УДК 514.18
DOI: 10.32347/0131-579x.2022.103.162-174

к. т. н., доцент **Павленко О.М.**
alexander8944@gmail.com, ORCID: 000-0002-8646-2622
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ КОМПОЗИЦІЙНОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ З ТРАДИЦІЙНИМИ МЕТОДАМИ

Мелітопольська школа прикладної геометрії імені Володимира Найдиша

Композиційний метод інтерполяції здійснюється одно-, дво- та трипараметричними точковими поліномами. У цій статті здійснюється порівняльний аналіз лише однопараметричних точкових поліномів з традиційними методами інтерполяції. Наголошується, що рівняння композиційної кривої (точкового поліному) складається відносно базисних точок вихідної дискретно поданої кривої. Навколо рівняння точкового поліному можна обрати одну систему координат із безлічі можливих, у яких використовується паралельне проектування. Обрана система координат необхідна для проведення, за рівнянням точкового поліному, обчислень у координатній формі.

У порівнянні з композиційною інтерполяцією точковими поліномами розглянуто кубічний сплайни не нормалізовані та нормалізовані. Здійснено аналіз кривих Безьє щодо можливості їхнього застосування для утворення моделей з використанням великих даних. Показано універсальність В-сплайнів та їх можливість знижувати степінь по відношенню до кількості точок визначального многокутника. Розглянуто раціональні В-сплайни та нерівномірні раціональні В-сплайни (NURBS). Дійшли висновку, що наразі нічого ліпшого людство не винайшло для системи автоматизованого проектування і виробництва, ніж NURBS-криві. Однак, для моделей з великими даними кращими, ніж NURBS-криві, є точкові поліноми, за допомогою яких створюються одно-, дво- та трипараметричні композиційні геометричні об'єкти. Точкові поліноми одним рівнянням, без сегментування в аналітичній формі описують геометричні об'єкти довільної форми, за наперед визначеними умовами, які композиційно інтерполюють геть усі вузли інтерполяції вихідного дискретно поданого геометричного об'єкту. При цьому, функціональний базис - характеристичні функції точкових поліномів утворюються шляхом параметризації каркасу точок вихідного дискретного об'єкту, тобто враховуються усі його геометричні особливості. Надано приклади порівняння графіків традиційних поліномів кубічного сплайну та В-сплайну з графіком точкового поліному, проведено їх аналіз та надано пояснення щодо цих графіків.

Ключові слова: точковий поліном; кубічний сплайну; В-сплайн; функціональні базиси; характеристичні функції.

Постановка проблеми. Наразі усі існуючі методи інтерполяції застосовують функціональні базиси, які є безвідносними щодо геометричного об'єкту, що підлягає інтерполяції і, які існують окремо як математичні об'єкти та не враховують геометричні особливості цього геометричного об'єкту. Або іншими словами: функціональний базис як математичний об'єкт і геометрія дискретного об'єкту, що підлягає інтерполяції існують окремо один від одного. Між ними встановлюється зв'язок лише під час здійснення операції інтерполяції. Таке викликає певні вади у здобутих інтерполянтів.

Ще інше, існуючі методи інтерполяції є алгебраїчними і це викликає обмеження щодо кількості точок вихідного геометричного об'єкта через великі розміри матриць, якими доводиться оперувати.

Для зменшення розмірів алгебраїчних матриць застосовується сегментування вихідного дискретного геометричного об'єкту з подальшою сплайн-інтерполяцією.

Отже, наразі існує дві проблеми інтерполяції у прикладній геометрії. Перша – необхідність зв'язування функцій базису з геометричними особливостями вихідного дискретно поданого геометричного об'єкта; друга – обмежена кількість точок геометричного об'єкту, яку можна інтерполювати одним інтерполянтом.

На нашу думку, зі створенням NURBS-технологій, алгебраїчні методи інтерполяції вичерпали себе. Отже, виникла проблема створення нових методів інтерполяції, які не є алгебраїчними. Саме таким є створюваний нами метод композиційної інтерполяції, у якому взагалі є відсутніми операції складання і розв'язування систем лінійних рівнянь. Композиційний метод ґрунтується на аналітично формалізованому геометричну способі інтерполяції. З його використанням розв'язуються обидві, сформульовані вище, проблеми інтерполяції. Тобто функціональний базис точкового поліному - характеристичні функції не є безвідносними щодо вихідного дискретно поданого геометричного об'єкту, а утворюються шляхом параметризації точкового каркасу цього геометричного об'єкту, враховуючи усі його геометричні особливості. При цьому, для кожної точки цього геометричного об'єкта створюється своя окрема характеристична функція, і у виразах точкових поліномів ці характеристичні функції ніяким чином не зв'язані поміж собою, а записані окремо кожна від решти інших, що є важливим для варіації знижень.

І друга проблема щодо кількості точок інтерполяції. Композиційний метод інтерполяції з використанням точкових поліномів з математичної точки зору немає жодних обмежень щодо кількості інтерпольованих ними точок. Їх множина може бути нескінченною але фінітною, кількість яких обмежується лише можливостями обчислювальної техніки і здоровим глуздом. Царина застосування композиційної геометрії - це створення моделей на основі великих даних, які не зачіпають область застосування NURBS-кривих.

Формулювання цілей статті. Здійснити аналіз поширених у застосуванні методів інтерполяції щодо їхніх переваг та недоліків, порівняти їх із композиційною інтерполяцією і визначити сферу застосування створюваної композиційної інтерполяції.

Аналіз останніх досліджень. Методи композиційної інтерполяції досліджуються у Мелітопольській школі прикладної геометрії при Мелітопольському державному педагогічному університеті імені Богдана Хмельницького [1], [2], [3], [4]. Наразі розроблено теорію композиційних матриць, способи утворення характеристичних функцій для однопараметричних, двопараметричних та трипараметричних точкових поліномів. На основі точкових поліномів розроблено методи утворення обчислювальних (координатних) матриць і побудова проекцій на осі точкових поліномів для координатного трипростору та n-простору параметрів. З використанням проекцій композиційних геометричних об'єктів на координатній осі, теоретично обґрунтовано і розроблено способи утворення їхніх проекцій на площину проекцій, на простори, на гіперпростори n-простору параметрів. Розроблено способи утворення гармонізованих точкових поліномів, застосування яких спрощує утворення паралельних проекцій.

Однак, ніде ще не публікувався матеріал досліджень щодо аналізу композиційної інтерполяції у порівнянні з існуючими методами інтерполяції. Тому дослідження щодо визначення сфери застосування компоінтерполяції, її переваги і недоліки у порівнянні з існуючими алгебраїчними методами є актуальними, а публікація, з описом цієї проблеми, є необхідною.

Основна частина. Крива лінія може бути поданою дискретно як упорядкована сукупність точок, так і аналітично, у вигляді рівняння поточної точки. Решту інших способів її подання - виключаємо із розгляду. Серед переваг аналітичного подання є простота обчислення поточної точки, нахилу кривої та її радіусу кривизни. Дискретне подання потребує для цього застосовувати метод інтерполяції та числового диференціювання, які є достатньо неточними через те, що, у загальному випадку, результат не належить кривій, а є умовно наближеним до неї.

Серед недоліків аналітичного подання є обмежена кількість точок, через які можна провести криву. Через це для аналітичного подання кривих застосовується поділення їх на сегменти, для кожного з яких здійснюється розв'язання системи лінійних рівнянь відносно коефіцієнтів. При цьому, в системах розміром більших, ніж 10x10, під час проведення обчислень виникають похибки, які геть спотворюють результат інтерполяції.

Дискретне подання є складним для здійснення перетворень. Композиційний метод геометричного моделювання поєднує переваги дискретної інтерполяції щодо значної фінітної кількості точок кривої з вигодами аналітичних кривих щодо можливостей проведення їхнього аналізу.

І аналітичні, і дискретні криві є віднесеними до якоїсь системи координат.

Композиційні криві задаються лише у параметричні формі, тобто вони завжди є безвідносними щодо вихідної системи координат. Точкові рівняння будь-яких композиційних об'єктів, зокрема і кривих ліній, утворюються відносно базисних точок, за допомогою яких ці композиційні об'єкти дискретно подаються. Однак, відносно уже утвореної композиційної кривої завжди треба обрати якусь одну систему координат, з метою переходу від точкової форми компокривої до сукупності координатних рівнянь, за використання яких здійснюється необхідні обчислення у відповідності до алгоритму, на який вказує вихідна точкова форма цієї композиційної кривої.

Система координат, що обирається відносно композиційного об'єкту, може бути чи то декартовою, чи то афінною, чи то якоюсь іншою. Основною вимогою щодо обраної системи координат є здійснення у ній паралельного проектування. Навколо композиційної кривої можна обирати незлічену кількість систем координат, при цьому, у кожній з цих систем координат будуть свої координати її базисних точок, однак, результат обчислення розв'язку завжди буде один і той самий у будь-якій із обраних систем координат.

Отже, композиційні геометричні об'єкти є безвідносними щодо фінітної множини систем координат, серед яких обирається будь-яка одна з метою здійснення обчислень у відповідності до точкової форми композиційної кривої.

Однією із переваг параметричної форми композиційних кривих є можливість представляти замкнуті та многозначні криві.

Все тут сказане щодо плоских кривих стосується і просторових кривих, які можна здобути шляхом обцифровування фізичної моделі або її креслениka з подальшим підбором аналітичної кривої, здатної пройти через усі вихідні точки або з найменшим відхиленням від них за обраним критерієм.

Другий підхід полягає в тому, що утворюється математичний опис кривої без знання її форми, до якого можна відносити криві Безьє та їх узагальнення до B-сплайнів.

Розглянемо найпоширеніші методи сплайн-інтерполяції у порівнянні з композиційною інтерполяцією.

Кубічні сплайми - це такі, що застосовують сегменти з поліномів третього степеня і мають ряд переваг:

1) не потребують значних обчислювальних ресурсів;
2) відсутні неконтрольовані числові відхилення від вихідної дискретно поданої кривої, які притаманні для поліномів високого степеня

3) є кривою найменшого степеня, що може мати вигин у просторі та одночасно має лише одну точку перегину.

Вагові функції кубічних сплайнів обчислюються із чотирьох кінцевих умов - двох кінцевих векторів сегменту та похідних по параметру t у його кінцевих точках.

На наш погляд вадами кубічних сплайнів є таке:

1) застосовані вагові функції є функціями Ерміта на інтервалі $0 \leq t \leq 1$, які існують відвернуто від геометричних особливостей вихідної дискретної кривої, тобто для усіх кривих, до яких застосовують кубічний, сплайн вони є однаковими і їх вирази не випливають з особливостей вихідної кривої
2) необхідність проведення кубічного сплайну через усі точки вихідної кривої призводить до появи значної кількості його сегментів. Обчислення великої кількості постійних коефіцієнтів B_i для цих сегментів викликає певні труднощі, які обмежують застосування кубічних слайнвв для обробки великих даних.

Все сказане щодо ненормалізованих кубічних сплайнів стосується і нормалізованих, різниця між якими полягає у визначенні інтервалу для поточного параметру $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ – для не нормалізованих, і уніфікований інтервал $0 \leq t \leq 1$ – для нормалізованих. Уніфікація інтервалу спрощує записи базисних функцій Ерміта і обчислення нормалізованих кубічних сплайнів. Як у не нормалізованих, так і нормалізованих кубічних сплайнах вагові функції Ерміта є штучно створеними і являють собою інваріанти для усіх вихідних дискретно поданих кривих, тобто є безвідносними щодо особливостей їхньої геометрії.

Крім того, для великих даних застосування кубічних сплайнів має певні обмеження щодо кількості вихідних точок через великі розміри матриці для обчислення дотичних у проміжних точках. Коли розміри матриці дотичних стають занадто великими, у процесу обчислень знижується точність та збільшується, до не раціональності, ресурсовитратність.

За тих же самих недоліків що і у кубічних сплайнів для моделювання великих даних не можуть бути застосованим і методи параболічної інтерполяції.

Криві Безьє задють визначальними многокутниками, при цьому, форма кривої повторює образ цього многокутника, знаходячись всередині його опуклої частини і проходить лише крайні точки. Вектори дотичних на кінцях кривої за своїм напрямом збігаються з першим і останнім ребрами вихідного многокутника. Функціональний базис кривої Безьє є бернштейнівським, тобто, на нашу думку, він є безвідносним щодо геометрії вихідної дискретно поданої кривої і через це не враховує взаємне розташування її точок, а є відвернутим щодо цієї кривої та являють собою інваріант запису для усіх кривих Безьє.

Матрична форма запису кривих Безьє така сама, як і у кубічних сплайнів: $P(t) = [T][N][G] = [F][G]$. Кожна з базисних функцій $I(t)$ розкладається на базис Бернштейна - $[T]$і матрицю цілих чисел - $[N]$, яка утворюється після згрупування коефіцієнтів вагових функцій - $[F_i(t)]$. У кривій Безьє базисні функції $I_{n,i}(t)$ виконують роль вагових функцій $F_i(t)$ через це їх матриці є однаковими, тобто $\left[I_{n,i}(t)\right] = [F_i(t)]$.

Головною відмінністю композиційних кривих - точкових поліномів від кривих Безьє є те, що криві Безьє проходять лише через першу і останню точки визначального многокутника, при цьому криві Безьє знаходяться всередині цього многокутника; а точкові поліноми проходять через усі точки супровідної ламаної лінії і, при цьому, крива точкового поліному проходить зовні супровідної ламаної лінії.

Другою відмінністю між ними є те, що базисні функції $I_{n,i}(t)$ кривих Безьє є іншими інваріантами, тобто є безвідносними щодо них, і через це криві Безьє лише опосередковано, через вершини визначеного многокутника, враховують геометричні дані вихідної дискретно поданої кривої. І навпаки - характеристичні функції точкових поліномів утворюються шляхом параметризації супровідної ламаної лінії вихідної дискретно поданої кривої з урахуванням взаємного розташування її вершин.

Для обробки великих даних, що відображають якісь процеси, необхідно проходження інтерполянта через усі точки вихідної дискретно поданої кривої. Через те, що у кривих Безьє цього не відбувається, то вони не можуть застосовуватись у процесі моделювання великих даних.

Вигляд будь-якої кривої, що задана вершинами многокутника, є залежним від застосованого способу інтерполяції або апроксимації, які встановлюють аналітично її зв'язок з вершинами вихідного многокутника. Основою процесу встановлення такого зв'язку є обрання базисних функцій. Функціональний базис Бернштейна породжує усі розглянуті вище криві. Однак, цей функціональний базис має дві властивості, які обмежують гнучкість кривої, утвореної з його використанням:

1) кількість вершин визначального многокутника однозначно встановлює степінь інтерполянта;
2) у функціонального базису Бернштейна значення базисних функцій не є нульовим в цілому, а це означає, що всі вихідні точки впливають на визначення поточної точки, тобто локальний вплив на криву не є можливим.

У B-сплайнів є можливість утворення неглобальних базисів, які включають функціональний базис Бернштейна як частинний випадок. Так у B-сплайнів відбувається через те, що з кожною вершиною визначального многокутника зв'язана своя окрема базисна функція, яка визначається рекурсивним формулами Кокса-де Бура. Ці формули є аналітичними штучноутвореними, і через це не враховують геометрію вихідної кривої.

В-сплайн також не проходить через вершини визначального многокутника. А це не співпадає з вимогами до інтерполянта у композиційному геометричному моделюванні.

Через це В-сплайни, на наш погляд, не можуть ефективно застосовуватися у процесі моделювання великих даних.

Раціональні В-сплайни - це єдине з найточніший математичних представлень, яке охоплює усі аналітичні форми, тобто прямі, площини, конічні перерізи, криві довільної форми, поверхні тощо.

Нерівномірні раціональні В-сплайни покладено в основу стандарту IGES - це стандарт обміну проектною інформацією між системами машинного проектування, а також між системами проектування і системами автоматизованого виробництва.

Основу базисних функцій раціонального В-сплайну складають рекурсивні форми Кокса-де Бура, які є аналітичними штучно створеними і через це не враховують геометричну інформацію вихідної дискретно поданої кривої. Однак, це не заважає NURBS-кривим описувати її геометрію.

Базисні функції $R_{i,k}(t)$ раціонального В-сплайну мають вигляд

$$R_{i,k}(t) = \frac{h_i N_{i,k}(t)}{\sum_{i=1}^{n+1} h_i N_{i,k}(t)},$$

у результаті запис самого В-сплайну виглядатиме:

$$P(t) = \sum_{i=1}^{n+1} B_i R_{i,k}(t),$$

де B_i – вершини визначального многокутника у трипросторі,

h_i- довільний коефіцієнт $h_i \geq 0$.

Якщо узяти $h_1 = 1,$ то $R_{i,k}(t) = N_{i,k}(t),$ тобто раціональний В-сплайн перетвориться у нераціональний. З цього випливає що базис нераціонального В-сплайну є частинним випадком раціонального. Крім того, можна побачити що відкритий раціональний В-сплайн з порядком, який дорівнює кількості вершин визначального многокутника, являє собою раціональну криву Безьє, а у випадку, коли $h_1 = 1$, раціональна крива Безьє перетворюються у нераціональну.

Таким чином, NURBS-криві є найзагальнішими випадком розглянутих сплайнів. І наразі нічого кращого людство не винайшло для систем автоматизованого проектування і виробництва різного роду технічних форм та об'єктів естетичного характеру. Враховуючи це, точкові поліноми, які, ні у якому разі, не претендують на місце у царинах, де володарюють NURBS-криві. Однак, В-сплайни, на нашу думку, не можуть ефективно застосовуватися у моделюванні об'єктів з великими базами даних. Тому, що їх застосування призводить до утворення великої кількості сегментів змодельованого геометричного об'єкту. Крім того, знижує якісні показники моделі, створеної на основі В-сплайнів те, що їх функціональний базис не враховує геометрію вихідної дискретно поданої кривої, а сама NURBS-крива не проходить через вершини визначального многокутника.

Враховуючи усе сказане, актуальною є проблема створення у трипросторі інтерполяційних геометричних об'єктів, тобто кривих, поверхонь, геометричних тіл за наперед визначеними дискретно поданими точками. При цьому, інтервал має бути несегментованим, неперервним, аналітично поданим у параметричній формі та й проходити через усі вихідні вузли інтерполяції. Усім цим умовам і вимогам відповідають композиційні криві у вигляді одно-, дво- та трипараметричних точкових поліномів. Функціональним базисом усіх точкових поліном є характеристичні функції, які утворюються шляхом параметризації відповідного вихідного дискретного поданого геометричного об'єкту. Тобто цей функціональний базис враховує вихідні геометричні умови об'єкту, який підлягає інтерполяції.

Безумовно, на точкових поліномах, як і у решти інших, можуть виникати точки перегину. Однак, через те, що функціональний базис точкових поліномів створюється на основі параметризації вихідної дискретно поданої кривої, тобто з урахуванням її геометричних особливостей, то поява точок перегину на ньому не викликає значних числових відхилень інтерполянта від вихідного дискретно поданого геометричного об'єкту, тобто таких відхилень, які створювали б його форму. Крім того, створення моделей з використанням великих даних, потребує відображення тренду процесу, і тому наявність на геометричних трендових об'єктах точок перегину не є суттєвим. Головне при цьому, щоб поява точок перегину не спотворювала форму кривої через великі амплітуди на її графіку, яка аналітично описує перебіг процесу.

На наш погляд, на традиційних поліномах високих степенів виникають великі амплітуди коливань відносно вихідної кривої, яку ці поліноми інтерполюють, через те, що у них застосовуються функціональні базиси, які існують самі по собі як окремі математичні об'єкти і які ніяким чином не враховують геометричні особливості вихідної дискретно поданої кривої. На рис. 1, рис. 2 показано графіки різних способів інтерполяції.

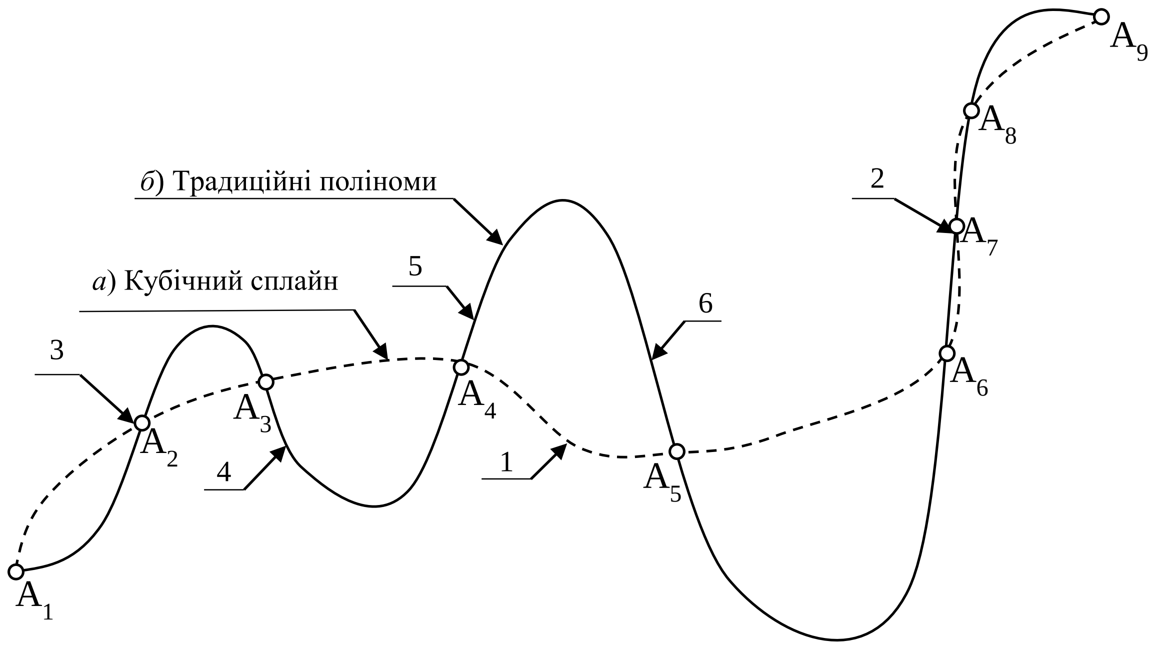

Рис. 1. Приклади порівняння графіків щодо способів інтерполяції:
а) кубічні сплайни; б) Традиційна поліноміальна інтерполяція

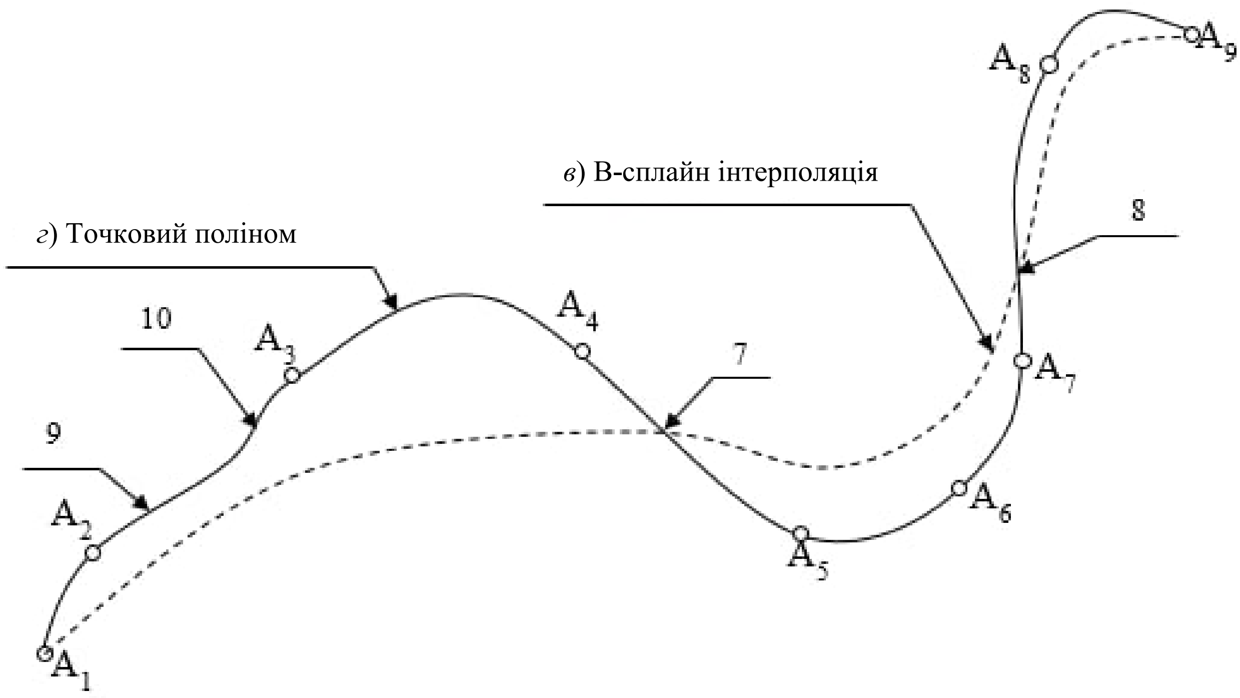

Рис.2. Приклади порівняння графіків щодо способів інтерполяції:
в) B-сплайн інтерполяція; *г*) точковий поліном – композиційна інтерполяція

Об'єднання шляхом інтерполяції, нез'єднаних між собою, функціонального базису і геометричної інформації вихідної кривої і призводить до виникнення точок перегину і великих амплітуд традиційних поліномів відносно вихідних даних. І, навпаки, у точкових в поліномів характеристичні функції як їх функціональний базис і геометричні особливості вихідної кривої знаходяться у повній злагоді, тому у точкового поліному точки перегину, у разі їхньої появи, не викликають його коливань з великими амплітуди і тим самим не спотворюються криву процесу, який описується цим точковим поліномом.

Повернемось до графіків на рис. 1, рис. 2, на яких представлено, у порівнянні, графіки різних способів інтерполяції. У задумі автора було усі способи інтерполяції зобразити на одному рисунку. Але один, з метою інтерполяційного розвантаження його, розподіллено на два рисунки, на яких виконано креслення однакових дискретно поданих кривих, які задані одними і тими ж дев'ятьма точками $A_i, i = \overline{1,9}$.

Як бачимо на рис. 1, точка перегину 1 та 2 є природними, тобто такими, що вимагає форма дискретно поданої кривої, а точки перегину 3, 4, 5, 6 є неконтрольованими, тобто такими, що виникли у результаті інтерполяції традиційними поліномами. Точка перегину 1 належить лише кубічному сплайну, точка перегину 2 - і кубічному сплайну, і традиційним поліномам. Решта неконтрольованих точок перегину належить лише традиційним поліномам. На рис. 2 точки перетину 7, 8 є природними, тобто такими, які вимагає форма кривої. Як бачимо, обидві вони належать і В-сплайнам, і точковому поліному одночасно. Крім того, на точковому поліномі ще є дві неконтрольовані точки перегину 9 та 10, які утворюють його коливання.

Однак, при цьому, амплітуда цього коливання є незначною, такою, що не перевищує відмінність між різними способами інтерполяції та не спотворює, у проміжках між вузлами інтерполяції, числові значення процесу, що аналітично описується точковим поліномом. Зауважимо, що неконтрольовані точки перегину, аналогічні 9 та 10, на точковому поліномі можуть і не виникати та, за необхідності, їх можна і позбавитися, виконавши певні дії, однак, ці питання виходять за межі цілей даної статті. Така особливість точкових поліном випливає з того, що його функціональний базис створюється на основі параметризації вихідної дискретно поданої кривої з урахуванням взаємного розташування її точок. А у решти інших кривих, що зображені на рис. 1, рис. 2, функціональні бази є безвідносними щодо вихідних геометричних даних кривої, тобто за кінцевим рахунком, у їхній основі є бернштейнівський функціональний базис.

Все сказане у цій статті щодо аналізу кривих ліній, які композиційно інтерполюються точковими поліномами, можна перенести до аналізу композиційних поверхонь та композиційних тіл.

Висновки. Оскільки кубічні сплайни і криві Безьє являють собою частинні випадки нерівномірних раціональних В-сплайнів (NURBS), то під «NURBS-кривими» будемо розуміти їх усі.

Вагові функції NURBS-кривих існують відвернуто від геометричних особливостей вихідного дискретно поданого геометричного об'єкта, тобто є без відносними щодо нього та існують як окремі математичні об'єкти, які застосовують для здійснення процесів інтерполяції.

І навпаки, у композиційній інтерполяції характеристичні функції, що є функціональними базисом точкових поліномів, утворюються на основі вихідного дискретно поданого геометричного об'єкта шляхом параметри зації їхнього каркасу точок. Тобто ці характеристичні функції у повній мірі враховують усі геометричні особливості вихідного геометричного об'єкта. За рахунок цього, на композиційних інтерполянтах – точкових поліномах не виникає амплітуд зі значним відхиленнями їхніх числових значень від форми вихідного геометричного об'єкту, які утворювали результат моделювання.

Для утворення NURBS-кривих застосовуються методи лінійної алгебри, які мають певні обмеження щодо розміру утворюваних алгебраїчних матриць. Через це вихідний геометричний об'єкт потребує сегментування для здійснення сплайн-інтерполяції. А для створюваних моделей з використанням великих даних сегментування не є бажаними.

І навпаки, для створення композиційних інтерполянтів - точкових поліномів не застосовуються методи лінійної алгебри. Умови їхнього проходження через точки каркасу вихідного геометричного об'єкту забезпечуються характеристичними функціями точкового полінома. Через це вони не мають обмежень, з математичної точки зору, щодо кількості точок каркасу вихідного геометричного об'єкту, які підлягають інтерполяції, а звідси - і не потребують сегментування. Можливість компоінтерполяції геометричного об'єкту без його сегментування є найголовнішою перевагою для створення моделей з великими базами даних.

Через необхідність сегментування геометричних об'єктів з великими базами даних для утворення NURBS-кривих, їх застосування для моделювання великих даних є небажаним. Однак, нічого кращого, ніж NURBS-криві, людство наразі не винайшло для використання їх у системах автоматизованого проектування і виробництва різного роду технічних форм та об'єктів естетичного характеру.

І навпаки, через можливу появу неконтрольованих точок перегину на точкових поліномах, їх застосування в САПР та система автоматизованого виробництва є небажаним. Однак через можливість застосування точкових поліном для геометричних об'єктів з великими даними без їхнього сегментування є найголовнішою їхньою перевагою над іншими методами. Отже, цариною застосування одно-, дво- та трипараметричних точкових поліном є створення моделей для аналізу великих баз даних.

Література

1. *Верещага В.М.* Композиційне геометричне моделювання: монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017. 108 с.
2. *Адоньєв Є.О.* Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. Київ : КНУБА, 2018. 12 с..
3. *Лисенко К.Ю., Найдиш А.В., Верещага В.М., Адоньєв Є.О.* Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. МДПУ ім. Б. Хмельницького. Мелітополь, 2019. 255 с.
4. *В.М. Верещага, О.М. Павленко, А.В. Найдиш.* Моделювання горизонтального земельного майданчика у точковому численні: монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 171 с.

Reference

1. *Vereshchaga V.M.* Kompozitsiyne geometrichne modelyuvannya: monografiya. Melitopol': FOP Odnorog T.V., 2017. 108 s.
2. *Adon'єv Є.O.* Kompozitsiyniy metod geometrichnogo modelyuvannya bagatofaktornikh sistem: dis. ... d-ra tekhn. nauk. Kiïv : KNUBA, 2018. 12 s..
3. *Lisenko K.Yu., Naydish A.V., Vereshchaga V.M., Adon'єv* Є.O. Osnovi kompozitsiynogo geometrichnogo modelyuvannya: navchal'niy posibnik. MDPU im. B. Khmel'nits'kogo. Melitopol', 2019. 255 s.
4. *V.M. Vereshchaga, O.M. Pavlenko, A.V. Naydish.* Modelyuvannya gorizontal'nogo zemel'nogo maydanchika u tochkovomu chislenni: monografiya. Melitopol': FOP Odnorog T.V., 2019. 171 s.

Ph. D., assoc. prof. **Olexander Pavlenko**,
alexander8944@gmail.com, ORCID: 000-0002-8646-2622
Melitopol School of Applied Geometry

COMPARATIVE ANALYSIS OF COMPOSITION INTERPOLATION WITH TRADITIONAL METHODS

The composite method of interpolation is carried out by one-, two- and three-parameter point polynomials. This article compares only one-parameter point polynomials with traditional interpolation methods. It is emphasized that the equation of the composite curve (point polynomial) is formed relative to the base points of the original discretely presented curve. Around the equation of a point polynomial, one can choose one coordinate system from many possible ones that use parallel design. The selected coordinate system is necessary for carrying out calculations in coordinate form according to the point polynomial equation.

In comparison with composite interpolation by point polynomials, cubic splines not normalized and normalized were considered. An analysis of Bézier curves was carried out regarding the possibility of their application for the formation of models using big data. The universality of B-splines and their *ability to reduce the degree in relation to the number of points of the defining polygon are shown. Rational B-splines and non-uniform rational B-splines (NURBS) are considered. We came to the conclusion that humanity has not invented anything better for the automated design and production system than NURBS curves. However, for large data models, point polynomials are better than NURBS curves, which create one-, two-, and three-parameter composite geometric objects. Point polynomials with one equation, without segmentation in analytical form, describe geometric objects of arbitrary shape, according to predetermined conditions, which compositionally interpolate all interpolation nodes of the original discretely presented geometric object. At the same time, the functional basis - characteristic functions of point polynomials are formed by parametrizing the frame of points of the original discrete object, that is, all its geometric features are taken into account. Examples of comparing the graphs of traditional cubic spline and B-spline polynomials with the graph of a point polynomial are provided, their analysis is carried out, and an explanation of these graphs is provided.*

Keywords: point polynomial; cubic spline; B-spline; functional bases; characteristic functions.