

УДК 514.18

DOI: 10.32347/0131-579x.2022.103.55-66 д. т. н., професор **Гумен О.М.**,
gumens@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3992-895X

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

к. т. н., доцент **Лясковська С.Є.**,
solomiam@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0822-0951

Національний університет «Львівська політехніка»
д. т. н., професор **Мартин Є.В.**,

evmartun@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9095-7057

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
аспірантка **Смаковська Г.М.**,

anna-07@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3900-4431

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ГРАФІЧНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ У ВІЗУАЛІЗАЦІЇ БАГАТОВИДІВ ПРОСТОРІВ СТАНУ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Дослідження об'єктів, процесів і явищ різного походження і призначення передбачає комп'ютерну візуалізацію одержаних результатів із залученням графічних засобів. Більшість застосувань реалізується залежностями у двовимірній координатній системі, проте з вимірами багатьох значущих параметрів. Геометрична інтерпретація результатів у багатовимірному просторі стану дозволяє як обґрунтувати вибір потрібного числа взаємно незалежних параметрів для формоутворення багатопросторової кривої лінії як графіка перехідного процесу, так і одержувати додаткові залежності між змінними параметрами, які експериментально дослідити важко. Вже у чотиривимірному просторі три криві як залежності між чотирма параметрами слугують напрямними тривимірних циліндрів, взаємний перетин яких формує чотирипросторову криву лінію як графік процесу. Зворотнім проєкціюванням у решту три двовимірні площини одержуємо ще три додаткових залежності між чотирма параметрами. Інші види взаємозв'язків параметрів потребують проведення додаткових досліджень.

Залучення графічних комп'ютерних технологій надає можливість враховувати численне число параметрів процесів систем різного походження. Результати експериментальних досліджень процесів у системах подаються, зокрема, рівняннями, параметри яких належать підпросторам різної вимірності обхоплюючого багатовимірною евклідового простору поточного стану системи. Враховуючи, що графіком процесу слугує взагалі багатопросторова крива лінія, заслуговує уваги наукова розвідка щодо геометричної інтерпретації її

формування з урахуванням залежностей довільного числа параметрів, які формують багатоплоскову криву лінію як графік процесу. При формуванні геометричної моделі досліджуваного об'єкта раціонально обрати число допущень, які дозволяють визначити вимірність охоплюючого евклідового простору для комп'ютерної візуалізації.

Мета статті полягає в обґрунтуванні геометричними засобами алгоритмів формування багатоплоскових кривих ліній як моделей процесів у системах різного призначення.

Ключові слова: графічні інформаційні технології; формування; багатовиди; багатовимірні простори.

Постановка проблеми. Дослідження об'єктів, процесів і явищ різного походження і призначення передбачає комп'ютерну візуалізацію одержаних результатів із залученням графічних засобів. Більшість застосувань реалізується залежностями у двовимірній координатній системі з вимірами, проте, багатьох значущих параметрів. Геометрична інтерпретація результатів у багатовимірному просторі стану дозволяє як обґрунтувати вибір потрібного числа взаємно незалежних параметрів для формування багатоплоскової кривої лінії як графіка перехідного процесу, так і одержувати додаткові залежності між змінними параметрами, які експериментально дослідити важко. Вже у чотиривимірному просторі три криві як залежності між чотирма параметрами слугують напрямними тривимірних циліндрів, взаємний перетин яких формує чотириплоскову криву лінію як графік процесу. Зворотнім проєкціюванням у решту три двовимірні площини одержуємо ще три додаткових залежності між чотирма параметрами. Інші види взаємозв'язків параметрів потребують проведення додаткових досліджень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У праці [1] закладені основи формування багатовидів та гіперповерхонь багатовимірного евклідового простору, а засоби їх візуалізації у двовимірних площинах і розрахунку вимірності придатні при комп'ютерній візуалізації. У дослідженнях [2–6] показані прикладні використання засобів багатовимірної геометрії при аналізі експериментальних даних температурного поля у чотиривимірному просторі стану і дослідженнях дуальних систем на прикладі процесу ліквідації надзвичайних ситуацій пожежно–рятувальними підрозділами. Формуючими об'єктами є криві лінії просторів вимірності, яка визначається числом прийнятих допущень при побудові геометричної моделі. Деякі особливості формування кривих ліній знаходимо в праці [7].

Цілі та завдання статті. Мета статті полягає в обґрунтуванні геометричними засобами алгоритмів формування багатоплоскових кривих ліній як моделей процесів у системах різного призначення.

Основна частина. Визначимо можливість перетину багатovidів у охоплюючому n – просторі та використання допоміжних багатovidів – посередників. Наприклад, у чотиривимірному просторі дві прямі, пряма і площина не перетинаються, оскільки сума їх вимірностей менша від вимірності цього простору. У просторах вищих вимірностей можливе використання гіперповерхонь – посередників. Очевидно, що для побудови проєкцій 1 – багатovidу як перетину багатovidів однакової чи різної розмірності необхідно використати декілька таких поверхонь – посередників. Гіперповерхні – посередники можна використовувати для знаходження багатovidу перетину підпросторів, якщо сумарна вимірність усіх багатovidів, що перетинаються, більша за вимірність охоплюючого простору. Наприклад, дві двовимірні площини 4 – простору перетинаються у точці, 0 – багатovid (рис. 1). Визначити можливі випадки одержання 0 – багатovidів n – просторів важливо, оскільки 0 – багатovidи являють складові геометричні примітиви багатovidів, зокрема, 1 – багатovidів та гіперповерхонь просторів вищих розмірностей.

Проте використати лінійний підпростір – посередник для знаходження перетину двох площин неможливо. Справді, при розмірності кожної площини $m_1 = m_2 = 2$, вимірність лінійного підпростору перетину площин r_m буде

$$r_m = r_1 + r_2 - n = 0. \quad (1)$$

Узагальнимо відповідно до (1) спосіб знаходження точки перетину двох прямих тривимірного простору (рис.2). У двовимірному підпросторі, наприклад, фронтальній площині проєкцій знаходимо точку перетину фронтальних проєкцій прямих 2a і 2b . Якщо на лінії проєкційного зв'язку відсутня відповідна їй проєкція точки перетину на горизонтальних проєкціях $'a$ і $'b$ прямих, то такі прямі мимобіжні (рис.2, а), інакше перетинаються (рис.2, б). Знайдемо положення проєкцій точки N перетину двох двовимірних площин загального положення чотиривимірного простору, заданих трикутниками ABC і DEF на рис.1. Визначимо проєкції лінії перетину спочатку проєкцій трикутників у тривимірному підпросторі, наприклад, $Oxyz$.

Використаємо дві двовимірні площини – посередники: α_{xy} , паралельну координатній площині Oxy цього підпростору і α_{xz} , паралельну координатній площині Oxz . Проєкція $G_{xyz}K_{xyz}$ лінії перетину трикутників у тривимірному підпросторі $Oxyz$ визначена у двовимірних координатних площинах Oxy та Oxz відрізками прямих відповідно $G_{xy}K_{xy}$ і $G_{xz}K_{xz}$.

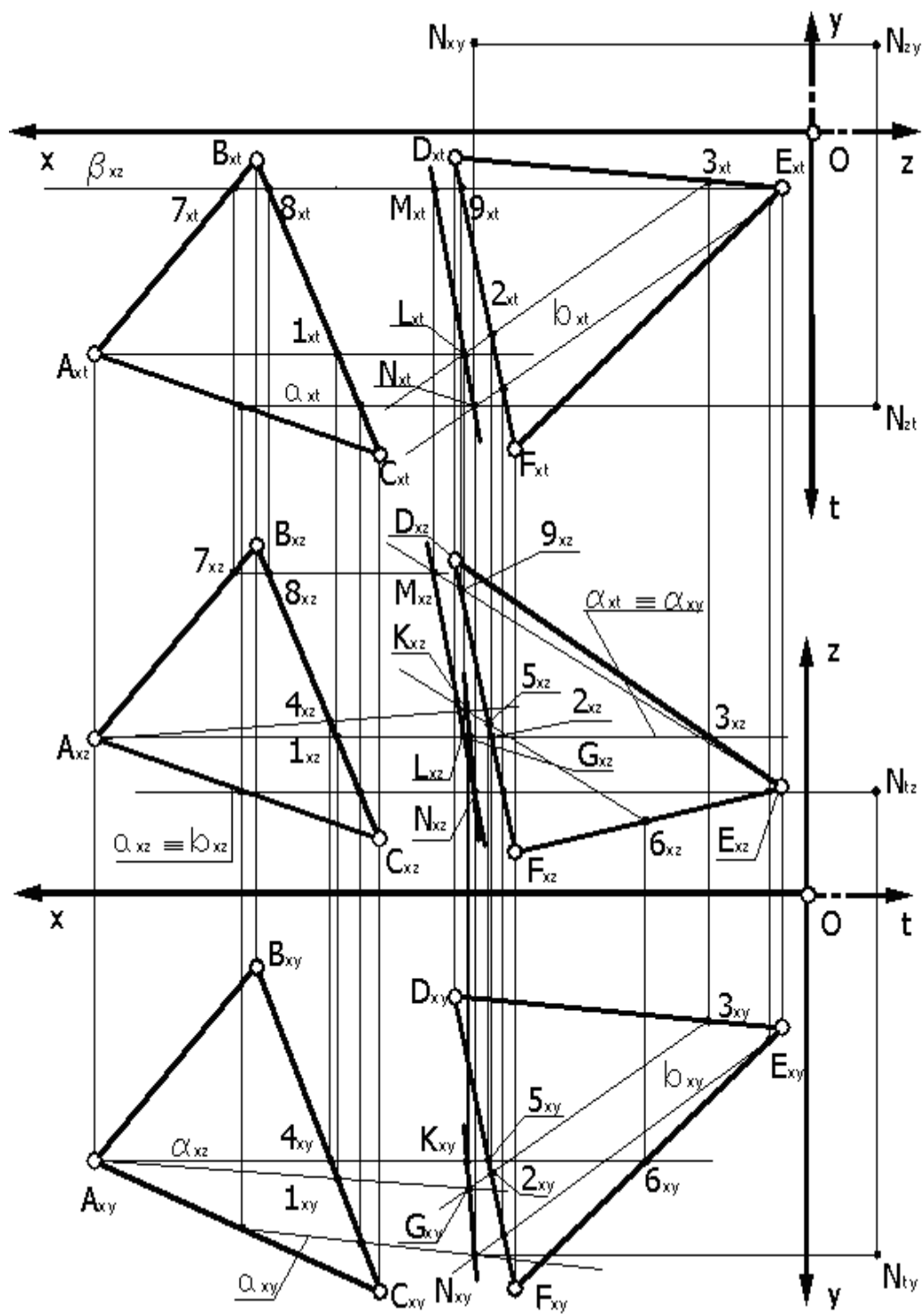


Рис.1. Перетин двох 2 – площин 4 – простору

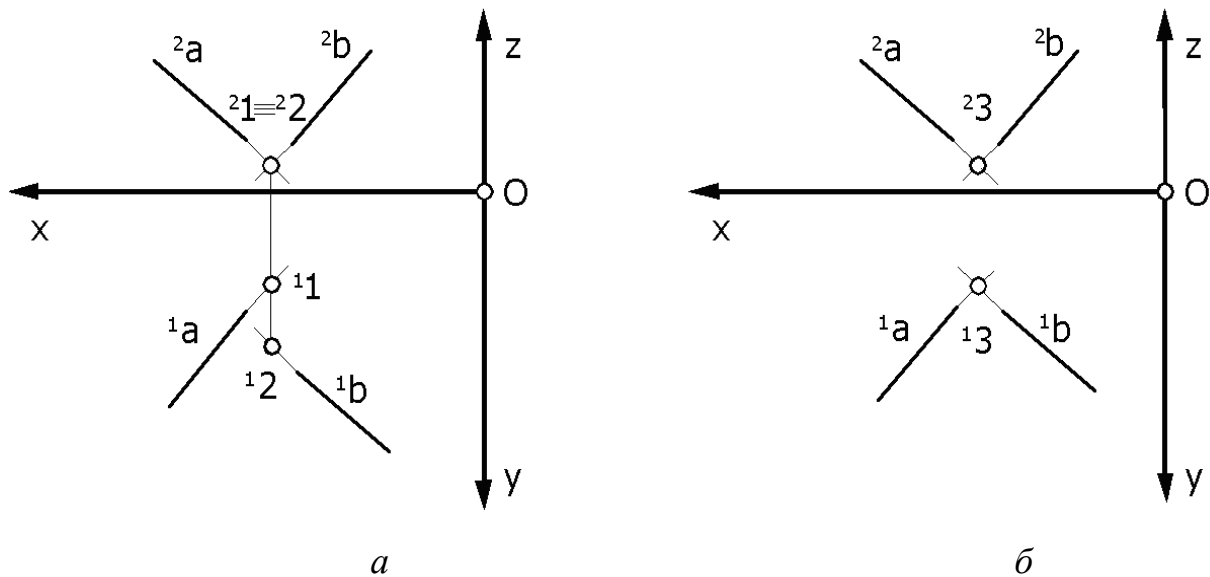


Рис.2. Перетин двох прямих тривимірного простору

Визначимо тепер проекції лінії перетину проекцій трикутників у тривимірному підпросторі Oxz , ортогональному до підпростору $Oxyz$. Використаємо також дві двовимірні площини – посередники: α_{xt} , паралельну координатній площині Oxt цього підпростору, і β_{xz} , паралельну координатній площині Oxz . Проекція $L_{xz}M_{xz}$ лінії перетину у тривимірному підпросторі Oxz визначена у двовимірних координатних площинах Oxz та Oxt відрізками прямих відповідно $L_{xz}M_{xz}$ і $L_{xt}M_{xt}$.

Спільним підпростором для двох ортогонально розташованих тривимірних підпросторів $Oxyz$ та Oxz є двовимірний підпростір – двовимірна координатна площина Oxz чотиривимірного простору $Oxyz$. У цій площині одержуємо точку перетину N_{xz} , що являє одну з проекцій точки перетину N заданих трикутниками ABC і DEF площин.

Проекції N_{xy} та N_{xt} точки N перетину двох площин знаходимо за їх належністю лініям перетину відповідно $G_{xyz}K_{xyz}$ та $L_{xz}M_{xz}$ у тривимірних ортогонально розташованих підпросторах відповідно $Oxyz$ та Oxz . Виконуємо перевірку належності точки N одночасно двом площинам трикутників.

Положення точки перетину N можна знайти також, побудувавши дві її проекції перетину двох площин в кожному з двох тривимірних підпросторів. Якщо ці проекції згідно рис. 2, б знаходяться на одній лінії проекційного зв'язку, тоді точка належить двом площинам трикутників, що перетинаються.

Використаний у даній задачі епюр з усіма площинами проекцій дозволяє аналізувати одержаний багатовид перетину багатовидів чотиривимірного простору, в даному випадку 0 – багатовид, на цих

двовимірних площинах чотиривимірного простору : N_{xy} , N_{xz} , N_{xt} , N_{yz} , N_{ty} , N_{zt} з можливістю комп'ютерної візуалізації.

Розглянемо тепер перетин двох багатovidів чотиривимірного простору, результатом якого являє 1 – багатovid, чотирипросторова крива лінія. Для зменшення побудов із залученням комп'ютерних засобів системи AutoCAD обмежимося розглядом перетину двох лінійних підпросторів по прямій лінії (рис.3).

У чотиривимірному просторі такими підпросторами, як вказувалось вище, являють три – і двовимірні площини. В якості останніх приймемо гіперплощину $ABCD$ і двовимірну площину, задану трикутником EFG . Для розв'язування задачі визначимо спочатку можливість застосування багатovidів – посередників.

Для знаходження одної з точок (0 – багатovid, $r_T = 0$) відрізка прямої знайдемо вимірність багатovidу – посередника r_{BP} :

$$r_T = r_{TA} + r_{ДП} + r_{BP} - n(k - 1) = 0, \quad (2)$$

де $r_{TP} = 3$, $r_{ДП} = 2$ – розмірності три – і двовимірних площин;

$k = 3$ – кількість багатovidів, що перетинаються.

З рівняння (2.37) одержуємо вимірність $r_{BP} = 3$.

Приймемо в якості багатovidу – посередника перетину двох лінійних підпросторів тривимірну площину. Перетнемо обидва лінійних підпростори тривимірною площиною рівня зі слідом t_1 , яка паралельна тривимірному підпросторові $Oxyz$. Ця площина зображена аксонометричною проекцією на рис.4, а.

Зазначимо, що на епюрі Радищева гіперплощина визначена одним слідом t_1 (рис 4, б), тоді як на епюрі з усіма площинами проекцій присутні усі три сліди, паралельні осям Ox , Oy , Oz тривимірного підпростору (рис.4, в).

Гіперплощина – посередник t_1 визначає пряму 12 перетину з трикутником EFG і площину – трикутник 345 перетину з гіперплощиною $ABCD$.

У тривимірному підпросторі площини t_1 , паралельному підпросторові $Oxyz$, проведемо через пряму 12 двовимірну проекціюючу площину – посередник α_y , перпендикулярну до площини Oxy .

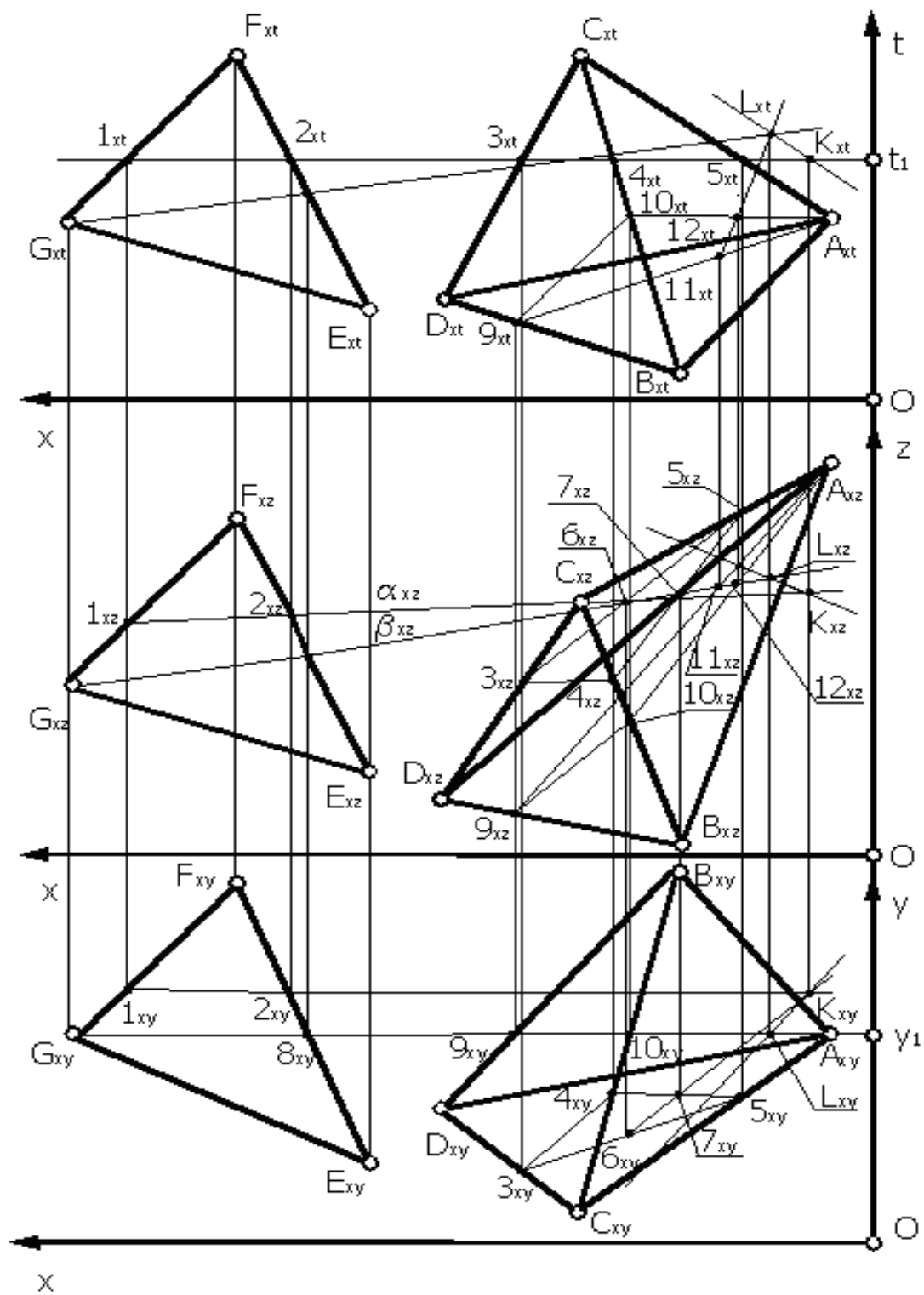


Рис. 3. Перетин лінійних підпросторів 4 – простору – три двовимірні площини проєкцій

Результат перетину площини α_y і площини трикутника 345 і, отже, трьох лінійних підпросторів являє точка K . Для одержання точки L , яка належить відрізкові LK прямої лінії перетину двох лінійних підпросторів, побудови повторюємо. На рис.3 використані тривимірні площини –

посередник u_1 , паралельна підпросторові $Oxzt$, і двовимірною проекціююча площина α_T , перпендикулярна до площини Oxt чотиривимірного простору.

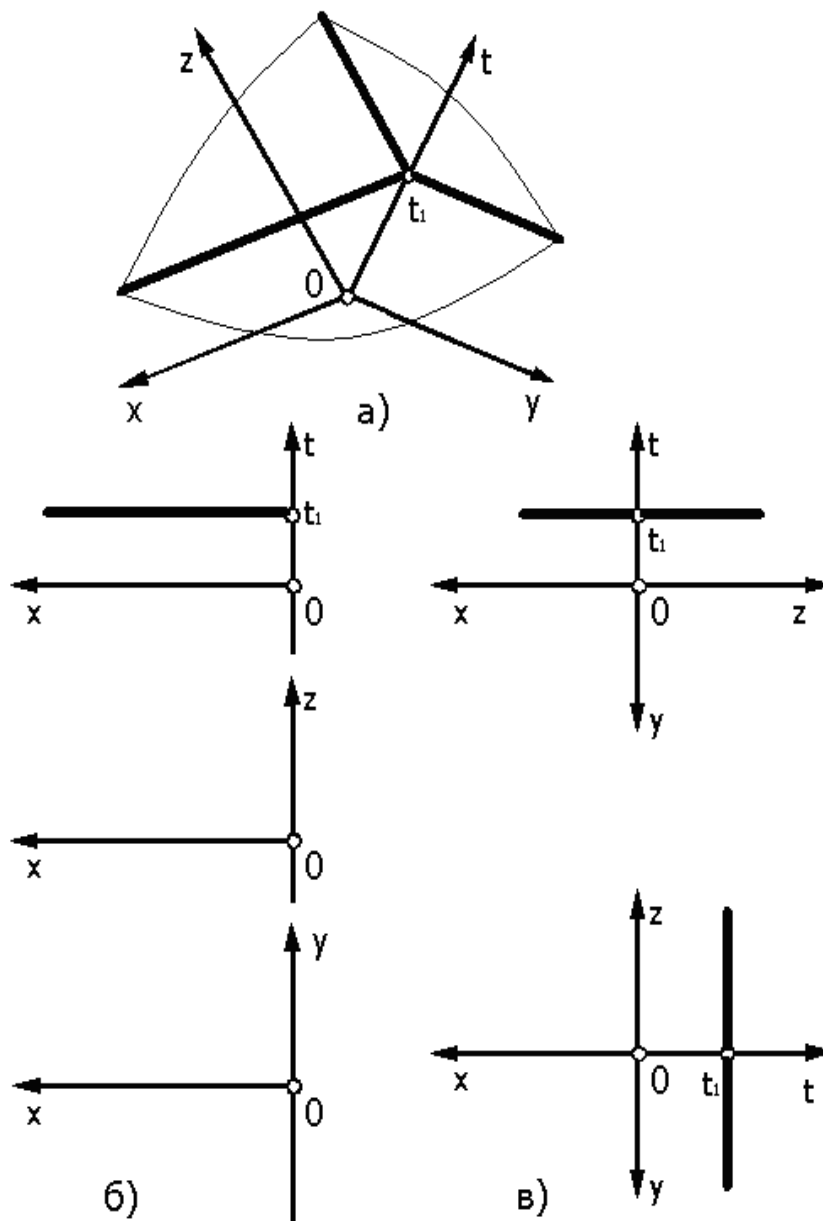


Рис.4. Аксонометричне та проекційні зображення лінійного тривимірного підпростору $t = t_1$

Порівнюючи проведені побудови, зазначимо можливість аналізу усіх проєкцій лінії перетину при наявності також усіх слідів Σ – площини – посередника. Наприклад, для площини t_1 маємо сліди $t_1 K_{xt} \parallel OX$, $t_1 K_{zt} \parallel OZ$ і $t_1 K_{ty} \parallel OY$.

Теоретичні положення щодо графічної візуалізації кривих ліній багатовимірного евклідового простору обґрунтовані їх практичним

використанням як основи комп'ютерної візуалізації фазового простору багатопараметричної технічної системи на рис. 5 у три – і двовимірні площини проєкцій та ефективності пожежного підрозділу на рис. 6.

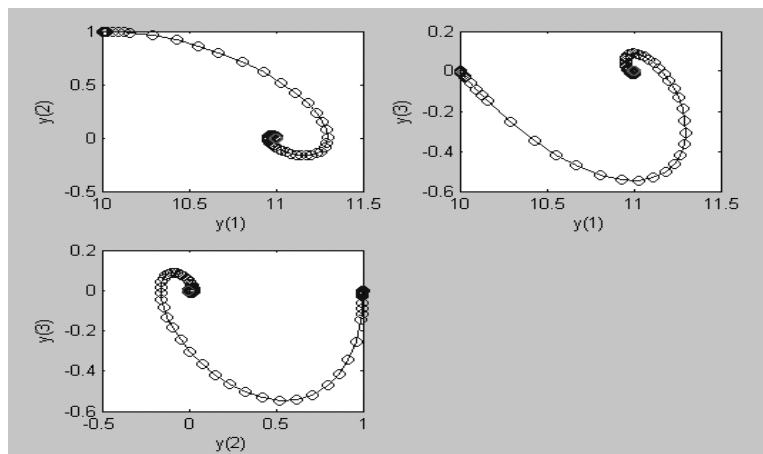
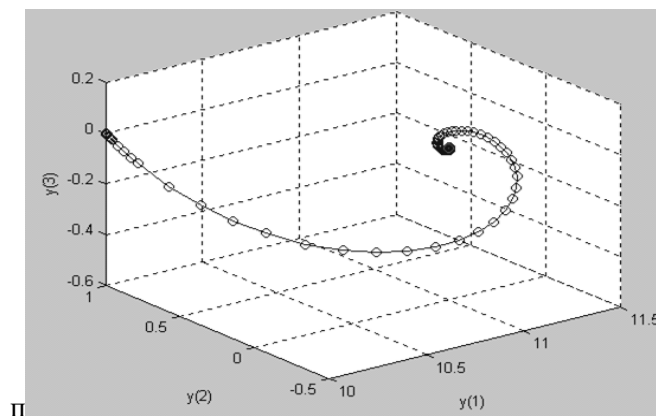


Рис. 5. Проекції траєкторії у три – і двовимірні фазові площини

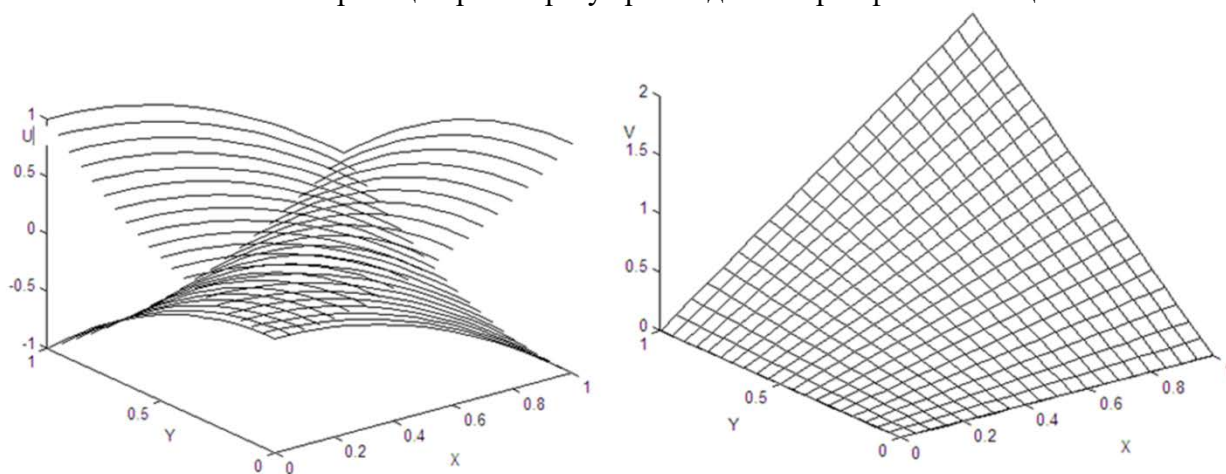


Рис. 6. Проекції ефективності пожежного підрозділу

Висновки. Як бачимо, при формуванні геометричної моделі досліджуваного об'єкта доцільно обирати число допущень, які дозволяють визначити вимірність охоплюючого евклідового простору, на основі аналізу засобів проєкційних зображень котрого обрати їх раціональне число для комп'ютерної візуалізації.

Література

1. Прикладна геометрія та інженерна графіка / [Ковальов С.М., Гумен М.С. та ін.]. Луцьк: ЛДТУ, 2006. С. 58–79.
2. *Gumen O., Spodyniuk N., Ulewicz M., Martyn Y.* Research of thermal processes in industrial premises with energy-saving technologies of heating. *Diagnostics*. 2017. №18(2). P. 43–49.
3. *Гумен О.М., Сподинок Н.А., Ляковська С.Є., Мартин Є.В.* Інформаційні графічні засоби подання простору температурного поля промислових будівель. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2017. №3(62). Т.2. С. 269–273.
4. *Ванін В.В., Гумен О.М.* Деякі аспекти застосування засобів геометричного моделювання у проєктивному просторі. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2011. Вип. 87. С. 90–93.
5. *Гумен О.М., Ляковська С.Є., Мартин Є.В.* Багатовимірна геометрія у прикладних задачах. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2016. Вип. 3 (58). С. 497–500.
6. *Ratushnyi R.T., Tryhuba A.M., Khmel P., Martyn Ye.V., Prydatko O.V.* Substantiating the effectiveness of projects for the construction of dual systems of fire suppression. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. S. 46–53.
7. *Гумен О.М., Ляковська С.Є., Мартин Є.В.* Достатність проєкційних зображень l – багатовидів n – просторів стану технічних систем. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2018. №1. С. 58–67.

References

1. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika* / [Kovalov S.M., Gumen M.S. ta in.]. Lutsk: LDTU, 2006. S. 58–79. {in Ukrainian}
2. *Gumen O., Spodyniuk N., Ulewicz M., Martyn Y.* Research of thermal processes in industrial premises with energy-saving technologies of heating. *Diagnostics*. 2017. №18(2). P. 43–49. {in English}
3. *Vanin V.V., Gumen O.M.* Deiaki aspekty zastosuvannia zasobiv heometrychnoho modeliuvannia u proektyvnomu prostori. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. 2011. Vyp. 87. S. 90–93. {in Ukrainian}
4. *Gumen O.M., Spodyniuk N.A., Liaskovska S.Ie., Martyn Ye.V.* Informatsiini hrafichni zasoby podannia prostoru temperaturnoho polia

promyslovykh budivel. *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. 2017. №3(62). T.2. S. 269–273. {in Ukrainian}

5. *Gumen O.M., Liaskovska S.Y., Martyn Y.V.* Bahatovymirna heometriia u prykladnykh zadachakh. *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. 2016. Vyp. 3 (58). S. 497–500. {in Ukrainian}

6. *Ratushnyi R.T., Tryhuba A.M., Khmel P., Martyn Ye.V., Prydatko O.V.* Substantiating the effectiveness of projects for the construction of dual systems of fire suppression. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. S. 46–53. {in English}

7. *Gumen O.M., Liaskovska S.Ie., Martyn Ye.V.* Dostatnist proektsiinykh zobrazhen l – bahatovydiv n – prostoriv stanu tekhnichnykh system. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання*. 2018. №1. S. 58–67. {in Ukrainian}

Doctor of Technical Sciences, Professor **Olena Gumen**,
gumens@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3992-895X

National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

Doctor of Philosophy, Associate Professor **Solomiia Liaskovska**,
solomiam@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0822-0951

Lviv Polytechnic University

Doctor of Technical Sciences, Professor **Yevhen Martyn**,
evmartun@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9095-7057

Lviv State University of Life Safety

PhD student **Ganna Smakovska**,

anna-07@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3900-4431

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky
Kyiv Polytechnic Institute»

GRAPHIC INFORMATION TECHNOLOGIES IN THE VISUALIZATION OF MANIFOLDS FOR TECHNICAL SYSTEM STATE SPACES

The study of objects, processes and phenomena of various origins and purposes involves computer visualization of the obtained results with the involvement of graphic means. Most applications are implemented by dependencies in a two-dimensional coordinate system, but with measurements of many significant parameters. The geometric interpretation of the results in the multidimensional state space allows both to justify the choice of the required number of mutually independent parameters for the formation of a multispace curve line as a graph of the transition process, and to obtain additional dependencies between variable parameters that are difficult to experimentally investigate. In four-dimensional space, three curves as dependencies between four parameters serve as guides for three-dimensional cylinders, the mutual intersection of which forms a four-space curved line as a process graph. By

reverse projection into the remaining three two-dimensional planes, we obtain three more additional dependencies between the four parameters. Other types of interrelationships of parameters require additional research.

The involvement of graphic computer technologies provides an opportunity to take into account a large number of process parameters of systems of various origins. The results of experimental studies of processes in systems are given, in particular, by equations, the parameters of which belong to subspaces of different dimensions of the multidimensional Euclidean space covering the current state of the system. Considering that a multi-space curved line serves as a process graph in general, a scientific investigation regarding the geometric interpretation of its formation, taking into account the dependencies of an arbitrary number of parameters that form a multi-space curved line as a process graph, deserves attention. When forming a geometric model of the object under study, it is rational to choose the number of assumptions that allow you to determine the dimensionality of the encompassing Euclidean space for computer visualization.

The purpose of the article is to substantiate by geometrical means algorithms for the formation of multi-spatial curved lines as models of processes in systems of various purposes.

Keywords: graphic information technologies; shaping; manifolds; multidimensional spaces.