УДК 514.18
DOI: 10.32347/0131-579x.2022.103/23-27
к. т. н., доцент **Воронцов О.В.**,
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»
д. т. н., професор ***Усенко В.Г.***,
valery_usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4937-6442
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»
к. пед. н., **Воронцова І.В.**,
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816
Полтавський коледж нафти і газу Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ КРИВИХ ЗА ВИГЛЯДОМ ФУНКЦІЇ ЗОВНІШНЬОГО ФОРМОУТВОРЮЮЧОГО НАВАНТАЖЕННЯ АБО ВЕЛИЧИНИ СКІНЧЕНОЇ РІЗНИЦІ

Одним із важливих напрямів розвитку дискретної геометрії є статико-геометричний метод, створений на основі статичної інтерпретації класичного методу скінченних різниць. Його простота і практичність виявляються у конструктивності та наочності процесу формоутворення геометричного образу деякого неперервного об'єкта під дією зовнішнього навантаження з урахуванням заданих умов

Подальший розвиток даного методу моделювання при умові раціонального зменшення обсягу вихідної інформації є актуальним, а запропонований напрям досліджень дозволить розкрити нові можливості його використання у різних галузях: будівництві, машинобудуванні, економіці та інших. Однією із задач даної роботи є продовженні досліджень визначення дискретних образів кривих ліній на основі класичного методу скінчених різниць, статико-геометричного методу моделювання і геометричного апарату суперпозицій.

У даній статті визначено функції розподілу величини скінченої різниці у формуванні дискретних аналогів поліноміальних кривих при дво-, три-, … n- точкових залежностях та виконано систематизацію умов рівномірно розподіленої величини скінченої різниці, у формуванні дискретних образів поліномів різних ступенів.

Результати проведеного аналізу величин і функцій розподілу зовнішнього формоутворюючого навантаження та величини скінченої різниці у формуванні поліномів різних степенів систематизовано у вигляді таблиці, де видно, в якому випадку ця функція буде лінійною, постійною величиною, або дорівнює нулю.

Дані дослідження визначають загальний підхід до одержання подібних закономірностей розподілу величини скінченої різниці у

формуванні дискретних аналогів кривих, що аналітично описуються елементарними функціональними залежностями.

Визначення відповідності між аналітичним рівнянням кривої і функцією розподілу навантаження або величини скінченої різниці ***Pi*** *при формуванні її дискретного каркаса, а також визначення загального підходу до систематизації поліноміальних кривих за виглядом функції зовнішнього формоутворюючого навантаження або величини скінченої різниці може бути основою для оцінки точності моделювання дискретних каркасів інших кривих, що аналітично описуються елементарними функціональними залежностями.*

Ключові слова: дискретне моделювання; статико-геометричний метод; геометричний апарат суперпозицій; величина скінченої різниці; поліноміальні функції.

Постановка проблеми. Дискретне моделювання неперервних образів статико-геометричним методом у більшості випадків пов'язано із певними похибками. Тому актуальним є дослідження щодо формування геометричних об'єктів із заданою точністю дискретної моделі при умові мінімального обсягу вихідної інформації. Це дозволить створювати моделі із раціональною дискретизацією. Подальший розвиток даного методу моделювання при умові раціонального зменшення обсягу вихідної інформації є актуальним, а запропонований напрям досліджень дозволить розкрити нові можливості його використання у різних галузях: будівництві, машинобудуванні, економіці та інших. Однією із задач даної роботи є продовженні досліджень визначення дискретних образів кривих ліній на основі класичного методу скінчених різниць, статико-геометричного методу моделювання і геометричного апарату суперпозицій.

При формуванні дискретних каркасів точок кривих ліній статико-геометричним способом виникають похибки різної природи, що пов'язані з кроком дискретизації. Якщо крива аналітично описується алгебраїчним поліномом то при формуванні її дискретного каркаса статико-геометричним способом існує така дискретна функція розподілу зовнішнього навантаження $\boldsymbol{P_i}$, при якій похибка дискретизації дорівнює нулю, тобто зміна кроку дискретизації не впливає на точність визначення координат вузлів каркасу, що є дискретною моделлю кривої.

Терміни «величина або функція розподілу зовнішнього формоутворюючого навантаження» використовують, якщо геометричний образ формується статико-геометричним методом, оскільки зосереджені зусилля у вузлових точках передбачають наявність урівноважуючих зусиль у ланках ламаної.

При формуванні дискретних образів на основі геометричного апарату суперпозицій доцільно використовувати терміни «величина, або функція розподілу величини скінченої різниці», що буде в окремому випадку тотожною величині зовнішнього формоутворюючого навантаження.

Формула

$$y_i = k_1 \cdot y_{i-1} + k_2 \cdot y_{i+1},$$

де $k_1 = k_2$, тотожна скінчено-різницевій триточковій залежності

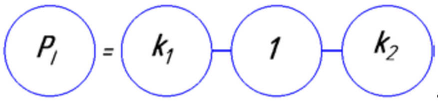
$$2 \cdot y_i = 1 \cdot y_{i-1} + 1 \cdot y_{i+1} ,$$

тому величину скінченої різниці, що буде прообразом функції розподілу зовнішнього формоутворюючого навантаження, для формування дискретного аналогу поліному 2-го ступеня на основі суперпозицій заданих вузлових точок зможемо записати у вигляді:

$$P_i = y_i - k_1 y_{i-1} - k_2 y_{i+1} ,$$

де P_i – дискретна величина скінченої різниці.

Або, у вигляді обчислювального шаблону :



.

Визначення відповідності між аналітичним рівнянням кривої і функцією розподілу навантаження $\boldsymbol{P_i}$ при формуванні її дискретного каркаса, а також визначення загального підходу до систематизації поліноміальних кривих за виглядом функції зовнішнього формоутворюючого навантаження та величини скінченої різниці може бути основою для оцінки точності формування дискретних каркасів кривих, що аналітично описуються елементарними функціональними залежностями.

Аналіз останніх досліджень. Питанням застосування для дискретного моделювання кривих ліній геометричного апарату суперпозицій в поєднанні з класичним методом скінченних різниць, статико-геометричним методом, математичним апаратом числових послідовностей присвячені роботи авторів даної статті [2, 3, 4, 5, 6].

Формулювання цілей та завдання статті. Метою даної статті є дослідження функціонального розподілу величини скінченої різниці у формуванні дискретних аналогів поліноміальних кривих при дво-, три-, … *n*- точкових залежностях та систематизація умов рівномірно розподіленої величини скінченої різниці, величин і функцій розподілу величини скінченої різниці, що є прообразом зовнішнього формоутворюючого навантаження у формуванні дискретних аналогів поліномів різних ступенів.

Основна частина. Дискретно представлений одновимірний геометричний образ можна розглядати як модель нерозтяжної натягнутої нитки, на яку з рівномірним кроком $\boldsymbol{h=1}$ вздовж осі Ox діють зосереджені зусилля $\boldsymbol{P_i}$ [1]. Із [1] відомо, що кожні три суміжні вузли розтягнутої нитки належать прямій лінії, якщо до середнього з них не прикладене зовнішнє навантаження (рис. 1):

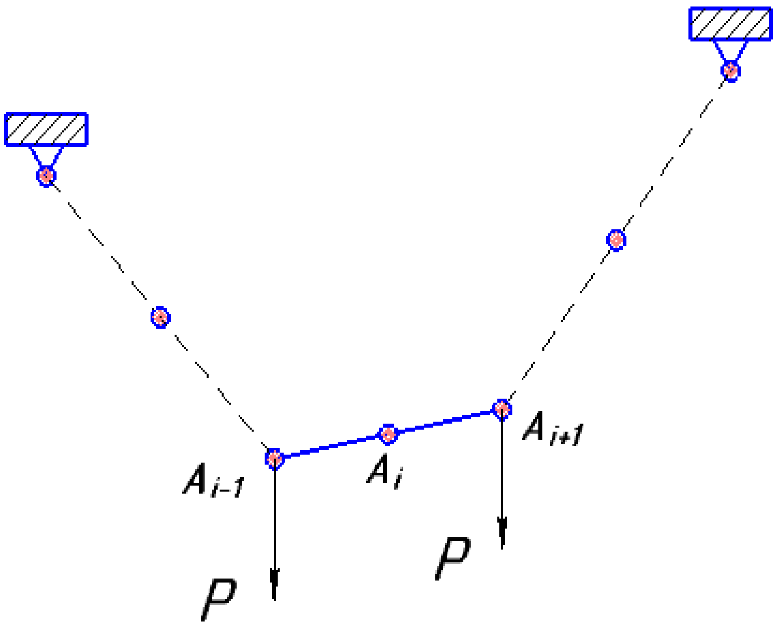


Рис. 1. Дискретна модель розтягнутої нитки у формі прямої лінії

Диференціальне рівняння

$$\frac{dy}{dx} = -0{,}5 \,. \qquad (1)$$

задає сімейство прямих $y = -0.5x + C$, з якого, наприклад, за допомогою початкової умови $x_{A_{i-2}} = -3$, $y_{A_{i-2}} = 1{,}5$, (рис. 2) виділяємо пряму

$$y = -0{,}5x \,. \qquad (2)$$

Скінчено-різницева апроксимація диференціального рівняння (1) матиме вигляд:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \approx \frac{\Delta y_i}{h} = \frac{y_i - y_{i-1}}{h}; \quad \Delta y_i = y_i - y_{i-1} \,. \qquad (3)$$

Складемо різницеві рівняння (2) для невідомих точок дискретного ряду на інтервалі $-3 \geq x \leq 0$ (рис. 2) :

$$\begin{cases} y_{i-2} - y_{i-1} = 0{,}5 \\ y_{i-3} - y_{i-2} = 0{,}5 \end{cases}. \qquad (4)$$

У систему (4) підставляємо значення координат заданої точки

$A_{i-3}(-3,\ 1{,}5)$:

$$\begin{cases} y_{i-2} - y_{i-1} = 0{,}5 \\ 1{,}5 - y_{i-2} = 0{,}5 \end{cases} \qquad (5)$$

Розв’язком системи (5) є: $y_{i-1} = 0{,}5$; $y_{i-2} = 1$.

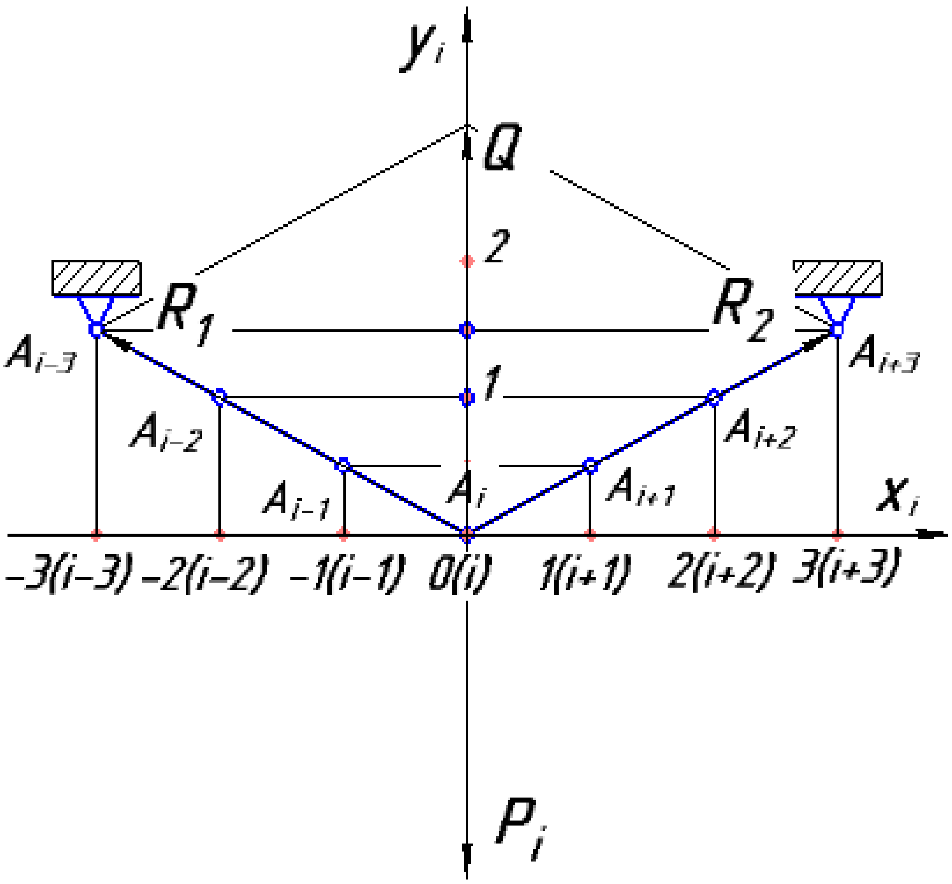


Рис. 2. Дискретна модель прямих $y = -0{,}5x$ та $y = 0{,}5x$ у формі нерозтяжної натягнутої нитки

Скінчено-різницева триточкова залежність матиме вигляд (6):

$$y_{i-2} - 2y_{i-1} + y_i = KP_i = 0\ , \qquad (6)$$

де: $KP_i = \Delta y_i$ – зовнішнє зусилля прикладене до точки A_i ; K – коефіцієнт пропорційності.

При двоточковій залежності скінчено-різницевий вираз можна представити у вигляді:

$$P_i = y_i - y_{i-1}\ \ , \qquad (7)$$

де: $P_i = \Delta y_i$ – величина скінченої різниці.

Варіювання величиною скінченої різниці P_i дозволяє дискретно моделювати будь-які прямі на площині (рис. 2).

Із (1), (3) та (7) випливає, що величина скінченої різниці є похідною функції (2):

$$P_i = \frac{dy}{dx} = -0{,}5\ .$$

Якщо крива аналітично задана алгебраїчним поліномом

$$y = \sum_{r=0}^{m} a_r x^r \,, \tag{8}$$

то, за умови $r = \overline{0,1}$ отримаємо поліном 1-го ступеня, який також описується нескінченною числовою послідовністю

$$y_i = a_0 + a_1 i \,. \tag{9}$$

Величина скінченої різниці P_i у i-му вузлі дискретної множини точок прямої при двоточковій залежності визначиться з рівнянь (9) і (7).

Для спрощення аналітичних викладок приймаємо одиничний крок вздовж осі абсцис що не впливає на узагальнення висновків, і абсциси відповідних вузлів будуть чисельно дорівнювати їх номерам.

З (9) визначаємо ординати двох суміжних вузлів дискретного каркасу точок, які входять до рівняння (7):

$$\begin{cases} y_i = a_0 + a_1 i \\ y_{i-1} = a_0 + a_1(i-1) \end{cases} . \tag{10}$$

Після підстановки (10) до (7) одержимо величину скінченої різниці:

$$P_i = a_0 + a_1 i - \big(a_0 + a_1(i-1)\big) = a_1 \,. \tag{11}$$

Величина скінченої різниці P_i у i-му вузлі дискретної множини точок поліному 2-го ступеня визначиться після підстановки (12) до (7):

$$\begin{cases} y_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 \\ y_{i-1} = a_0 + a_1(i-1) + a_2(i-1)^2 \end{cases} , \tag{12}$$

$$P_i = a_0 + a_1 i + a_1 i^2 - (a_0 + a_1(i-1) + a_2(i-1)^2) =$$

$$= a_2 i^2 + a_1 i - a_1(i-1) - a_2(i-1)^2 = 2a_2 i - a_2 + a_1 \,. \tag{13}$$

Величина скінченої різниці P_i у i-му вузлі дискретної множини точок поліному 3-го ступеня при двоточковій залежності визначиться за формулою:

$$P_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 - a_3 i^3 - (a_0 + a_1(i-1) + a_2(i-1)^2 +$$

$$+a_3(i-1)^3 = 3a_3 i^2 + (2a_2 - 3a_3)i + (a_1 - a_2 + a_3) \,.$$

Для поліному 4-го ступеня :

$$P_i = 4a_4 i^3 + (3a_3 - 6a_4)i^2 + (2a_2 - 3a_3 + 4a_4)i + (a_1 - a_2 + a_3 - a_4) \,.$$

Для поліному 5-го ступеня :

$$P_i = 5a_5 i^4 + (4a_4 - 10a_5)i^3 + (3a_3 - 6a_4 + 10a_5)i^2 +$$

$$+(2a_2 - 3a_3 + 4a_4 - 5a_5)i + (a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5) \,.$$

Завершимо узагальнення, записавши величину розподілу скінченої різниці при двоточковій залежності між вузлами дискретного аналогу поліному 6-го ступеня:

$$P_i = \sum_{n=1}^{6} a_n i^n \ , \ n = \overline{1.6} \ ,$$

$$P_i = 6a_6 i^5 + (5a_5 - 15a_6)i^4 + (4a_4 - 10a_5 + 20a_6)i^3 +$$
$$+(3a_3 - 6a_4 + 10a_5 - 15a_6)i^2 + (2a_2 - 3a_3 + 4a_4 - 5a_5 + 6a_6)i +$$
$$+(a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6) \ .$$

І т. д. – до поліному ***n***-го ступеня.

Як видно із вищенаведеного, при двоточковій залежності, рівномірно розподіленою величина скінченої різниці буде тільки у випадку формування дискретного аналогу полінома 1-го ступеня. Для полінома другого ступеня величина скінченої різниці (13) буде лінійною.

Величина скінченої різниці P_i у i-му вузлі дискретної множини точок прямої, за триточкової залежності, визначиться в результаті підстановки рівнянь (15) до (14):

$$P_i = 2y_i - y_{i-1} - y_{i+1} \ ; \qquad (14)$$

$$\begin{cases} y_i = a_0 + a_1 i \\ y_{i-1} = a_0 + a_1(i-1) \ ; \\ y_{i+1} = a_0 + a_1(i+1) \end{cases} \qquad (15)$$

$$P_i = a_1(i+1) - 2(a_1 i + a_0) + a_1(i-1) - 2a_0 = 0 \ .$$

Чотири суміжних вузли дискретної моделі розтягнутої нитки, з яких до двох середніх прикладені однакові вертикальні зусилля тобто рівномірно розподілене вертикальне навантаження, належать параболі другого порядку (рис. 3):

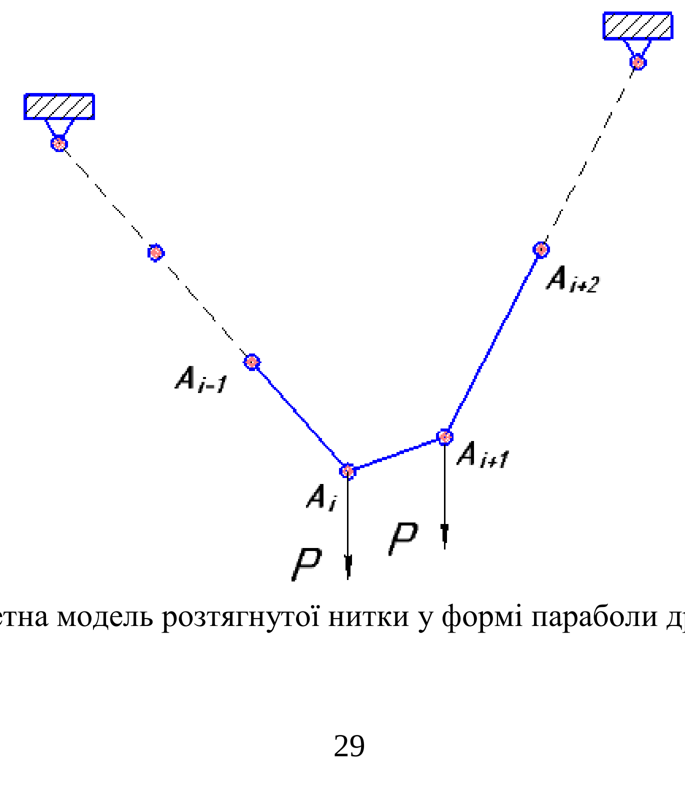


Рис. 3. Дискретна модель розтягнутої нитки у формі параболи другого порядку

Ординати чотирьох суміжних вузлів нитки при такому навантаженні зв'язані залежністю:

$$y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1} + KP = 0 \ ;$$
$$y_i - 2y_{i+1} + y_{i+2} + KP = 0 \ ,$$

що зводяться до одного рівняння виключенням KP :

$$y_{i-1} - 3y_i + 3y_{i+1} - y_{i+2} = 0 \ .$$

У статико-геометричному методі дискретна множина точок поліному 2-го ступеня при триточковій залежності формується під дією рівномірно розподіленого навантаження KP_i [1], яке можна визначити з рівнянь (16) і (14):

$$\begin{cases} y_i = a_0 + a_1 i \\ y_{i-1} = a_0 + a_1(i-1) + a_2(i-1)^2 \\ y_{i+1} = a_0 + a_1(i+1) + a_2(i+1)^2 \end{cases} ; \qquad (16)$$

$$KP_i = -a_2(i+1)^2 2(a_2 i^2 + a_1 i + a_0) -$$
$$-a_1(i+1) - a_1(i-1) - a_2(i-1)^2 - 2a_0 = -2a_2 \ ,$$

де: P_i – рівномірно розподілене між вузловими точками зовнішнє зусилля; K – коефіцієнт пропорційності.

Дискретна множина точок поліному 3-го ступеня при триточковій залежності формується під дією лінійно розподіленого навантаження:

$$KP_i = -6a_3 i - 2a_2 \ .$$

Для поліному 4-го ступеня :

$$KP_i = -12a_4 i^2 - 6a_3 i - 2a_4 - 2a_2 \ .$$

Функції розподілу зовнішнього навантаження для формування дискретних аналогів поліномів, відповідно, 5-го і 6-го ступенів мають вигляд:

$$KP_i = -20a_5 i^3 - 12a_4 i^2 - 10a_5 i - 6a_3 i - 2a_4 - 2a_2 \ ;$$
$$KP_i = -30a_6 i^4 - 20a_5 i^3 - 30a_6 i^2 - 12a_4 i^2 - 10a_5 i - 6a_3 i - 2a_4 - 2a_2 \ .$$

І т. д. – до поліному ***n***-го ступеня.

Враховуючи вищевикладене, можна зробити висновок, що при триточковій залежності величина скінченої різниці у формуванні дискретного аналогу полінома 1-го ступеня дорівнює нулю. Рівномірно розподіленим зовнішнє навантаження буде тільки у випадку формування дискретного аналогу полінома 2-го ступеня. Для полінома 3-го ступеня функція розподілу зовнішнього навантаження буде лінійною.

Величина зовнішнього формоутворюючого навантаження статико-геометричного методу тотожна величині скінченої різниці:

$$KP_i = \Delta y_i \ .$$

П’ять суміжних вузлів дискретної моделі розтягнутої нитки, з яких до трьох середніх прикладене лінійно розподілене навантаження, зв’язані скінчено-різницевою залежністю

$$y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2} = 0\ .$$

та належать параболі третього порядку (рис. 4):

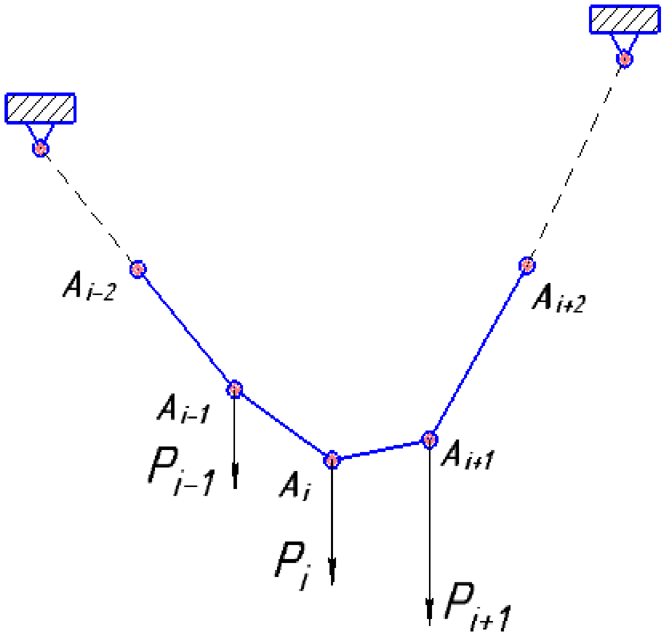


Рис. 4. Дискретна модель розтягнутої нитки у формі параболи третього порядку

У загальному випадку, на основі властивості рекурентності формули n-ої розділеної різниці Δ_i^n, одержується скінчено-різницева залежність між ординатами ($n+1$)-го суміжного вузла, через які проходить парабола (n-1)-го порядку.

Чотири суміжних вузли дискретної моделі поліному 3-го ступеня зв’язані чотириточковою рекурентною залежністю:

$$P_i = y_{i-1} - 3y_i + 3y_{i+1} - y_{i+2}\ . \qquad (17)$$

Величина скінченої різниці P_i у i-му вузлі дискретної множини точок полінома 3-го ступеня, на основі чотириточкової залежності, визначиться в результаті підстановки рівнянь (18) до (17):

$$\begin{cases} y_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 + a_3 i^3 \\ y_{i-1} = a_0 + a_1(i-1) + a_2(i-1)^2 + a_3(i-1)^3 \\ y_{i+1} = a_0 + a_1(i+1) + a_2(i+1)^2 + a_3(i+1)^3 \\ y_{i+2} = a_0 + a_1(i+2) + a_2(i+2)^2 + a_3(i+2)^3 \end{cases}; \qquad (18)$$

$$P_i = -a_3(i+2)^3 - a_2(i+2)^2 + 3a_3(i+1)^3 + a_2(i+1)^2 +$$
$$+a_1(i+1) + a_0 -$$
$$-3(a_3 i^3 + a_2 i^2 + a_1 i + a_0) - a_1(i+2) + a_1(i-1) + a_3(i-1)^3 +$$
$$+a_2(i-1)^2 = -6a_3\ .$$

Величина скінченої різниці для формування дискретного аналогу поліному 4-го ступеня має вигляд:

$$P_i = -24a_4 i - 12a_4 - 6a_3 \ .$$

Величина скінченої різниці P_i у i-му вузлі дискретної множини точок полінома 1-го ступеня, на основі чотириточкової залежності, визначиться в результаті підстановки рівнянь (15) до (17):

$$P_i = 3(a_1(i+1) + a_0) - 3(a_1 i + a_0) - a_1(i+1) + a_1(i-1) = 0 \ .$$

Величина скінченої різниці P_i у i-му вузлі дискретної множини точок полінома 2-го ступеня, на основі чотириточкової залежності, визначиться в результаті підстановки рівнянь (16) до (17):

$$P_i = -a_2(i+2)^2 + 3a_2(i+1)^2 + a_1(i+1) + a_0 - 3a_2 i^2 + a_1 i + a_0 -$$
$$-a_1(i+2) + a_1(i-1) + a_2(i-2)^2 = 0 \ .$$

П'ять суміжних вузлів дискретної моделі поліному 4-го ступеня зв'язані п'ятиточковою рекурентною залежністю:

$$P_i = y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2} \ . \qquad (19)$$

При такій п'ятиточковій залежності величина скінченої різниці для формування дискретного аналогу поліному 4-го ступеня буде одержана в результаті підстановки рівнянь (20) до (19):

$$\begin{cases} y_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 + a_3 i^3 + a_4 i^4 \\ y_{i-1} = a_0 + a_1(i-1) + a_2(i-1)^2 + a_3(i-1)^3 + a_4(i-1)^4 \\ y_{i+1} = a_0 + a_1(i+1) + a_2(i+1)^2 + a_3(i+1)^3 + a_4(i+1)^4 \ ; \\ y_{i+2} = a_0 + a_1(i+2) + a_2(i+2)^2 + a_3(i+2)^3 + a_4(i+2)^4 \\ y_{i-2} = a_0 + a_1(i-2) + a_2(i-2)^2 + a_3(i-2)^3 + a_4(i-2)^4 \end{cases} \qquad (20)$$

$$P_i = -24a_4 \ .$$

Величина скінченої різниці для формування дискретного аналогу поліному 5-го ступеня при п'ятиточковій залежності має вигляд:

$$P_i = 120a_5 i + 246a_4 \ .$$

Шість суміжних вузлів дискретної моделі поліному 5-го ступеня зв'язані шеститочковою рекурентною залежністю:

$$P_i = y_{i-3} - 5y_{i-2} + 10y_{i-1} - 10y_i + 5y_{i+1} + y_{i+2} \ . \qquad (21)$$

При такій шеститочковій залежності величина скінченої різниці для формування дискретного аналогу поліному 5-го ступеня буде одержана в результаті підстановки рівнянь (22) до (21):

$$\begin{cases} y_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 + a_3 i^3 + a_4 i^4 + a_5 i^5 \\ y_{i-1} = a_0 + a_1(i-1) + a_2(i-1)^2 + a_3(i-1)^3 + a_4(i-1)^4 + \\ \qquad +a_5(i-1)^5 \\ y_{i+1} = a_0 + a_1(i+1) + a_2(i+1)^2 + a_3(i+1)^3 + a_4(i+1)^4 + \\ \qquad +a_5(i+1)^5 \\ y_{i+2} = a_0 + a_1(i+2) + a_2(i+2)^2 + a_3(i+2)^3 + a_4(i+2)^4 + ; \\ \qquad +a_5(i+2)^5 \\ y_{i-2} = a_0 + a_1(i-2) + a_2(i-2)^2 + a_3(i-2)^3 + a_4(i-2)^4 + \\ \qquad +a_5(i-2)^5 \\ y_{i-3} = a_0 + a_1(i-3) + a_2(i-3)^2 + a_3(i-3)^3 + a_4(i-3)^4 + \\ \qquad +a_5(i-3)^5 \end{cases} \quad (22)$$

$$P_i = 720a_6 \ .$$

Величина скінченої різниці для формування дискретного аналогу поліному 6-го ступеня при шеститочковій залежності має вигляд:

$$P_i = -720a_6 i + 120(3a_6 - a_5) \ .$$

Результати проведеного аналізу величин і функцій розподілу зовнішнього формоутворюючого навантаження та величини скінченої різниці у формуванні поліномів різних степенів систематизовано у табл. 1, де видно, в якому випадку ця функція буде лінійною, постійною величиною, або дорівнює нулю.

Таблиця 1

Функції розподілу формоутворюючого навантаження або величини скінченої різниці для поліномів

$\Delta^n y_i$	P_i
$y = \sum_{r=0}^{1} a_r x^r$	
Δy_i	a_1
$\Delta^2 y_i$	0
$y = \sum_{r=0}^{2} a_r x^r$	
Δy_i	$2a_2 i - a_2 + a_1$
$\Delta^2 y_i$	$-2a_2$
$\Delta^3 y_i$	0
$y = \sum_{r=0}^{3} a_r x^r$	
$\Delta^2 y_i$	$6a_3 i + 2a_2$
$\Delta^3 y_i$	$-6a_3$
$\Delta^4 y_i$	0
$y = \sum_{r=0}^{4} a_r x^r$	
$\Delta^3 y_i$	$-24a_4 i - 12a_4 - 6a_3$
$\Delta^4 y_i$	$24a_4$

$\Delta^5 y_i$	0
$y = \sum_{r=0}^{5} a_r x^r$	
$\Delta^4 y_i$	$120a_5 i + 24a_4$
$\Delta^5 y_i$	$-120a_5$
$\Delta^6 y_i$	0
$y = \sum_{r=0}^{6} a_r x^r$	
$\Delta^5 y_i$	$-720a_6 i + 120(3a_6 - a_5)$
$\Delta^6 y_i$	$720a_6$
$\Delta^7 y_i$	0
……………………….	
……	………………

Висновки. У даній статті визначено функції розподілу величини скінченої різниці у формуванні дискретних аналогів поліноміальних кривих при дво-, три-, … *n*- точкових залежностях та виконано систематизацію умов рівномірно розподіленої величини скінченої різниці, у формуванні дискретних образів поліномів різних ступенів.

Дані дослідження є основою для оцінки точності формування дискретних каркасів поліноміальних кривих та визначають загальний підхід до одержання подібних закономірностей розподілу величини скінченої різниці у формуванні дискретних аналогів кривих, що аналітично описуються елементарними функціональними залежностями.

Перспективи подальших досліджень. Визначення відповідності між аналітичним рівнянням кривої і функцією розподілу навантаження $\boldsymbol{P_i}$ при формуванні її дискретного каркаса, а також визначення загального підходу до систематизації поліноміальних кривих за виглядом функції зовнішнього формоутворюючого навантаження та величини скінченої різниці може бути основою для оцінки точності формування дискретних каркасів інших кривих, що аналітично описуються елементарними функціональними залежностями.

Література

1. *Ковалев С.Н.* Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций: дис. … доктора техн. наук: 05.01.01 / Ковалев С.М. Москва : МАИ, 1986. 348 с.

2. *Воронцов О.В., Тулупова Л.О.* Дискретное моделирование кривых поверхностей суперпозициями двумерных точечных множеств: сборник статей по материалам XL международной научно-практической конференции «Технические науки – от теории к практике». Новосибирск. №11 (36). 2014. С. 7 – 16. http://sibac.info/sites/default/files/archive/2014/2014.11.19_teh._nauki_pravka.pdf

3. *Воронцов О.В.,Воронцова І.В.* Спосіб одновимірної дискретної інтерполяції за координатами трьох точок числових послідовностей на прикладі показникових функцій. *Прикладні питання математичного моделювання*. Херсон: ХНТУ, Т.3, №2.2. 2020. С. 35 – 43.
https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-2.3
4. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Discrete modeling of building structures geometric images. *International Journal of Engineering & Technology*. Vol. 7 No. 3.2. 2018. P. 727 – 731.
DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467
5. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. *International Journal of Engineering & Technology*. №7 (4.8), Special Issue №8. 2018. Pages 560-565.
DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27306
6. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Modeling of shell type spatial structural forms by superpositions of support nodes coordinates. *Lecture Notes in Civil Engineering*. Vol. 73. 2019. Pages 501-513.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-42939-3

References

1. *Kovalev S.N.* Formirovanie diskretnyih modeley poverhnostey prostranstvennyih arhitekturnyih konstruktsiy: dis. … doktora tehn. nauk: 05.01.01 / Kovalev S.M. − M.:MAI, 1986. – 348 c. {in Russian}.
2. *Vorontsov O.V., Tulupova L.O.* Diskretnoe modelirovanie krivyih poverhnostey superpozitsiyami dvumernyih tochechnyih mnozhestv: sbornik statey po materialam XL mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Tehnicheskie nauki – ot teorii k praktike». Novosibirsk, №11 (36). 2014. C. 7 – 16. {in Russian}.
http://sibac.info/sites/default/files/archive/2014/2014.11.19_teh._nauki_pravka.pdf
3. *Vorontsov O.V.,Vorontsova I.V.* Sposib odnovymirnoi dyskretnoi interpoliatsii za koordynatamy trokh tochok chyslovykh poslidovnostei na prykladi pokaznykovykh funktsii. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia*. Kherson: KhNTU, T.3, №2.2. 2020. S. 35 – 43. {in Ukrainian}.
https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-2.3
4. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Discrete modeling of building structures geometric images. *International Journal of Engineering & Technology*. Vol. 7 No. 3.2 DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467
. 2018. P. 727 – 731. {in English}.
5. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Modeling of shell type spatial structural forms by superpositions of support nodes coordinates. *Lecture Notes in Civil Engineering*. Volume 73. 2019. Pages 501-513. {in English}.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-42939-3

6. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. *International Journal of Engineering & Technology*. №7 (4.8), Special Issue №8. 2018. Pages 560-565. {in English}. DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27306

PhD, assistant professor **Oleg Vorontsov**
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»
Ph.D., prof. **Valeriy Usenko**
valery_usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4937-6442
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»
PhD, lecturer **Iryna Vorontsova**
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816
Poltava Oil and Gas College of
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»

THE POLYNOMIAL CURVES SYSTEMATIZATION ACCORDING TO THE FUNCTION OF THE EXTERNAL FORMING LOAD OR THE FINITE DIFFERENCE AMOUNT

One of the important directions of discrete geometry is the static-geometric method, created on the basis of a static interpretation of the classical method of finite differences. Its simplicity and practicality are revealed in the constructiveness and clarity of the process of forming a geometric image of some continuous object under the action of an external load, taking into account the given conditions.

Further development of this modeling method under the condition of rational reduction of the amount of initial information is relevant, and the proposed direction of research will allow revealing new possibilities of its use in various fields: construction, mechanical engineering, economy and others. One of the tasks of this work is to continue research on the definition of discrete images of curved lines based on the classical method of finite differences, the static-geometric modeling method and the geometric apparatus of superpositions.

This paper defines the distribution functions of the finite difference value in the formation of discrete analogues of polynomial curves with two-, three-,.. n-point dependencies and systematizes the conditions of uniformly distributed finite difference value in the formation of discrete images of polynomials of different degrees.

The results of the analysis of the magnitudes and functions of the distribution of the external form-forming load and the magnitude of the finite difference in the formation of polynomials of various degrees are systematized in the table form, where it is clear in which case this function will be linear, or constant value, or equal to zero.

The research data determine a general approach to obtaining similar regularities of the magnitude distribution of the finite difference in the formation of discrete analogues of curves analytically described by elementary functional dependencies.

Determining the correspondence between the analytical equation of the curve and the load distribution function or the value of the finite difference ***Pi*** *when forming its discrete frame, as well as the definition of a general approach to the polynomial curves systematization in the form of the function of the external form-forming load or the value of the finite difference can be the basis for evaluating the accuracy of modeling the discrete frames of other curves that are analytically described by elementary functional dependencies.*

Keywords: discrete modeling; static-geometric method; geometric apparatus of superpositions; finite difference value; polynomial functions.