1}{a}\right]$;

$P_i^5 = a\left[ch\frac{i-2}{a} - 4ch\frac{i-1}{a} + 6ch\frac{i}{a} - 4ch\frac{i+1}{a} + ch\frac{i+2}{a}\right]$

Спростимо згідно формул:

$ch(-\alpha) = ch\alpha$; $ch2x = ch^2x + sh^2x$; $chx + chy = 2ch\frac{x+y}{2} \cdot ch\frac{x-y}{2}$;

$chx - chy = 2ch\frac{x-y}{2} \cdot ch\frac{x+y}{2}$.

Тоді:

$ch\frac{i}{a} - ch\frac{i-1}{a} = 2ch\frac{i-i+1}{2a} \cdot ch\frac{i+i-1}{2a} = 2ch\frac{1}{2a} \cdot ch\frac{2i-1}{2a}$,

тому:

$P_i^2 = 2a \cdot ch\frac{1}{2a} \cdot ch\frac{2i-1}{2a}$.

$P_i^3 = a\left[ch\frac{i}{a} - ch\frac{i-1}{a} + ch\frac{i}{a} - ch\frac{i+1}{a}\right] = a\left[ch\frac{i}{a} - ch\frac{i-1}{a}\right] + a\left[ch\frac{i}{a} - ch\frac{i+1}{a}\right] =$

$= P_i^2 + a\left[ch\frac{i}{a} - ch\frac{i+1}{a}\right] = 2a \cdot ch\frac{1}{2a} \cdot ch\frac{2i-1}{2a} + a\left[2ch\frac{i-i-1}{2a} \cdot ch\frac{i+i+1}{2a}\right] =$

$= 2a \cdot ch\frac{1}{2a} \cdot ch\frac{2i-1}{2a} + 2a \cdot ch\frac{1}{2a} \cdot ch\frac{2i+1}{2a} = 2a \cdot ch\frac{1}{2a}\left[ch\frac{2i-1}{2a} + ch\frac{2i+1}{2a}\right] =$

$2a \cdot ch\frac{1}{2a} \cdot 2ch\frac{2i-1+2i+1}{2a\cdot 2} \cdot ch\frac{2i-1-(2i+1)}{2a\cdot 2} = 2a \cdot ch\frac{1}{2a} \cdot 2ch\frac{i}{a} \cdot ch\frac{1}{2a} =$

$= 4a \cdot ch^2\frac{1}{2a} \cdot ch\frac{i}{a}$;

$P_i^4 = a\left[ch\frac{i-1}{a} - ch\frac{i+2}{a} + 3\left(ch\frac{i+1}{a} - ch\frac{i}{a}\right)\right] = a\left[2ch\frac{i-1-i-2}{2a} \cdot ch\frac{i-1+i+2}{2a\cdot 2} + \right.$

$\left. +3\left(2ch\frac{i+1-i}{2a} \cdot ch\frac{i+1+i}{2a}\right)\right] = a\left[2ch\frac{3}{2a} \cdot ch\frac{2i+1}{2a} + 6ch\frac{1}{2a} \cdot ch\frac{2i+1}{2a}\right] =$

$= 2a\left[\left(ch\frac{3}{2a} + 3ch\frac{1}{2a}\right) \cdot ch\frac{2i+1}{2a}\right] = 2a\left(ch\frac{3}{2a} + 3ch\frac{1}{2a}\right) \cdot ch\frac{2i+1}{2a} =$

$$= 2a \cdot 2ch\frac{3+1}{4a} \cdot ch\frac{3-1}{4a} \cdot ch\frac{2i+1}{2a} = 4a \cdot ch\frac{1}{a} \cdot ch\frac{1}{2a} \cdot ch\frac{2i+1}{2a};$$

$$P_i^5 = a\left[ch\frac{i-2}{a} + ch\frac{i+2}{a} - 4\left(ch\frac{i-1}{a} + ch\frac{i+1}{a}\right) + 6ch\frac{i}{a}\right] =$$

$$= a\left[2ch\frac{i-2+i+2}{2a} \cdot ch\frac{i-2-i-2}{2a} - 4\left(2ch\frac{i-1+i+1}{2a} \cdot ch\frac{i-1-i-1}{2a}\right) + 6ch\frac{i}{a}\right] =$$

$$= a\left[2ch\frac{i}{a} \cdot ch2a - 8ch\frac{i}{a} \cdot ch\frac{1}{a} + 6ch\frac{i}{a}\right] = a\left(2ch2a - 8ch\frac{1}{a} + 6\right)ch\frac{i}{a} =$$

$$= 2a\left(ch2a + 3 - 4ch\frac{1}{a}\right)ch\frac{i}{a}.$$

Отже,

$$P_i^2 = 2a \cdot ch\frac{1}{2a} \cdot ch\frac{2i-1}{2a}; \; P_i^3 = 4a \cdot ch^2\frac{1}{2a} \cdot ch\frac{i}{a};$$

$$P_i^4 = 4a \cdot ch\frac{1}{a} \cdot ch\frac{1}{2a} \cdot ch\frac{2i+1}{2a}; \; P_i^5 = 2a\left(ch2a + 3 - 4 \cdot ch\frac{1}{a}\right) \cdot ch\frac{i}{a}.$$

Висновки. У даній статті запропоновано спосіб визначення функцій розподілу величини скінченої різниці P_i у формуванні дискретних аналогів дробово-лінійної, показникової та гіперболічної функціональних залежностей скінченими різницями різних порядків.

Дані дослідження визначають загальну методику до одержання подібних закономірностей розподілу величини скінченої різниці P_i у формуванні дискретних аналогів елементарних функціональних залежностей скінченими різницями різних порядків.

Визначення відповідності між аналітичним рівнянням кривої і функцією розподілу величини скінченної різниці може бути основою для оцінки точності формування дискретних каркасів кривих, що аналітично описуються елементарними функціональними залежностями.

У подальшому результати даної роботи дозволять визначати координати будь-якої точки числової послідовності n-го порядку і числових послідовностей елементарних функціональних залежностей як суперпозицію координат суміжних, а також довільно заданих вузлових точок даних послідовностей за умови відомої величини чи функції розподілу величини скінченої різниці.

Перспективи подальших досліджень. У подальшому результати даної роботи дозволять визначати координати будь-якої точки числової послідовності n-го порядку і числових послідовностей елементарних функціональних залежностей як суперпозицію координат суміжних, а також довільно заданих вузлових точок даних послідовностей за умови відомої величини чи функції розподілу величини скінченої різниці.

Література

1. *Воронцов О.В., Воронцова І.В.* Спосіб одновимірної дискретної інтерполяції за координатами трьох точок числових послідовностей на прикладі показникових функцій. *Прикладні питання математичного моделювання*. Херсон: ХНТУ, Т.3, №2.2. 2020. С. 35 – 43. https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-2.3

2. *Воронцов О.В., Воронцова І.В.* Дослідження закономірностей зміни величин коефіцієнтів суперпозиції одновимірних функціональних залежностей на прикладі поліноміальних функцій // *Сучасні проблеми моделювання*. Збірник наукових праць Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького. Мелітополь: – МДПУ. Випуск 21. 2021. С. 74.— 82. https://doi.org/10.33842/22195203/2021/21/74/82

3. *Воронцов О.В., Воронцова І.В.* Закономірності зміни величин коефіцієнтів суперпозиції у процесі інтерполяції гіперболічними функціями. *Прикладні питання математичного моделювання*. Т. 4, №1 – Херсон: ХНТУ, 2021. – С. 59 − 66. https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.6

4. *Vorontsov O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Discrete modeling of building structures geometric images. *International Journal of Engineering & Technology*. Vol. 7 No. 3.2. 2018. P. 727 – 731. DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467

5. *Vorontsov O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Modeling of shell type spatial structural forms by superpositions of support nodes coordinates. *Lecture Notes in Civil Engineering*. Volume 73. 2019. Pages 501-513. https://doi.org/10.1007/978-3-030-42939-3

6. *Воронцов О.В.* Дискретне моделювання геометричних образів об'єктів проектування суперпозиціями одновимірних числових послідовностей з урахуванням функціонального навантаження // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка. Полтава: ПолтНТУ, 2015. Вип. 3(45). С. 28 – 39. http://reposit.pntu.edu.ua/handle/PoltNTU/241.

7. *Vorontsov O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Geometric modeling of spatial coverings of buildings constructions by chains of successive superpositions. *Academic journal. Series: Industrial meachine building, civil engineering*. Poltava, 2016. Issue 2(47)´. P. 65 – 73. http://reposit.pntu.edu.ua/handle/PoltNTU/1204.

References

1. *Vorontsov O.V., Vorontsova I.V.* Sposib odnovymirnoi dyskretnoi interpoliatsii za koordynatamy trokh tochok chyslovykh poslidovnostei na

prykladi pokaznykovykh funktsii. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia*. Kherson: KhNTU, T.3, №2.2. 2020. S. 35 – 43. {in Ukrainian}. https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-2.3

2. *Vorontsov O.V., Vorontsova I.V.* Doslidzhennia zakonomirnostei zminy velychyn koefitsiientiv superpozytsii odnovymirnykh funktsionalnykh zalezhnostei na prykladi polinomialnykh funktsii // *Suchasni problemy modeliuvannia*. Zbirnyk naukovykh prats Melitopolskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu imeni Bohdana Khmelnytskoho. Melitopol: MDPU. Vypusk 21. 2021. S. 74.— 82. {in Ukrainian}. https://doi.org/10.33842/22195203/2021/21/74/82

3. *Vorontsov O.V., Vorontsova I.V.* Zakonomirnosti zminy velychyn koefitsiientiv superpozytsii u protsesi interpoliatsii hiperbolichnymy funktsiiamy. Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia. T. 4, №1 – Kherson: KhNTU, 2021. S. 59 – 66. {in Ukrainian}. https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.6

4. *Vorontsov O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Discrete modeling of building structures geometric images. *International Journal of Engineering & Technology*. Vol. 7 No. 3.2. 2018. P. 727 – 731. {in English}. DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467

5. *Vorontsov O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Modeling of shell type spatial structural forms by superpositions of support nodes coordinates. *Lecture Notes in Civil Engineering*. Volume 73. 2019. Pages 501-513. {in English}. https://doi.org/10.1007/978-3-030-42939-3

6. *Vorontsov O.V.* Dyskretne modeliuvannia heometrychnykh obraziv obiektiv proektuvannia superpozytsiiamy odnovymirnykh chyslovykh poslidovnostei z urakhuvanniam funktsionalnoho navantazhennia // *Zbirnyk naukovykh prats (haluzeve mashynobuduvannia, budivnytstvo).* Poltavskyi natsionalnyi tekhnichnyi universytet imeni Yuriia Kondratiuka. Poltava: PoltNTU, 2015. Vyp. 3(45). – S. 28 – 39. {in Ukrainian}. http://reposit.pntu.edu.ua/handle/PoltNTU/241.

7. *Vorontsov O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Geometric modeling of spatial coverings of buildings constructions by chains of successive superpositions. *Academic journal. Series: Industrial meachine building, civil engineering*. Poltava, 2016. Issue 2(47)´. P. 65 – 73. {in English}. http://reposit.pntu.edu.ua/handle/PoltNTU/1204.

к. т. н., доц. **Воронцов О.В.**,
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
Национальный университет «Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка»
д. т. н., проф. **Усенко В.Г.**,
valery_usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4937-6442
Национальный университет «Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка»
к. пед. н., **Воронцова И.В.**,
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816
Полтавский колледж нефти и газа
Национального университета «Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка»

ВЕЛИЧИНА КОНЕЧНОЙ РАЗНОСТИ В ФОРМИРОВАНИИ ОДНОИЗМЕРНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ ПРЕДСТАВЛЕННЫХ ЧИСЛОВЫМИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯМИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Дискретное моделирование непрерывных образов статико-геометрическим методом в большинстве случаев связано с определенными погрешностями. Поэтому актуально исследование по формированию геометрических образов с заданной точностью дискретной модели при условии минимального объема исходной информации. Это позволит создавать модели с оптимальной дискретизацией. Дальнейшее развитие данного метода моделирования при условии рационального уменьшения объема исходной информации актуально, а предлагаемое направление исследований позволит раскрыть новые возможности его использования в различных отраслях: строительстве, машиностроении, экономике и других. Одной из задач данной работы является продолжение исследований определения дискретных образов кривых линий на основе классического метода конечных разностей, статико-геометрического метода моделирования и геометрического аппарата суперпозиций.

В данной статье предложен способ определения функций распределения величины конечной разности в формировании дискретных аналогов дробно-линейной, показательной и гиперболической функциональных зависимостей конечными разностями разных порядков.

Данные исследования определяют общую методику получения подобных закономерностей распределения величины конечной разности в формировании дискретных аналогов элементарных функциональных зависимостей конечными разностями разных порядков.

Определение соответствия между аналитическим уравнением кривой и функцией распределения величины конечной разности может служить основой оценки точности формирования дискретных каркасов кривых, аналитически описываемых элементарными функциональными зависимостями.

В дальнейшем результаты данной работы позволят определять координаты любой точки числовой последовательности n-го порядка и числовых последовательностей элементарных функциональных зависимостей как суперпозицию координат смежных, а также произвольно заданных узловых точек данных последовательностей при условии известной величины или функции распределения величины конченой разности.

Ключевые слова: дискретное моделирование, геометрические образы, метод конечных разностей, статико-геометрический метод, геометрический аппарат суперпозиций, величина конечной разности.

PhD, assistant professor **Oleg Vorontsov**
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»
Ph.D., prof. **Valeriy Usenko**
valery_usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4937-6442
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»
PhD, lecturer **Iryna Vorontsova**
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816
Poltava Oil and Gas College of
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»

FINITE DIFFERENCE VALUE IN FORMING ONE-DIMENSIONAL GEOMETRIC IMAGES REPRESENTED BY NUMERICAL SEQUENCES OF ELEMENTARY FUNCTIONAL DEPENDENCES

Discrete modeling of continuous images by the static-geometric method in most cases is associated with certain errors. Therefore, it is relevant to study the formation of geometric images with a given accuracy, using a minimum amount of initial information. This will allow to create models with optimal discretization.

Further development of this modeling method with rational decrease in initial information volume, is topical. The proposed line of research will open up new possibilities for its use in various industries, such as construction, engineering, economics etc.

One of the objectives of this work is to continue research on the formation of discrete images of curved lines. The study is based on the classical *finite difference method, static-geometric modeling method and the geometric apparatus of superpositions.*

The article proposes a method for determining the distribution functions of finite-difference values in the formation of discrete analogues of linear-fractional, exponential and hyperbolic functional dependencies using finite differences of different orders. These studies define a general method for obtaining similar patterns of distribution of the finite difference value in formation of discrete analogues of elementary functional dependencies using finite differences of different orders.

Establishing a correspondence between the equation of the curve and the distribution function of a finite difference value can be the basis for assessing the accuracy of the formation of discrete frameworks of curves described by elementary functional dependencies.

In the future, the results of this work will make it possible to determine coordinates of any point of a numerical sequence of the nth order and numerical sequences of elementary functional dependencies as a superposition of the coordinates of adjacent points. It can also be a superposition of arbitrarily given nodal points of these sequences, if the value of the final difference or its distribution function are already known.

Key Words: discrete modeling; geometric images; finite difference method; static-geometric method; superposition geometric apparatus; finite difference value.