

д. т. н., професор **Гавриленко Є.А.**,

yevhen.havrylenko@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-4501-445X

к. т. н., доцент **Холодняк Ю.В.**,

yuliya.kholodnyak@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-8966-9269

к. т. н. **Мірошниченко М.Ю.**,

mykola.miroshnychenko@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-4596-3110

Таврійський державний агротехнологічний університет  
імені Дмитра Моторного

## **АЛГОРИТМ ФОРМУВАННЯ МОДЕЛЕЙ ТЕХНІЧНИХ ВИРОБІВ ПРИ РЕВЕРС-ІНЖИНІРИНГУ**

*Розроблено метод формування лінійчатих каркасів поверхонь на основі масиву точок. З вихідного масиву точок виділяються підмножини – точкові ряди, на основі яких формуються лінійні елементи каркасу поверхні. Каркас формується на основі сімейства напрямних та сімейства твірних кривих ліній. На даний момент актуальною є задача формування каркасів, що задають поверхні, функціональне призначення яких – взаємодія із середовищем. Запропоновано способи формування лінійних елементів каркасу із забезпеченням регулярної зміни геометричних характеристик вздовж кривої при контролі виникнення особливих точок. Зазначені властивості елементів каркасу забезпечують необхідні властивості поверхні. Загальною особливістю формування плоских та просторових обводів запропонованим методом є обов'язковий аналіз вихідного точкового ряду. В результаті аналізу визначаються ділянки, які можна інтерполювати кривою лінією з монотонною зміною геометричних характеристик, і ділянки, на яких виникнення особливих точок неминуче. Метод дозволяє формувати плоскі та просторові криві лінії, у яких кількість особливих точок мінімальна. Запропоновано спосіб оцінки похибки, з якою сформований обвід представляє задану криву. Метод дозволяє нароцувати кількість умов, що накладаються на обвід. Це може бути запобігання осциляції, монотонна зміна кривини та скруту вздовж кривої, фіксовані значення геометричних характеристик у вихідних точках. Кожна з додаткових умов призводить до локалізації області можливого розташування кривої та зменшує похибку, з якою її представляє обвід. Розроблений метод випробуваний при моделюванні функціональних поверхонь, що обмежують міжлопатковий канал робочого колеса турбокомпресора. Основна сфера застосування розробленого методу – моделювання динамічних поверхонь, у тому числі з використанням технології реверс-інжинірингу. Найбільший ефект може бути отриманий при розв'язанні задач, що вимагають досягнення*

*компромісу між функціональними якістьми поверхні та додатковими вимогами компонування, комфортності, естетики.*

*Ключові слова: реверс-інжиніринг; поверхня; масив точок; каркас поверхні; крива лінія; радіус кривини; скрут; дотична.*

**Постановка проблеми.** Реверс-інжиніринг є перспективним напрямом моделювання, завданням якого є створення копії наявного виробу. Реверс-інжиніринг включає технології, що дозволяють відновити форму і властивості реального фізичного об'єкта.

У випадку якщо поверхня виробу обробляється на верстаті з числовим програмним управлінням (ЧПУ), обов'язковим етапом реверс-інжинірингу є створення моделі поверхні виробу в САД-системі. Вихідними даними для створення моделі є масив точок, які належать поверхні виробу. Координати точок масиву одержують в результаті 3D-сканування фізичного зразка. Похибка, з якою модель представляє вихідний виріб, є основним критерієм якості рішення. Мінімізація похибки дозволяє уникнути необхідності проведення розрахунків, пов'язаних із компонуванням та міцністю виробу.

Завдання забезпечення необхідної точності моделювання можна вважати вирішеним, якщо максимальне відхилення моделі від вихідної поверхні не перевищує точність, з якою верстат з ЧПУ забезпечує обробку запрограмованих траєкторій.

Вимоги до забезпечення точності реверс-інжинірингу збільшуються під час моделювання виробів, функціональне призначення яких – взаємодія із середовищем. Основна вимога до поверхонь таких виробів – забезпечення ламінарного характеру обтікання їх середовищем [1-3]. Такі поверхні називатимемо поверхнями з підвищеними динамічними якістьми або динамічними поверхнями. Підвищені динамічні якістьми необхідні поверхням, що обмежують корпусні вироби авіа-, авто-, суднобудування, лопатки турбін, канали двигунів внутрішнього згоряння тощо.

Динамічні якістьми поверхні визначаються характеристиками потоку середовища вздовж поверхні. Основною вимогою є закономірний, стійкий, регламентований характер обтікання поверхні. Відхилення від вихідних геометричних характеристик поверхні виробу призводить до виникнення турбулентності виникнення завихрень всередині потоку.

У САД-системі модель поверхні формується на основі лінійчатого каркаса. Лінійними елементами каркасу є обводи, одержані в результаті інтерполяції точкових рядів. На даний момент найбільш розроблено методи формування обводів на основі аналітично заданих кривих ліній: формується крива лінія, що складається з аналітично заданих ділянок, яка проходить через ряд точок із забезпеченням заданих характеристик обводу в цих точках. Сучасні САД-пакети використовують саме таку методику формоутворення обводів.

Недоліком формування обводів на основі аналітично заданих кривих ліній є те, що нарощування умов, що накладаються на обвід, вимагає збільшення параметричного числа кривих ліній, що формують його ділянки. При цьому неминуче виникають особливі точки: точки зміни ходу кривої, точки перегину і самоперетину, точки зміни зростання-зменшення кривини і кручення вздовж кривої. Неконтрольоване виникнення особливих точок знижує якість одержуваного розв'язку: збільшується похибка, з якою модель представляє вихідну поверхню, та порушується задана закономірність зміни геометричних характеристик вздовж ліній, які використовуються в якості лінійних елементів каркасу поверхні.

Процес виготовлення виробу включає такі етапи.

1. На основі вихідного масиву точок формується дискретний лінійний каркас – безліч кривих ліній, що належать поверхні. Для цього з масиву точок виділяються підмножини – точкові ряди, в результаті інтерполяції яких формуються лінійні елементи каркасу.

2. Модель поверхні виробу створюється з урахуванням лінійчатого каркасу в САД-системі.

**Аналіз основних досліджень і публікацій.** У роботах [4-5] розроблено метод формування обводів на основі В-сплайну. Використання сплайнів є найпоширенішим при моделюванні обводів в сучасних САД-системах та збільшує локальність управління формою кривої в порівнянні з іншими відомими методами безперервного геометричного моделювання, такими як криві Без'є, поліноми та ін. Локальність управління формою сплайну зменшується при збільшенні ступеня рівняння сплайну. Кількість ділянок сплайну, які одночасно змінюють форму при коригуванні форми сплайну на одиницю більше ступеня його рівняння. Додаткові умови, що накладаються на сплайн, вимагають збільшення ступеня рівняння. Такими умовами є призначення у вузлових точках фіксованих положень дотичних і значень кривини, поліпшення якості стикування ділянок сплайну.

Локальне коригування форми дозволяє забезпечити монотонну зміну кривини вздовж В-сплайну при інтерполяції невеликої кількості вихідних точок. Забезпечити закономірну зміну кривини вздовж обводів складної конфігурації, що складаються з великої кількості ділянок В-сплайном неможливо.

Якщо динамічна поверхня моделюється на основі лінійчатого каркасу, динамічні якості поверхні забезпечуються властивостями лінійних елементів – плоских і просторових кривих ліній. З геометричної точки зору підвищені динамічні якості поверхні можна забезпечити за рахунок закономірної зміни кривини та скруту вздовж елементів каркасу. Під закономірною зміною характеристик кривої лінії розумітимемо монотонне зростання або спадання їх значень уздовж ділянок кривої. При цьому кількість монотонних ділянок має бути мінімальною. Недоліки методів безперервного геометричного моделювання обмежують їх можливості

формування обводів, вздовж яких значення геометричних характеристик змінюються закономірно.

**Ціль статті.** Метою дослідження є розробка методу формування лінійчатого каркасу динамічної поверхні на основі заданого масиву точок.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

- розробити спосіб аналізу вихідного точкового ряду, що дозволяє визначати ділянки, які можна інтерполювати монотонною кривою лінією. Монотонною кривою називатимемо гладку криву постійного ходу, вздовж якої значення кривини монотонно зростають або спадають;

- розробити спосіб формування плоского гладкого обводу з регулярною монотонною зміною значень кривини;

- розробити спосіб формування просторового гладкого обводу з регулярною монотонною зміною значень кривини та скруту;

- випробувати розроблений метод для формування моделей функціональних поверхонь робочого колеса турбокомпресора осерадіального типу.

**Основна частина.** Метод, що розробляється, передбачає формування одновимірних обводів на основі області їх можливого розташування. Ця область визначається виходячи з відомих геометричних характеристик обводу. Обвід формується у вигляді дискретно представленої кривої (ДПК), яка представлена упорядкованою множиною точок та геометричними характеристиками кривої. У процесі моделювання ДПК формується точковий ряд, що складається з скільки завгодно великої кількості точок [6-8]. Це вихідні точки та точки згущення, які призначаються у процесі моделювання.

Перед згущенням проводиться аналіз вихідного крапкового ряду, в результаті якого визначаються ділянки, на основі яких може бути сформована крива з монотонною зміною кривини та скруту. Отримані ділянки формуються окремо та стикуються між собою. Положення точок згущення визначаються виходячи з координат вихідних точок та вимог, що накладаються на ДПК. Такими умовами є відсутність осциляції, регулярність значень кривини та скруту, монотонна зміна геометричних характеристик уздовж кривої.

Розглянемо спосіб моделювання плоскої ДПК. Нехай задано положення вузлів  $i$  та  $i+1$  (рис. 1). Дотичні, які проходять через ці вузли, позначимо  $t_i$  та  $t_{i+1}$  відповідно. У граничних вузлах задано радіуси кривини  $R_i$  та  $R_{i+1}$  відповідно, які необхідно забезпечити в процесі моделювання ділянки кривої. Ділянка монотонної кривої між вузлами  $i$  та  $i+1$  формується всередині базисного трикутника (БТ)  $i, T, i+1$ , обмеженого дотичними та ланкою супровідної ламаної лінії. Позначимо радіуси кривини, які відповідають вказаному БТ, у вихідних точках як  $\overleftarrow{R}_i$  та  $\overrightarrow{R}_{i+1}$  відповідно. При визначенні положень дотичних  $t_i$  та  $t_{i+1}$  у вихідних точках забезпечується значення  $\overleftarrow{R}_i$  менше за заданий радіус кривини ДПК  $R_i$ , а

значення  $\vec{R}_{i+1}$  – менше за заданий радіус кривини  $R_{i+1}$ , тобто  $\vec{R}_i < R_i$  та  $\vec{R}_{i+1} > R_{i+1}$ .

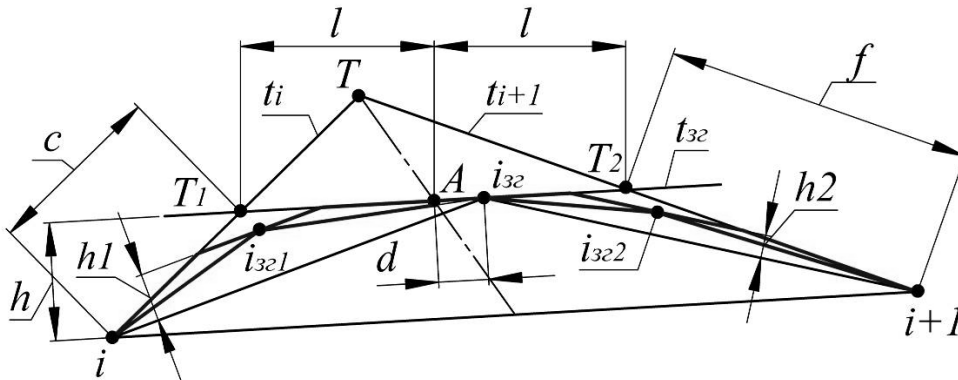


Рис. 1. Схема формування ділянки плоскої ДПК

Після призначення дотичної  $t_{32}$  (паралельно хорді  $[i; i+1]$ ) положення точки згущення  $A$  однозначно визначається за умовою другого порядку гладкості обводу. В результаті отримуємо два нових базисних трикутника згущення  $i, T_1, A$  та  $A, T_2, i+1$ . Значення радіусів кривини, які відповідають базисним трикутникам  $i, T_1, A$  та  $A, T_2, i+1$  в точках  $i$  та  $i+1$  позначимо  $\vec{R}_i^l$  та  $\vec{R}_{i+1}^l$  відповідно.

В точці  $A$  радіуси кривини, які відповідають базисним трикутникам згущення, дорівнюють

$$\vec{R}_A^l = \vec{R}_A^l = \frac{2 \cdot l^2}{h},$$

де  $l = |T_1; A| = |A; T_2|$  – довжини сторін базисних трикутників;

$h$  – відстань від точок  $i$  та  $i+1$  до дотичної  $t_{32}$ .

Базисні трикутники  $i, T_1, A$  та  $A, T_2, i+1$  визначають у вихідних вузлах такі ж самі радіуси кривини, що і вихідний базисний трикутник  $i, T, i+1$ .

Але отримані в результаті згущення значення  $\vec{R}_i^l$  та  $\vec{R}_{i+1}^l$  відрізняються від заданих значень  $R_i$  та  $R_{i+1}$ .

Корегування радіусів кривини можна виконати за допомогою зміни положення точки згущення на дотичній. При переміщенні точки згущення контролюється умова монотонної зміни кривини уздовж кривої

$$\begin{cases} c < l + d; \\ l - d < f, \end{cases}$$

де  $c = |i; T_1|$  та  $f = |T_2; i+1|$  – довжини сторін базисних трикутників;

$d$  – відстань, на яку переміщується точка згущення.

Після переміщення  $A$  у напрямку зростання радіусів кривини уздовж кривої (на рис. 1 у точку  $i_{32}$ ) значення  $\overleftarrow{R}_i^1$  збільшується, а значення  $\overrightarrow{R}_{i+1}^1$  зменшується. При цьому у точці згущення порушується другий порядок гладкості кривої. Отримані радіуси кривини, що відповідають базисним трикутникам  $i, T_1, A$  та  $A, T_2, i+1$ , дорівнюють:

$$\overrightarrow{R}_{32}^1 = \frac{2 \cdot (l+d)^2}{h}, \quad \overleftarrow{R}_{32}^1 = \frac{2 \cdot (l-d)^2}{h}.$$

Забезпечити задані значення радіусів кривини  $R_i$  та  $R_{i+1}$  у точках, що обмежують ділянку кривої, можна в результаті другого кроку згущення. Для цього всередині базисних трикутників згущення, отриманих після переміщення точки  $A$  в точку  $i_{32}, i, T_1, i_{32}$  та  $i_{32}, T_2, i+1$  призначаються дотичні другого кроку згущення ( $t_{32}^1$  та  $t_{32}^2$ ). Дотичні  $t_{32}^1$  та  $t_{32}^2$  проводяться паралельно хордам  $|i; i_{32}|$  та  $|i_{32}; i+1|$  відповідно. Позначимо відстані від дотичних  $t_{32}^1, t_{32}^2$  до основ базисних трикутників  $|i; i_{32}|, |i_{32}; i+1|$  як  $h_1$  та  $h_2$  відповідно.

При зміні  $h_1$  та  $h_2$  радіуси кривини в точках  $i, i_{32}$  та  $i_{32}, i+1$  ( $\overleftarrow{R}_i^2; \overleftarrow{R}_{32}^2, \overrightarrow{R}_{32}^2; \overrightarrow{R}_{i+1}^2$ ), які забезпечуються базисними трикутниками другого кроку згущення, змінюються пропорційно, тобто:

$$\begin{cases} \overleftarrow{R}_{32}^2 = k_1 \cdot \overleftarrow{R}_{32}^1; \\ \overleftarrow{R}_i^2 = k_1 \cdot \overleftarrow{R}_i^1; \end{cases} \quad \begin{cases} \overrightarrow{R}_{32}^2 = k_2 \cdot \overrightarrow{R}_{32}^1; \\ \overrightarrow{R}_{i+1}^2 = k_2 \cdot \overrightarrow{R}_{i+1}^1, \end{cases}$$

де  $k_1$  та  $k_2$  – коефіцієнти, на які змінюються радіуси кривини, отримані в результаті другого кроку згущення, відносно радіусів кривини першого кроку згущення.

Положення дотичних  $t_{32}^1$  та  $t_{32}^2$  призначається таким чином, щоб виконувалися умови:

$$\begin{cases} \overleftarrow{R}_i = \overleftarrow{R}_i^2; \\ \overrightarrow{R}_{i+1} = \overrightarrow{R}_{i+1}^2; \\ \overleftarrow{R}_{32}^2 = \overrightarrow{R}_{32}^2. \end{cases}$$

В результаті другого кроку згущення сформовано ланцюг базисних трикутників, які забезпечують в точках  $i$  та  $i+1$  задані значення радіусів кривини  $R_i$  та  $R_{i+1}$ , а також та стиковку із другим порядком гладкості

ділянок ДПК у точці  $i_{3z}$ . При цьому отриманий ланцюг базисних трикутників забезпечує можливість моделювання кривої з монотонною зміною кривини.

Одночасно з формуванням ДПК отримуємо обвід з ділянок кривих Безьє, який представляє монотонну криву з похибкою, яка не перевищує висоту БТ. Далі процес згущення повторюється до тих пір, поки максимальна з висот БТ не стане меншою, за задану похибку.

Просторова ДПК формується на основі множини точок, що не належать одній площині. Кожні три послідовні точки визначають площини, які будемо називати прилягаючими (ПП). Потрібно, щоб кут між суміжними ПП ( $\varphi_i$ ), всередині якого розташовується ділянка ДПК, не перевищував  $180^\circ$ . В цьому випадку напрям повороту  $i$ -ої ПП відносно хорди  $[i; i+1]$  на кут  $\varphi_i$  до суміщення з  $i$ -ю ПП співпадає з напрямом ходу ДПК.

Чотири послідовні ПП, які проходять через  $i$ -у та  $i+1$ -у точки обмежують тетраедр. Цей тетраедр є областю можливого розташування ДПК постійного ходу на ділянці  $i \dots i+1$ . Ланцюг тетраедрів, визначених на всіх ділянках, є областю розташування гладкої кривої лінії постійного ходу, що інтерполює вихідний точковий ряд (рис. 2).

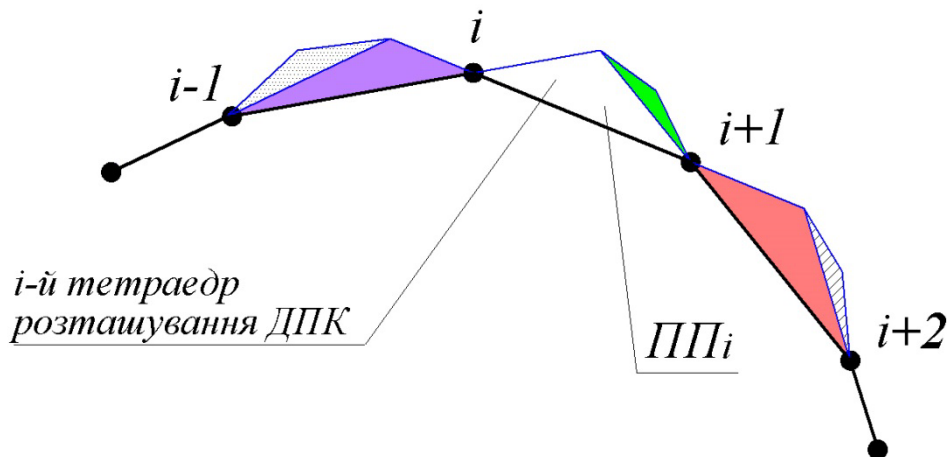


Рис. 2. Схема визначення області розташування просторової ДПК

Дотична до ДПК розташовується всередині двох суміжних двогранних кутів:  $\varphi_i$  та  $\varphi_{i+1}$ . Положення дотичної  $t_i$  визначається площинами, які дотичні до ДПК в точці  $i$  та проходять через попередню ( $i-1$ ) та наступну ( $i+1$ ) вихідні точки – площина  $ДП(i-1, t_i)$  та  $ДП(t_i, i+1)$  відповідно (рис. 3).

Положення дотичних площин призначаються виходячи із значень дискретного скруту на ділянках ДПК, що визначаються характеристиками вихідного точкового ряду. У першому наближенні скрут на ділянці  $i \dots i+1$  будемо оцінювати величиною

$$B_i^\varphi = \frac{3\varphi_i}{h_{i-1} + h_i + h_{i+1}},$$

де  $\varphi_i$  – кут між суміжними ПП;  
 $h_i = |i; i+1|$  – довжина відрізка.

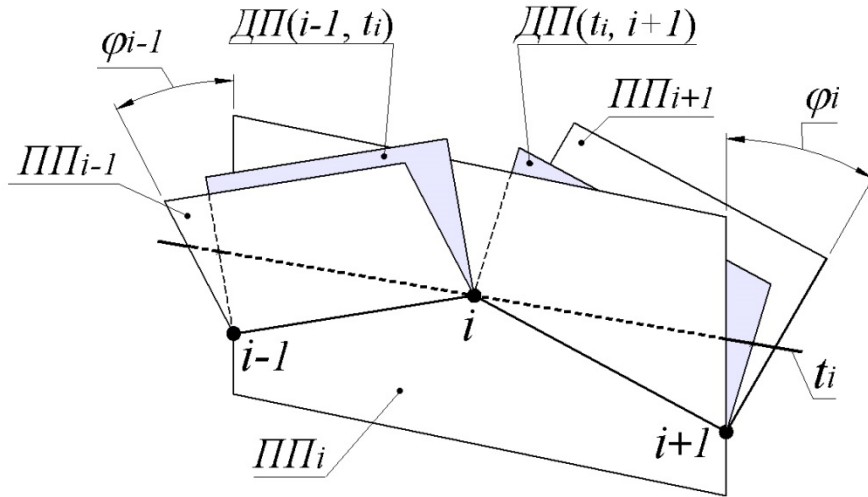


Рис. 3. Визначення положення дотичних прямих та площин

Після призначення дотичних площин дискретне кручення на  $i$ -й ділянці ДПК визначається за формулою

$$B_i^\psi = \frac{3\psi_i}{h_i},$$

де  $\psi_i$  – кут між ДП( $t_i, i+1$ ) та ДП( $i, t_{i+1}$ ) (рис. 4).

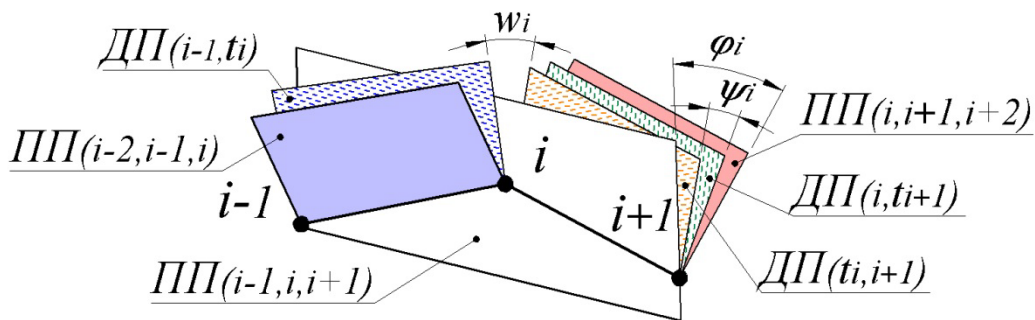


Рис. 4. Діапазон розташування стичної площини

Величина кута  $\psi_i$  призначається виходячи із умови

$$B_i^\varphi = B_i^\psi \quad (1)$$

Після призначення дотичних площин буде отримано ще один критерій оцінки скруту на ділянках ДПК

$$B_i^w = \frac{3w_i}{h_{i-1} + h_i}, \quad (2)$$



де  $w_i$  – кут, обмежений площинами ДП( $i-1, t_i$ ) та ДП( $t_i, i+1$ ).

Розташування дотичних площин всередині кутів  $\varphi_i$ , які обмежені прилеглими площинами, визначається одночасним виконанням умов (1) та (2). Площини ДП( $i-1, t_i$ ) та ДП( $t_i, i+1$ ), дотичні до ДПК в одній точці, обмежують діапазон  $w_i$  (рис. 4) можливого розташування стичної площини (СП $_i$ ). Положення СП $_i$  призначається таким чином, щоб вона розділяла кут  $w_i$  на кути  $w'_i$  та  $w''_i$  у відношенні

$$\frac{w'_i}{w''_i} = \frac{\psi_{i-1}}{\psi_i}.$$

При формуванні ДПК, вздовж якої значення скруту монотонно зростають, положення дотичних площин має забезпечувати виконання умов

$$\dots < B_{i-1}^{\psi} < B_i^w < B_i^{\psi} < B_{i+1}^w < \dots$$

Призначення дотичних і дотичних площин уточнює тетраedr розташування ДПК. В результаті отримуємо новий ланцюг тетраедрів, грані яких належать дотичним і стичним площинам. Цей ланцюг тетраедрів – область можливого розташування гладкої ДПК постійного ходу, у вузлах якої призначено положення основних тригранників.

Точка згущення ( $i_{32}$ ) призначається всередині тетраедра розташування ДПК. Вихідний діапазон розташування точки  $i_{32}$  на ділянці  $i \dots i+1$  – відрізок  $[T_i; T_{i+1}]$ , що належить прямій перетину дотичних площин ДП( $t_i, i_{32}$ ) та ДП( $i_{32}, t_{i+1}$ ) (рис. 5).

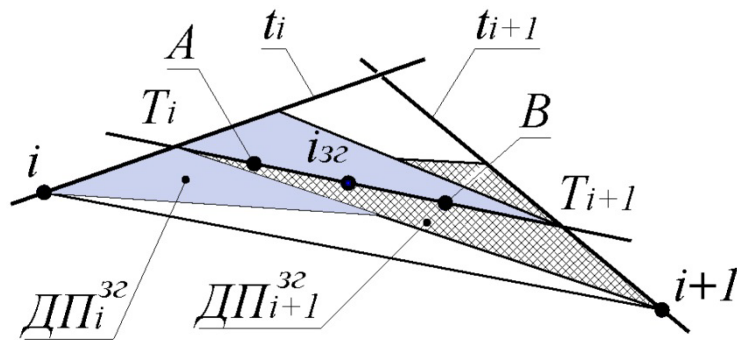


Рис. 5. Визначення діапазону розташування точки згущення

Призначення  $i_{32}$  в межах відрізка  $[T_i; T_{i+1}]$  забезпечує призначену динаміку зміни значень дискретного скруту вздовж ДПК, що отримується в результаті згущення. Конкретне положення  $i_{32}$  призначається з умови монотонної зміни значень радіусів кривини вздовж ДПК.

При формуванні ДПК, вдоль якої радіуси кривини монотонно зростають, має виконуватися умова

$$\dots < R(i-1, i, i+1) < R(i, i+1, i+2) < \dots,$$

де  $R(i-1, i, i+1)$  - радіус стичного кола, яке проходить через точки  $i-1, i, i+1$ .

Положення точки згущення на ділянці ДПК з монотонним зростанням радіусів кривини призначається з урахуванням умови

$$R(i-1, i, i_{3z}) < R(i, i_{3z}, i+1) < R(i_{3z}, i+1, i+2).$$

Точки згущення послідовно призначаються усередині максимального за розмірами тетраедра розташування ДПК. Виконання вказаних умов при призначенні кожної точки згущення забезпечує формування точкового ряду, що належить ДПК з регулярною монотонною зміною значень кривини та скруту.

ДПК вважаємо сформованою, коли область її можливого розташування не перевищує задану точність формування обводу. Для плоскої ДПК це базисний трикутник, а для просторової ДПК – це тетраедр її можливого розташування. Після цього обвід може бути сформований супровідною ламаною лінією, коробовою лінією кіл, ділянками кривих Безье або B-сплайном, які інтерполюють отриманий точковий ряд. Сформований обвід представляє криву із заданими геометричними властивостями з точністю, яка не перевищує область можливого розташування цієї кривої.

Розроблений нами метод використаний для формування моделі робочих поверхонь, що обмежують міжлопатковий канал турбокомпресора. Міжлопатковий канал обмежений поверхнями робочого колеса та корпусу турбокомпресора.

Необхідність створення моделі в CAD-системі викликана рішенням керівництва підприємства, що замовило їхню розробку, про самостійне виготовлення робочого колеса з використанням верстатів з ЧПУ. Вихідні дані про конструкцію робочого колеса взяті з кресленника, що містить інформацію, необхідну для перевірки якості готового виробу.

Якість моделювання визначається виконанням вимоги підприємства: продуктивність виробу, виготовленого із застосуванням нової технології, не повинна бути нижчою за продуктивність вихідного виробу.

Поверхні, що обмежують міжлопатковий канал, повинні забезпечити виконання таких вимог [2]:

- ламінарний характер обтікання поверхонь каналу потоком газу;
- зростання тиску газу вздовж міжлопаткового каналу;
- зміна напрямку потоку з осьового на вході в канал на радіальний на виході з каналу.

Необхідні функціональні властивості робочих поверхонь турбокомпресора забезпечуються геометричними властивостями лінійних елементів каркасу, що задає поверхню. Цими властивостями є регулярна зміна значень кривини та скруту при мінімальній за умовами задачі кількості особливих точок кривої: точок перегину, зміни ходу, зміни напрямку зростання значень кривини та скруту вздовж кривої.

Робоче колесо виготовляється литтям і представляє собою маточину з лопатками. Вихідними даними для проектування геометричної моделі робочого колеса є креслення маточини та положення 154 точок, що належать поверхні лопатки, координати яких задані вихідним креслеником. Модель поверхні лопатки сформована на основі каркасу, який складається з сімейства 22 плоских перетинів, та двох просторових напрямних кривих ліній (рис. 6,а).

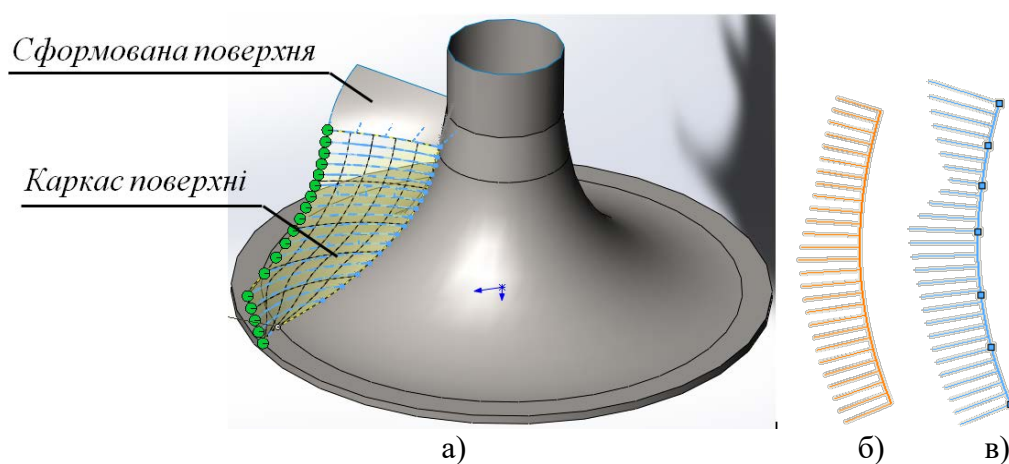


Рис. 6. Формування каркасу поверхні лопатки

Кожен плоский перетин сформовано на основі 7 точок, виділених з вихідного масиву. На рис. 6, б представлено один з горизонтальних перетинів поверхні лопатки. Похибка, з якою вихідний точковий ряд представляв криву із закономірною зміною кривини, не перевищує  $10^{-2}$  мм. В результаті згущення точкового ряду отримано 58 вузлів, що задають горизонтальний перетин лопатки. Похибка, з якою отриманий точковий ряд представляє криву із закономірною зміною кривини становить від  $2 \cdot 10^{-4}$  мм до  $8 \cdot 10^{-4}$  мм. Вузли отриманих ДПК інтерпольовані В-сплайнами, які використовуються в якості лінійних елементів моделі поверхні в системі автоматизованого проектування SolidWorks.

На рис. 6, б показано графік зміни кривини вздовж горизонтального перерізу, сформованого В-сплайном, який інтерполіє точковий ряд, що складається з 58 вузлів, отриманий нашим методом. На рис. 6, в для порівняння представлено графік зміни кривини вздовж перетину, сформованого В-сплайном, який інтерполіє вихідний точковий ряд, що складається з 7 вузлів.

Застосування нашого методу дозволило зменшити кількість точок зміни напряму зростання кривини вздовж кривої з 3 у В-сплайна, що інтерполіє вихідний точковий ряд (рис. 3, в) до 1 у В-сплайна, що інтерполіє сформований точковий ряд (рис. 3, б).

Напрямні лінії каркасу сформовані на основі точкових рядів, розташованих на маточині та кромці лопатки. На основі вихідного

точкового ряду сформовані просторові ДПК правого ходу, вздовж яких радіуси стичних кіл монотонно зростають.

ДПК отримані в результаті трьох послідовних згущень вихідного точкового ряду, що складається з 22 точок. Сформований точковий ряд складається із 169 точок. У таблиці 1 наведено дискретні характеристики отриманої ДПК, визначені у вихідних точках ( $R_{ПКi}$  – радіуси прилягаючих кіл, що проходять через три послідовні точки).

**Таблиця 1 – Характеристики вихідної ДПК**

$i$	$i_{зг}$	$h_i$ , мм	$B_i^w$ $10^{-2}$ , °/мм	$R_{ПКi}$ , мм
1	1	3,36017	0,06232	800,54876
2	9	3,34545	0,08621	611,65891
3	17	3,33075	0,12654	305,65891
4	25	3,31605	0,15002	222,36874
5	33	3,30135	0,16365	150,24895
6	41	3,28667	0,18654	121,658942
7	49	3,27199	0,21986	116,956214
8	57	3,25732	0,24002	115,865234
9	65	3,24267	0,25647	115,000211
10	73	3,22801	0,27641	114,401254
11	81	3,21337	0,28643	114,013265
<b>12</b>	<b>89</b>	<b>3,19874</b>	<b>0,29873</b>	<b>113,562480</b>
<b>13</b>	<b>97</b>	<b>3,18412</b>	<b>0,30002</b>	<b>112,956841</b>
14	105	3,16950	0,32001	112,256148
15	113	3,15489	0,35458	112,000124
16	121	3,14029	0,38647	118,658421
17	129	3,12571	0,40726	156,654182
18	137	3,11113	0,42002	188,325874
19	145	3,09656	0,42158	241,695241
20	153	3,08201	0,46972	284,265147
21	161	3,06746	0,51482	305,215964
22	169	3,05412	0,55624	321,541362

В таблиці 2 наведено дискретні характеристики отриманої ДПК у точках згущення, які сформовані на ділянці між вихідними точками 12 та 13. Після згущення всього точкового ряду номера зазначених вихідних точок стали відповідно 89 та 97. Максимальна абсолютна похибка формування монотонної ДПК ( $\delta_i$ ) на ділянці 89...97 не перевищує  $4,94 \cdot 10^{-4}$ .

**Таблиця 2 – Характеристики згущеної ДПК**

$i$	$h_i$ , мм	$B_i^w$ $10^{-2}$ , °/мм	$B_i^p$ $10^{-2}$ , °/мм	$R_{ПКi}$ , мм	$\delta_i$ , $10^{-4}$ мм
89	0,41556	0,29873	0,29883	113,32153	4,93956
90	0,41531	0,29889	0,29890	113,25842	4,88954
91	0,41506	0,29891	0,29916	113,16854	4,76584

93	0,41481	0,29906	0,29915	113,08651	4,62581
94	0,41456	0,29921	0,29936	113,01548	4,52178
95	0,41432	0,29954	0,29968	112,99541	4,36851
96	0,41407	0,29996	0,29998	112,92653	4,28457
96	0,41584	0,30000	0,30000	112,87542	4,12018
97	0,41382	0,30002	0,30004	112,81530	3,91426

Отримані ДПК інтерпольовані неперіодичним кубічним сплайном. Після цього елементи каркасу імпортовані в САД-систему SolidWorks та за допомогою функції САД-системи «Поверхня по перерізах» отримано модель робочої поверхні лопатки.

Після формування робочих поверхонь лопаток робочого колеса була створена модель міжлопаткового каналу, обмеженого поверхнями робочого колеса, які обмежують лопатки та маточину, а також поверхнею кришки.

Моделі поверхонь маточини та кришки компресора отримані за допомогою функцій САД-системи SolidWorks «Поверхня обертання». Лінія руху, яка задає поверхню обертання, вказується у вікні Property Manager. Це крива, що складається з дуг двох кіл, параметри яких взяті з кресленника деталі.

**Висновки та перспективи.** Розроблений метод формування каркасу поверхні, заданої впорядкованим масивом точок, включає наступні етапи.

1. З вихідного масиву точок виділяються точкові ряди, що становлять плоскі або просторові криві лінії (ДПК) – вихідні дані для формування лінійних елементів каркасу поверхні.

2. Отримані ДПК розбиваються на ділянки, з урахуванням яких можна сформувані монотонні криві. Визначаються діапазони можливих значень кривини та скруту у вихідних точках, у яких формування монотонних ДПК можливе. Монотонні ділянки ДПК формуються окремо.

3. На підставі вихідних точок та призначених у них геометричних характеристик визначається область можливого розташування монотонних кривих ліній, якими можливо інтерполювати точковий ряд.

4. Здійснюється згущення точкового ряду: на основі вихідного точкового ряду формується новий точковий ряд, що складається з будь-якої великої кількості вузлів, які можна інтерполювати кривими із заданими властивостями. Визначається область можливого розташування монотонної кривої, яка інтерполює отриманий точковий ряд.

5. У системі автоматизованого проектування SolidWorks на основі отриманих ДПК формуються обводи, що складаються з ділянок безперервних кривих: відрізки прямих ліній, дуги кіл, В-сплайн. Обвід формується виходячи із заданої точності. Точність формування обводу визначається відстанню від його ділянок до меж області можливого розташування ДПК.

6. Обводи використовуються в якості лінійних елементів каркасу поверхні. За допомогою стандартних функцій SolidWorks на основі каркаса

формується модель виробу. Задані геометричні характеристики кривих, які із заданою точністю являють собою лінійні елементи каркаса, забезпечують необхідні функціональні якості поверхні.

Особливістю розробленого нами методу є формування ДПК послідовним згущенням вихідних точок. При цьому здійснюється покроковий контроль області розташування кривої, що інтерполірує точковий ряд. Обов'язковим етапом формування ДПК є аналіз, в результаті якого визначаються геометричні характеристики та область можливого розташування монотонної кривої, якою можливо інтерполювати заданий точковий ряд. Це забезпечує необхідну точність, з якою обвід представляє криву лінію із заданими геометричними характеристиками.

Метод дозволяє нарощувати кількість умов, що накладаються на ДПК. Це може бути запобігання осциляції, монотонна зміна кривини та скруту вздовж кривої, фіксовані значення геометричних характеристик у вихідних точках. Кожна з додаткових умов призводить до локалізації області можливого розташування ДПК та зменшує похибку, з якою її представляє обвід.

Розроблений метод доцільно застосовувати для розв'язання задач реверс-інжинірингу. Формування моделі робочої поверхні лопатки робочого колеса турбокомпресора на основі вихідного масиву точок є прикладом такої задачі.

Перспективою подальшого розвитку методу є розширення сфери його можливого застосування. Адаптація методу під розв'язання різних задач може бути забезпечена за рахунок збільшення числа умов, які можуть бути накладені на ДПК. Такими умовами можуть бути збільшення числа геометричних характеристик, значення яких призначені у вихідних точках, формування ДПК заданої довжини, забезпечення торкання ДПК з лініями чи поверхнями та інші.

## Література

1. Fooladi M., Foroud A. A. Recognition and assessment of different factors which affect flicker in wind turbine. *IET Renewable Power Generation*. 2016. Vol. 10, no. 2. P. 250-259. DOI: 10.1049/iet-rpg.2014.0419
2. Jadhav Y. P., Chougule V. N., Mulay A. V. Free-form surface models generation using reverse engineering techniques - an investigation. *IOSR Journal of Mechanical & Civil Engineering*. 2016. P. 379–385. DOI: 10.9790/1684-15008030311-15.
3. Farhad Hosseini S., Moetakef-Imani B. Innovative approach to computer-aided design of horizontal axis wind turbine blades. *Journal of Computational Design and Engineering*. 2017. Vol.4, Iss. 2. P. 98-105. DOI: 10.1016/j.jcde.2016.11.001

4. Pérez-Arribas F., Pérez-Fernández R. A B-spline design model for propeller blades. *Advances in Engineering Software*. 2018. Vol. 118. P. 35–44. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2018.01.005
5. Kvasov B. Monotone and convex interpolation by weighted cubic splines. *Advances in Computational Mathematics*. 2014. Vol. 40. P. 91-116. DOI: 10.1007/s10444-013-9300-9
6. Havrylenko Ye., Kholodniak Yu., Halko S., Vershkov O., Miroshnyk O., Suprun O., Dereza O., Shchur T., Šrutek M. (2021) Representation of a Monotone Curve by a Contour with Regular Change in Curvature. *Entropy (Basel)*. Vol. 23 (7):923. DOI: 10.3390/e23070923
7. Холодняк Ю.В., Гавриленко Е.А., Ивженко А.В., Найдыш А.В. Моделирование участка пространственной монотонной кривой линии. *Сучасні проблеми моделювання: наукове фахове видання. Мелітополь: МДПУ, 2020. Вып.17. С. 131-137.*
8. Havrylenko Y., Kholodniak Y., Vershkov O., Naidysh A. Development of the method for the formation of one-dimensional contours by the assigned interpolation accuracy. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. Vol. 1. Iss. 4(91). P. 76-82. DOI: 10.15587/1729-4061.2018.123921

## References

1. Fooladi M., Foroud A. A. (2016) Recognition and assessment of different factors which affect flicker in wind turbine. *IET Renewable Power Generation*. 2016. Vol. 10, no. 2. P. 250-259. DOI: 10.1049/iet-rpg.2014.0419
2. Jadhav Y. P., Chougule V. N., Mulay A. V. (2016) Free-form surface models generation using reverse engineering techniques - an investigation. *IOSR Journal of Mechanical & Civil Engineering*. P. 379–385. DOI: 10.9790/1684-15008030311-15.
3. Farhad Hosseini S., Moetakef-Imani B. (2017) Innovative approach to computer-aided design of horizontal axis wind turbine blades. *Journal of Computational Design and Engineering*. Vol.4, Iss. 2. P. 98-105. DOI: 10.1016/j.jcde.2016.11.001
4. Pérez-Arribas F., Pérez-Fernández R. (2018) A B-spline design model for propeller blades. *Advances in Engineering Software*. Vol. 118. P. 35–44. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2018.01.005
5. Kvasov B. (2014) Monotone and convex interpolation by weighted cubic splines. *Advances in Computational Mathematics*. Vol. 40. P. 91-116. DOI: 10.1007/s10444-013-9300-9
6. Havrylenko Ye., Kholodniak Yu., Halko S., Vershkov O., Miroshnyk O., Suprun O., Dereza O., Shchur T., Šrutek M. (2021) Representation of a Monotone Curve by a Contour with Regular Change in Curvature. *Entropy (Basel)*. Vol. 23 (7):923. DOI: 10.3390/e23070923
7. Kholodniak Yu.V., Havrylenko Ye.A., Yvzhenko O.V., Naidysh A.V. (2020) Modelyrovanye uchastka prostranstvennoi monotonnoi kryvoi lynyy.

Suchasni problemy modeliuвання. Melitopol: MDPU. Vol.17. P. 131-137. {in Russian}

8. Havrylenko Y., Kholodniak Y., Vershkov O., Naidysh A. (2018) Development of the method for the formation of one-dimensional contours by the assigned interpolation accuracy. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Vol. 1. Iss. 4(91). P. 76-82. DOI: 10.15587/1729-4061.2018.123921

Ph. D., prof **Yevhen Havrylenko**,

yevhen.havrylenko@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-4501-445X

Ph. D., assoc. prof **Yuliia Kholodniak**

yuliya.kholodnyak@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-8966-9269

Ph. D. **Mykola Miroshnychenko**

mykola.miroshnychenko@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-4596-3110

Dmytro Motorny Tavria State Agrotechnological University (TSATU)

## **ALGORITHM FOR FORMATION OF TECHNICAL PRODUCTS MODELS IN REVERSE ENGINEERING**

*A method of forming linear frameworks of surfaces based on an array of points has been developed. From the initial array of points, subsets are distinguished - point series, based on which the linear elements of the surface framework are formed. The frame is formed on the basis of a family of guides and a family of generating curves. At the moment, the task of forming frameworks that define surfaces, whose functional purpose is interaction with the environment, is relevant. Methods of forming linear elements of the frame are proposed with the provision of regular changes of geometric characteristics along the curve while controlling the occurrence of special points. The specified properties of the frame elements provide the necessary surface properties. A general feature of the formation of flat and spatial contours by the proposed method is the mandatory analysis of the original point series. As a result of the analysis, areas are determined that can be interpolated by a curved line with a monotonous change in geometric characteristics, and areas where the occurrence of special points is inevitable. The method allows you to form flat and spatial curved lines, in which the number of special points is minimal. A method of estimating the error with which the formed contour represents a given curve is proposed. The method allows you to increase the number of conditions imposed on the outline. This can be prevention of oscillation, monotonous change of curvature and twist along the curve, fixed values of geometric characteristics at the starting points. Each of the additional conditions leads to the localization of the region of the possible location of the curve and reduces the error with which it is represented by the contour. The developed method was tested in the modeling of functional surfaces limiting the interblade channel of the turbocharger impeller. The main field of application of the developed*



*method is modeling of dynamic surfaces, including the use of reverse engineering technology. The greatest effect can be obtained when solving problems that require reaching a compromise between the functional qualities of the surface and additional requirements for layout, comfort, and aesthetics.*

*Keywords: reverse engineering; surface; array of points; surface frame; curved line; radius of curvature; twist; tangent.*