

д. т. н., професор **Іванченко Г.М.**,
ivgm61@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-1172-2845

д. ф. (Ph.D.), доцент **Кошевий О.О.**,
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1903-2905

к. т. н. доцент **Палій О.М.**,
paliy.oxana@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-5958-4862

асистент **Кошева І.С.**
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8224-3759

Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ВИМУШЕНИХ ЧАСТОТ КОЛИВАННЯ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ З ПРЯМОКУТНИМ ПЛАНОМ, ЯКА СКЛАДАЄТЬСЯ З ДВОХ ПРЯМИХ ЛІНІЙ І ДВОХ ПІВКІЛ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Оптимальне проектування конструкції на теперішній час є одним із самих актуальних розділів в будівельній і прикладній механіці. Великого впливу на оптимальне проектування конструкцій набуло в кінці 40-вих роках теорії математичного програмування і поява ЕОМ. Це набагато розширило коло конструкцій і фізичних моделей, які стали доступні для оптимального проектування.

Використання аналітичних методів оптимізації приводить до успіху лиш при розгляді самих простих конструкцій. Тому при оптимального проектуванні широке розповсюдження набули чисельні методи пошуку оптимальних параметрів, які орієнтовані на ПК.

Проектування – найбільш відповідальний етап створення конструкції, в процесі якого визначаються технічні характеристики і перевіряється можливість поставленої мети. Необхідний комплексний підхід для врахування всіх вимог, в цьому основна складність оптимального проектування конструкції. Процес створення оптимальної конструкції дуже залежить від методу оптимізації, який відіграє ключову роль при конструювання конструкцій різного призначення.

В даній науковій статті розглядається комплексний підхід до оптимального проектування вимушених частот оболонки мінімальної поверхні з квадратним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл при термосиловому навантаженні. Чисельне дослідження оптимізаційного розрахунку проводилося наступним чином: цільова функція – вага оболонки мінімальної поверхні, змінні проектування – товщина оболонки мінімальної поверхні від 1 мм до 100 мм, обмеження представлено у вигляді першої вимушеної частоти коливання 0.2 Hz.

Виходячи із результатів чисельного дослідження вага оболонки мінімальної поверхні зменшилась на 11.2%, перша вимушена частота коливань становить 0.2 Hz, що відповідає заданому обмеженню. Можемо зробити загальний висновок, що методика автора та застосування власного програмного забезпечення дає можливість виконувати ефективний оптимізаційний розрахунок для оболонок мінімальних поверхонь, а застосування двох типів видів оптимізації на одному об'єкті дослідження є важливою прикладною задачею для будівельної і прикладної механіки.

Ключові слова: оболонка мінімальної поверхні; оптимальне проектування; оптимізація оболонки; вимушені частоти коливань; метод скінчених елементів, скінчений елемент.

Постановка проблеми. Оптимальне проектування конструкції на теперішній час є одним із самих актуальних розділів в будівельній і прикладній механіці. Особливо інтенсивні методи оптимального проектування почали розроблятися з середини ХХ століття і по наш час. Багато задач про оптимальні арки були вирішені на початку ХХ століття. В 30-ті і 40-ві роки ХХ століття найбільшу увагу приділяли пружні ферми. В 50-ті роки ХХ століття з'явилися роботи по оптимізації балок, рам і перші дослідження задач оптимального проектування пластин і оболонок.

Великого впливу на оптимальне проектування конструкцій набуло в кінці 40-вих роках теорії математичного програмування і поява ЕОМ. Це набагато розширило коло конструкцій і фізичних моделей, які стали доступні для оптимального проектування. Одночасно це привело до переоцінки деяких методів, які були розроблені раніше, так як вони були ґрунтовані на використанні класичного аналізу.

Різними питання теорії і методів оптимального проектування займалися наступні вчені, які на теперішній час стали класиками в цій області досліджень, а саме: Л.П. Арман, А.І. Віноградов, В.І. Кірпічов, М.Ш. Макеладзе, В. Прагер, І.М. Рабінович, М.І. Рейтман, Г.С. Шапіро, К.М. Хуберяна, А.А. Чирас. Основні роботи цих вчених механіків світ побачив до 70-тих років ХХ століття.

Використання аналітичних методів оптимізації приводить до успіху лиш при розгляді самих простих конструкцій. Тому при оптимального проектуванні широке розповсюдження набули чисельні методи пошуку оптимальних параметрів, які орієнтовані на ПК.

На теперішній час найбільш повні результати по оптимізації конструктивних елементів отримані для стержневих систем. Оптимальне проектування оболонкових систем пов'язано з великими труднощами, які обумовлені складністю диференціальних рівнянь та з великим об'ємом обчислень. Авжеж, в 20-ті роки ХХІ століття вирішуються задачі де декілька мільйонів скінчених елементів, але в цих програмних

комплексах відсутні інструменти оптимального проектування, базові існують в таких розрахункових комплексах як Femap with Nastran і Ansis, але різноманіття цільових функцій, обмежень і змінних проектування приводить, що для розвитку оптимального проектування потрібно написання власного програмного забезпечення та створення нових методики оптимізації оболонкових конструкцій.

При постановці задач оптимального проектування оболонок, як правило, використовують методи математичного програмування. Ці методи мають загальний підхід до рішення проблеми оптимізації, а також методики побудови обчислюваних алгоритмів з можливістю геометричної інтерпретації, яка використовується в процесі чисельних схем [1-3].

В середині ХХ століття постановки задач теорії оптимальних систем якість і ідеалізація конструкції характеризувалося значенням деякої цільової функції, яка представляла собою характеристику, що пов'язана з її вартістю. Цільова функція визначається на деякій множині систем, яке є механічною інтерпретацією її областю визначення. Конструкції повинні задовольняти вимоги, які задаються у вигляді обмежень, які накладанні на множину. Обмеження можуть бути наступними: умов міцності, стійкості, жорсткості, переміщення, вимушена і власна частота коливання, тріщиностійкість конструктивні або інші вимоги. Системи множин, які задовольняють вимоги утворюють підмножину допустимих систем. Системи, для яких цільова функція прямує до мінімізації в підмножину допустимих проектів конструкції, вважаються оптимальними.

Для чисельної реалізації задачі оптимального проектування можуть примінятися методи математичного програмування, а саме: метод можливих напрямлень, градієнтні методи, динамічного програмування, випадкового пошуку, штучного інтелекту, генетичні, варіаційні та багато інших.

Розробка алгоритму оптимального розрахунку з врахуванням ЕОМ до 80-х років ХХ століття займалися: Е.М. Єрмак, Н.Т. Куценко, А.Г. Любимова, В.Н. Солодовніков, Г.Г. Хлівняк, І.С. Храповицький, Н.Г. Черненко [4].

Розрахунком оптимальних плит, пластин і оболонок до 80-х років ХХ століття займалися: П.М. Варвак, М.І. Волинський, А.С. Пальчевський, Ю.М. Почтман, І.Н. Гінсбург, Б.Я. Кантор, Н.І. Карпов, Г.Н. Савін [5].

В ХХІ столітті сучасні роботи українських вчених пов'язані з оптимальним проектування конструкції у створення багатоцільової і багатокритеріальної оптимізації, використання декількох видів оптимізації на одному об'єкті дослідженні, розробкою сучасного програмного забезпечення, яке дозволить працювати, як окремо так і разом з великими програмними комплексами. Активно досліджуються стержневі конструкції: балки, ферми, рами, арки із гофрованої сталі [7-9]. Окремо розглядається топологічна оптимізація для поперечних перерізів в сортаментах прокатної сталі. Щодо оболонкових конструкцій, розглядають

оболонки обертання, гауссової кривизни, оболонки мінімальних поверхонь, складні оболонки. Оптимізація оболонкових конструкцій введеться з урахуванням: статичного навантаження, динамічного навантаження, сейсмічного впливу, температурного впливу, корозійного впливу, фізична і геометрична нелінійність та нестационарні задачі.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Основні особливості при оптимальному проектуванню конструкцій. В задачах оптимізації механічних систем змінні параметри пов'язані з фізичними співвідношеннями (рівняння рівноваги), які повинні використані у вигляді рівності. При розгляді задач оптимального проектування необхідно враховувати особливості конструкції, умови експлуатації, умови виготовлення реальної конструкції, поведінкою конструкції під навантаженням, характер руйнування цілої конструкції і окремих її елементів, необхідні знання особливості роботи матеріалу, з якою вона виготовлена, і яка впливає на конструктивну міцність та інші фактори.

Конструкція працює з точки зору оптимального проектування, якщо всі умова експлуатації вона задовольняє при врахуванні норм проектування. Весь комплекс робіт, на забезпечення міцності, стійкості, жорсткості, архітектурної виразності, тріщиностійкості, температурного впливу та багато інших. Умовно підбір оптимальних проектів конструкції можна розбити на наступні етапи [10]:

1. Аналіз режимів експлуатації;
2. Вибір коефіцієнтів експлуатації;
3. Вибір матеріалу конструкції;
4. Вибір розрахункової схеми конструкції;
5. Проектування конструкції;
6. Технологічні питання монтажу і експлуатація конструкції;
7. Експериментальне дослідження конструкції, після знаходження оптимальних проектів;
8. Перевірка конструкції за двома граничними станами;
9. Питання довговічності конструкції;
10. При необхідності врахування моментів при серійному виробництві.

Всі ці етапи взаємопов'язані один з одним і не можуть розглядатися окремо один від одного. Роботи у відповідності з цими етапами ведуться з різною інтенсивністю в залежності від необхідністю при створенні оптимізованої конструкції. При зміні умов експлуатації, або при зміні конструкції виконується повторний розгляд розрахункових випадків, коректуються навантаження і розрахунки за двома граничними станів, при необхідності виконуються додаткові експериментальні перевірки [11].

Проектування конструкції мінімальної можливої ваги. Проектування – найбільш відповідальний етап створення конструкції, в процесі якого визначаються технічні характеристики і перевіряється можливість поставленої мети. Закладені на даному етапі конструктивні

рішення визначають успіх для подальшого будівництва конструкції, час її виробництва, час її експериментального дослідження та перевірки експлуатаційних якостей. Визначання найкращого конструктивного рішення з врахуванням оптимізації дуже складний і об'ємний процес, в яких входить забезпечення експлуатаційних характеристик умов навантаження конструкції, вибір раціональної розрахункової схеми, вибір форми і матеріалів, введення цільових функцій, змінних проектування та обмежень, які накладені на конструкцію. При цих характеристиках досягається найкращий оптимальний проект конструкції, яка спонукає до отримання мінімальної ваги конструкції з врахуванням технологічної вартості та перевіркою конструкції за двома групами граничних станів. Всі ці вимоги в рівній мірі виконати неможливо, як правило за основу беруть оптимальний проект, який виконує умови роботи конструкції за двома групами граничних станів [12].

Необхідний комплексний підхід для врахування всіх вимог, в цьому основна складність оптимального проектування конструкції. Процес створення оптимальної конструкції дуже залежить від методу оптимізації, який відіграє ключову роль при конструюванні конструкцій різного призначення в будівництві та інших сферах економіки країни, для котрих вага матеріалу відіграє велике значення.

Підбор варіанту конструкції. При аналізі різних схем вибору підбору варіанту конструкції, яка найкращим чином відповідає основним вимогам, при цьому дається оцінка різних матеріалів при її створення, та способів виробництва в цілому, а також її деталей. Для тонкостінних конструкцій – оболонки. Форма окремих деталей і їх взаємний зв'язок встановлюється в загальному варіанті.

Досконалість конструкції, її вага, її габарити, надійність, працездатність в цілому залежить від її раціональності силової схеми. Під силовою схемою розуміють сукупність конструктивних елементів, які забезпечують геометричну незмінність конструкції під дією зовнішнього навантаження. Раціональною є схема, на яку діючі зовнішні сили передаються на можливо коротку ділянку конструкції, за допомогою скінчених елементів, які працюють на розтяг, стиск, згин, кручення, та їх комбінацію. Доцільне використання об'єму конструкції зменшує її вагу. Однією властивості раціональної конструкції є її компактність. Габарити і вага конструкції значно зменшується, коли один вузол виконує декілька функцій. Жорсткість конструкції необхідна забезпечуватися способами, які не вимагають значної збільшення ваги (застосування тонкостінних і пустотілих конструкцій, блокування деформацій, раціональним розташуванням опор і вузлів жорсткості) [13].

Велике значення має розрахунок конструкції на міцність і стійкість, який дозволяє виконати аналіз порівняльних вагових характеристик із різноманітних матеріалів, знайти основні розміри, при яких вага буде найменшою. Проведення таких розрахунків є обов'язком етапом при будь-

якому процесі проектування. Застосовані розрахункові залежності повинні допомагати виконанню проектних робіт. Швидкість і простота розрахунків менше важливі ніж точність для оптимального проектування конструкції. Приблизні і попередні розрахунки мають обмежену зону застосування для оптимального проектування, але вони можуть іноді пришвидшувати розрахунок оптимізації для більш точного підбору обмежень і змінних проектування.

Основна частина.

Уточнений підбір варіанту конструкції з урахуванням оптимального проектування. Після вибору найбільш раціональної компоновки конструкції виконуються детальний конструктивний розрахунок прийнятої силової схеми і вибору матеріалів. Метою оптимізаційного розрахунку є оцінка силової схеми окремих вузлів, вибір найбільш ефективного в ваговому відношенню матеріалу, проведення самого оптимізаційного розрахунку з цільовою функцією, змінними проектування та обмеженнями. Окремим елементом оптимального проектування є вибір форми конструкції, її деталей і основних розмірів, які забезпечують найменшу вагу, і у деяких видів задач застосування топологічної оптимізації.

Вага конструкції є основним показником її досконалості. Це особливо важливо для літакобудування, ракетобудування, космічної області літальних апаратів, супутників, військових безпілотників, де кожний зайвий кілограм зменшує корисну вагу, швидкість і дальність польоту. Розрахунок ваги конструкції є основною частиною попереднього проектування, що дає відповідь на раціональність застосування такої конструкції в цілому. На початковій стадії проектування оцінка ваги деяких частин (кронштейни, деталі кріплення, арматура та ін.) виконується приблизно за статистичними даними, які отримані уз врахуванням досвіду загального і окремого кожного конструктора. Така оцінка деталей і конструкції в цілому, яка визначена дослідом її працездатності, але для ряду конструкцій, які в загальному випадку є тонкостінними (оболонки різних видів) вагові характеристики приймаються в результаті розрахунку конструкції за двома групами граничних станів в різних постановках. При цьому конструктивні особливості певних вузлів конструкції можуть представляти особливий інтерес і потребують додаткових розрахунків.

Попередні розрахунки ваги конструкції є однією із основних розрахункових характеристик при розробці подальшої проектної документації. Вага є критерієм ефективності проекту в цілому.

Аналіз чутливості параметричної оптимізації для оболонки мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл.

В рамках аналізу чутливості обчислюються градієнти змінних проектування конструкції, переміщень у вигляді частинних похідних від цих характеристик по змінним проектуванням, товщини оболонки

мінімальної поверхні. Інформація про чутливість служить основою побудови алгоритму оптимального проектування методом градієнтного спуску функції цілі. Матриця чутливості

$$G = \left\{ \frac{\partial g_i}{\partial X_j}; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m} \right\}. \quad (1.1)$$

і градієнт цільової функції $\nabla f^*(X)$ використовується для побудови матриці проектування, обчислення множників Лагранжа і визначення напрямку спуску по градієнту. Тут n – кількість змінних проектування, m – кількість обмежень. Крім того, при проведенні аналізу чутливості з'являються кількісна інформація про вплив зміни змінних на функціонування системи.

З математичної точки зору залежність реакцій оболонки у вигляді переміщень і напружень від змінних проектування, такої як товщина оболонки. Ці рівняння лінійні відносно змінних станів, але якщо врахувати вплив змінних проектування на коефіцієнти лінійних операторів, рівняння стану є нелінійним відносно функціональної залежності змінних станів і проектування.

Аналіз чутливості реакцій конструкцій на зміну змінних проектування можливо провести без обчислення похідної матриці жорсткості. Для цього виконуємо диференціювання по i -й складовій X_i рівняння стану

$$K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i} + \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \vec{z} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i}. \quad (1.2)$$

Цей вираз можливо перетворити до вигляду:

$$K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i} - \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \vec{z}. \quad (1.3)$$

Праву частину рівняння 1.3 можливо розглядати як вектор псевдо навантаження \vec{p} . Тоді для системи похідних переміщень вираз можна переписати як:

$$K \times \left[\frac{\partial \vec{z}}{\partial X_1}, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_n} \right] = [p_1^*, p_2^*, \dots, p_k^*]. \quad (1.4)$$

де k – кількість навантажень конструкції.

Оскільки вирішення системи рівнянь статки можливо при багатьох варіантах правих частин рівняння [3], то рішення 1.4 формується одночасно з вирішенням рівняння стану методу скінченних елементів

[14,15]. Як показують дослідження, така схема вирішення задачі при розгляді до 100 вантажних векторів потребує всього на 15% більше часу роботи процесору в порівнянні з вирішенням задачі на один вантажний вектор. Ефект досягається за рахунок виключення $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$ із виразу градієнтів цільової функції і обмежень.

Матриця (1.5) легко обчислюється при відомій функціональній залежності зовнішніх навантажень від змінних проектування. Якщо $\vec{p}(\vec{X})$ – вектор зовнішніх навантажень, який є постійним, то $\frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i} = 0$.

$$P = \left\{ \frac{\partial p_j}{\partial X_i}; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m} \right\}. \quad (1.5)$$

Розглянемо визначення похідної $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$, для цього ведемо наступні позначення K_g і K_l – матриця жорсткості відповідного елемента в загальній локальній системі координат; \vec{z}_g і \vec{z}_l – вузлові переміщення в локальній системі координат; T – матриця перетворення локальної системи координат в глобальну.

Основні співвідношення методу скінченних елементів при перетворенні координат:

$$K = T^T \times K^l \times T. \quad (1.6)$$

$$\vec{z}_l = T \times \vec{z}_g. \quad (1.7)$$

Так як в якості змінних проектування прийнята товщина оболонки, то координати вузлів конструкції похідна K_g по \vec{X} дорівнює:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \right) \times K_l \times T + T^T \times \frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times T + T^T \times K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}}. \quad (1.8)$$

Приймаємо до уваги рівність (1.7), маємо:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} \vec{z}_g = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \right)^T \times (K \times \vec{z}_l) + T^T \times \left(\frac{K_l}{\partial \vec{X}} + K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_g \right). \quad (1.9)$$

Можемо показати, що

$$\frac{\partial}{\partial \vec{X}} K \times \vec{z} = \frac{\partial}{\partial \vec{X}} \left(\sum_{i=1}^{NE} K_g^i \times \vec{z} \right) = \sum_{i=1}^{NE} \left(\frac{\partial K_g^i}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_g^i \right). \quad (1.10)$$

де NE – число скінченних елементів; K_g^i – матриця жорсткості i -го елемента в глобальній системі координат.

Звідси матриця $\frac{\partial K}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}$ може бути сформована шляхом обчислення вектору $\frac{\partial K_g^i}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_g^i$ для кожного скінченного елемента конструкції і подальшої їх суми.

Вектор $K_l \times \vec{z}_l$ в першому складеному рівнянні (1.9) представляє собою внутрішні зусилля в елементі в локальній системі координат, які можуть бути визначені як

$$\vec{p}_l = K_l \times \vec{z}_l = \left(\int_0^l (B^T \times D \times B) dx \right) \times \vec{z}_l = \int_0^l (B^T \times \vec{\sigma}) dx. \quad (1.11)$$

$$\text{де } \vec{\sigma} = D \times B \times \vec{z}_l.$$

Вектор $K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_g$ із останнього члена (1.9) може бути отриманий аналогічно із визначенням внутрішніх зусиль, відповідно фіктивним вузловим локальним переміщенням (1.12).

$$\vec{z}_l = \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_g. \quad (1.12)$$

Вектор $\frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_l$ апроксимується за допомогою скінченої різниці шляхом перерахунку матриці K_l для малих відшкодувань змінних проектування X_i . З урахуванням (1.11) знаходження вектора $\frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_l$ зводиться до ряду векторних операцій, і при малих змінах $\partial \vec{X}$ дорівнює:

$$\frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_l = \frac{(K_l \times \vec{z}_l)_{\vec{X} + \delta \vec{X}} - (K_l \times \vec{z}_l)_{\vec{X}}}{\partial \vec{X}}. \quad (1.13)$$

Таким чином, аналіз чутливості реакцій оболонки для кожного пластинчастого скінченного елемента до варіацій змінних проектування зводиться до визначення вектору $\frac{\partial K}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}$ шляхом знаходження двох додаткових векторів внутрішніх зусиль в локальній системі координат і перетворення результативних векторів в загальну координатну систему.

Визначити чутливість $\frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{X}}$, є можливість перейти від знаходження чутливості внутрішніх зусиль в скінченних елементах до зміни змінних проектування, оскільки для реалізації алгоритму вирішення задачі оптимізації потрібно побудова матриці чутливості обмежень G .

Чутливість обмежень на переміщення вузлів може бути також представлена у вигляді:

$$\frac{\partial g_i}{\partial X} = - \frac{\Delta_{max}}{\Delta_i^2} \frac{\partial \Delta_i}{\partial X}. \quad (1.14)$$

Теоретичне формулювання однокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл. [11-11].

Чисельне дослідження однокритеріальної параметричної оптимізації при цільовій функції: вага для оболонки мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл. Оптимізаційних розрахунків параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл має такі параметри: цільова функція – вага матеріалу оболонки, змінні проектування від 1 до 100 мм, ліміт представлений у вигляді першої вимушеної частоти коливання 0.20 Гц. В ході оптимізаційного розрахунку виконується 10 циклів оптимізації, в кожному скінченному елементі на 12 мм., в частинах оболонки, де не потрібно збільшувати товщину, або зменшувати оптимізаційний розрахунок припиняється, при цьому цикли оптимізації пришвидшуються [14].

На рис. 1.1. зображена блок схема, що показує як в деталях іде процес оптимізаційного розрахунку. Побудова розрахункової скінчено-елементної моделі виконується у Femap with Nastran, параметрична оптимізація виконується на розробленому власному оптимізаторі, за допомогою якого процес відбувається в автоматизованому режимі.



Рис 1.1 Блок-схема оптимізації при обмеження вимушених частот коливань

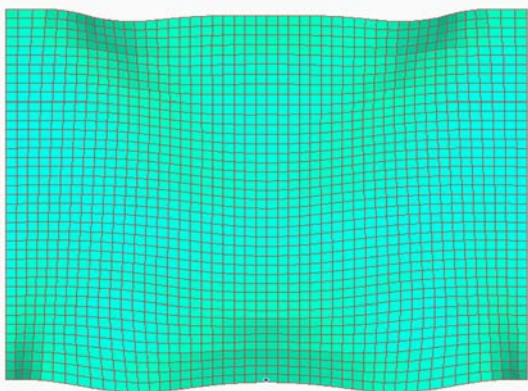


Рис. 1.2 Перша форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.0785066 Hz

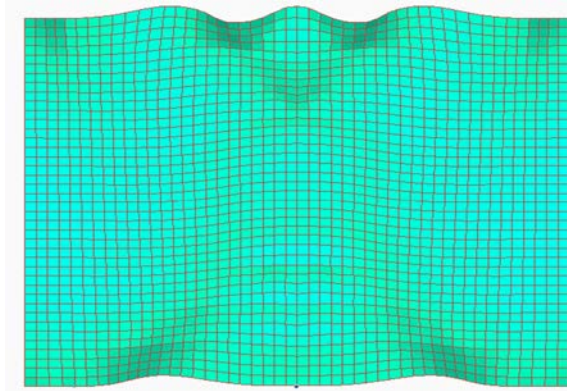


Рис. 1.12 Перша форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.201 Hz

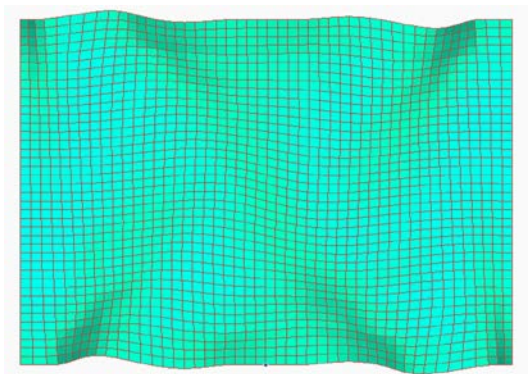


Рис. 1.3 Друга форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.146673 Hz

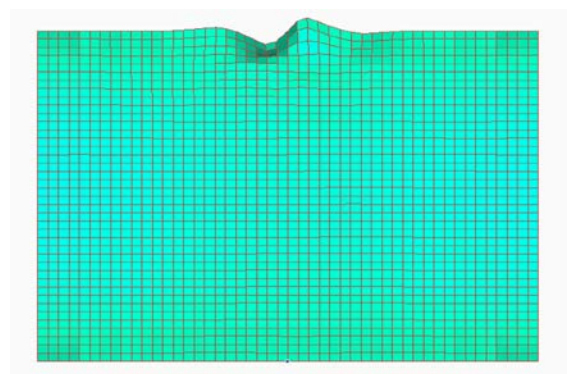


Рис. 1.13 Друга форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.218587 Hz

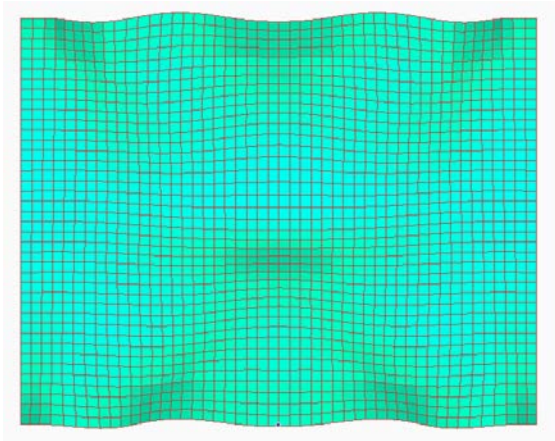


Рис. 1.4 Третя форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.203654 Hz

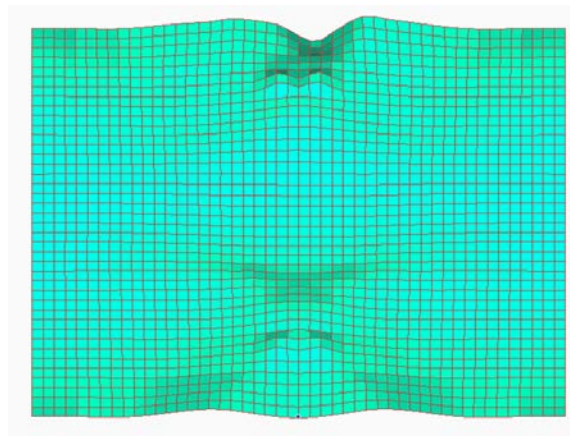


Рис. 1.14 Третя форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.220131 Hz

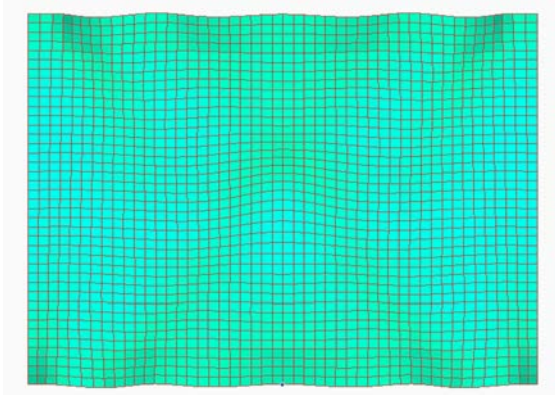


Рис. 1.5 Четверта форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.234917 Hz

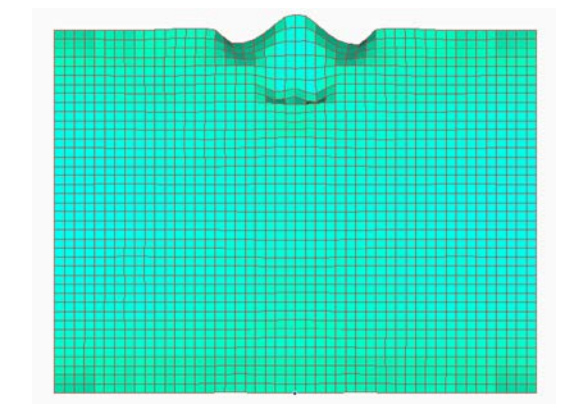


Рис. 1.15 Четверта форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.265752 Hz

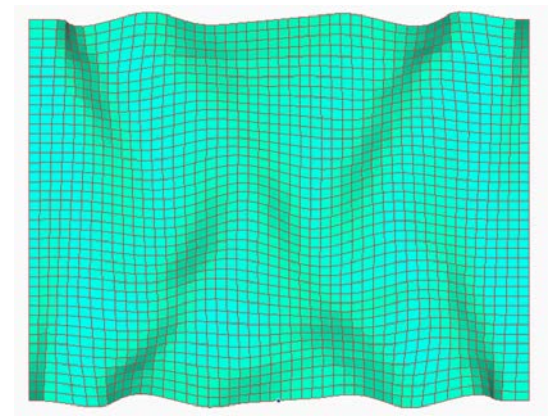


Рис. 1.6 П'ята форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.300337 Hz

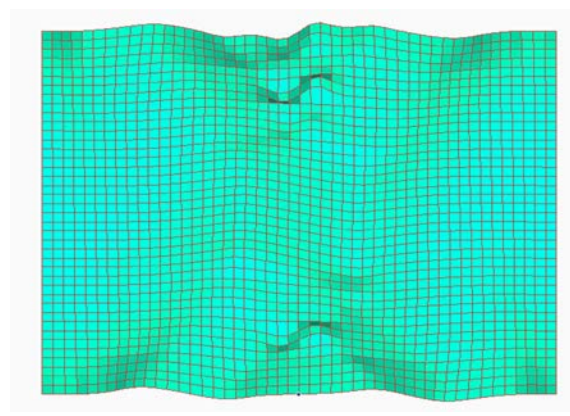


Рис. 1.16 П'ята форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.275323 Hz

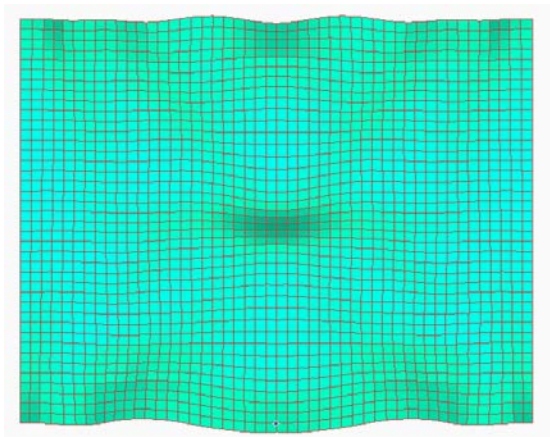


Рис. 1.7 Шоста форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.317947 Hz

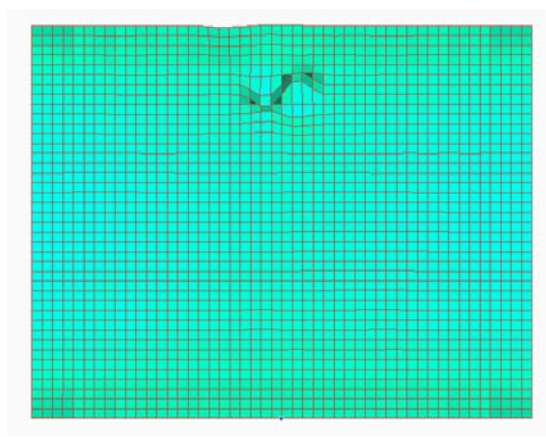


Рис. 1.17 Шоста форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.300287 Hz

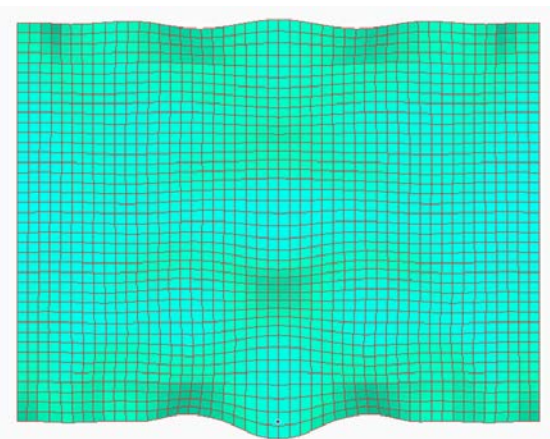


Рис. 1.8 Сьома форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.33926 Hz

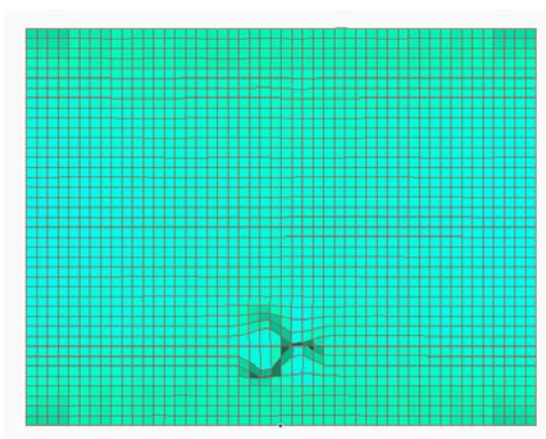


Рис. 1.18 Сьома форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.320661 Hz

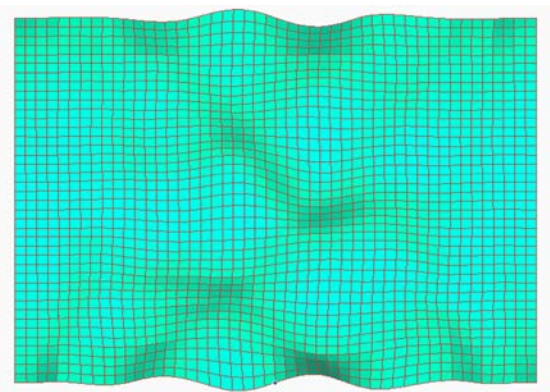


Рис. 1.9 Восьма форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.353763 Hz

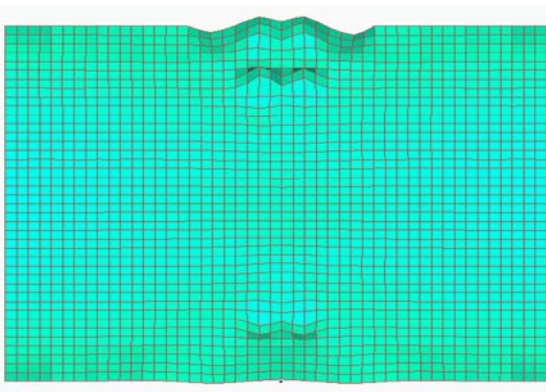


Рис. 1.19 Восьма форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.33253 Hz

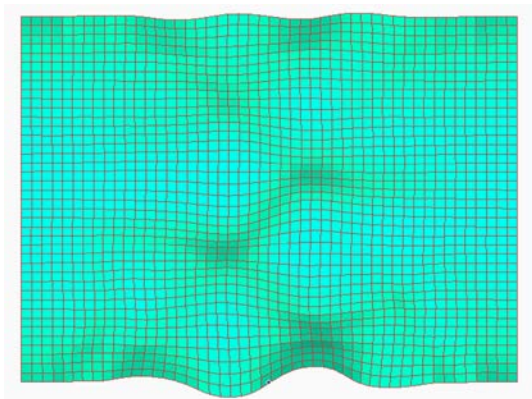


Рис. 1.10 Дев'ята форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.376493 Hz

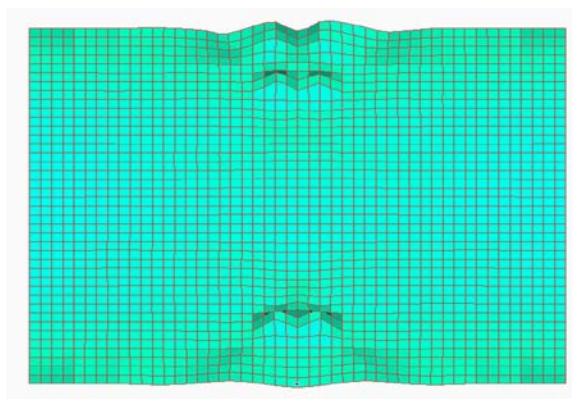


Рис. 1.20 Дев'ята форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.346401 Hz

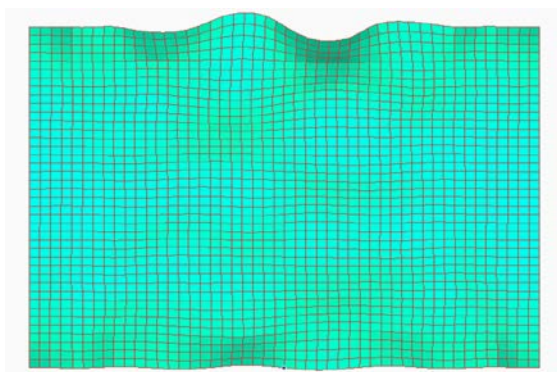


Рис. 1.11 Десята форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.40595 Hz

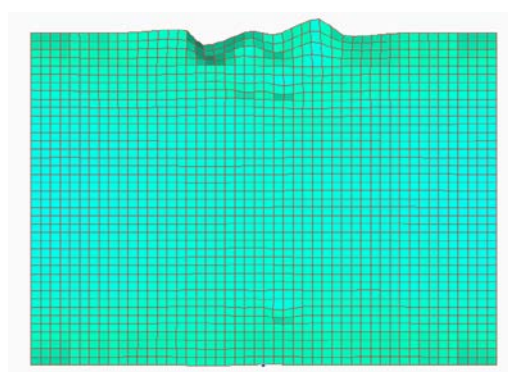


Рис. 1.21 Десята форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.348341 Hz

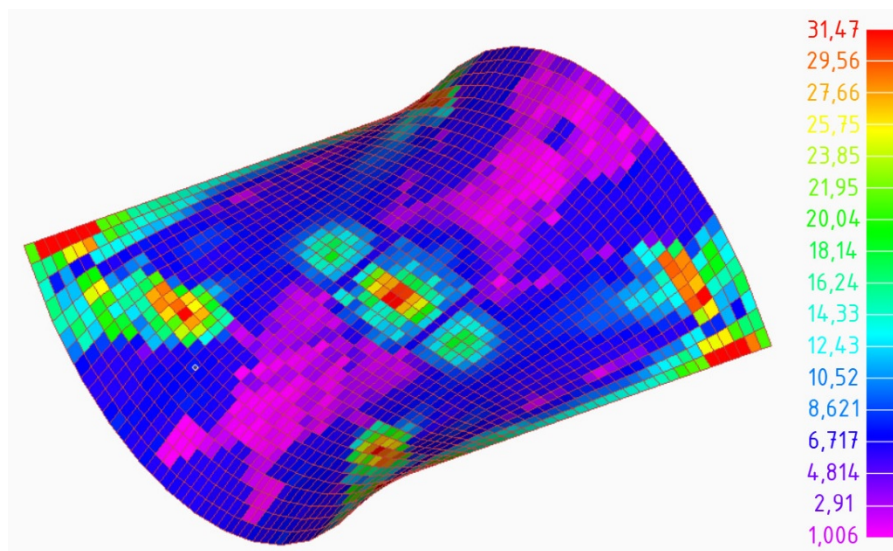


Рис 1.22 Товщина оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі після оптимізації в мм

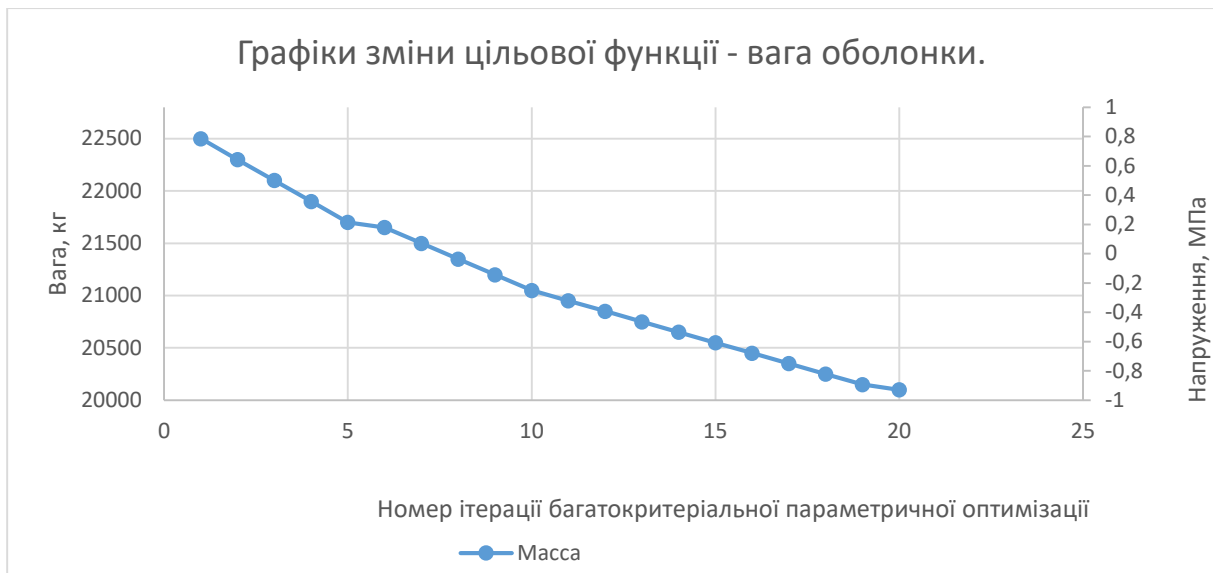


Рис. 1.23 Графік зміни цільових функцій: вага по ітераціям однокритеріальної параметричної оптимізації

Висновки та перспективи.

Результати чисельного експерименту параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл. Після проведення чисельного експерименту параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні при термосиловому навантаженні маємо наступні результати:

- зменшення ваги оболонки 11.2%, графік зміни цільової функції зображений на рис 1.23;

- перша вимушена частота коливання маємо 0.2 Гц на рис. 1.12, на рис 1.13-1.21 зображено форми і значення частот коливань після оптимізації, а на рис. 1.2-1.10 зображено форми і значення частот коливань до оптимізації;

- розподіл товщини оболонки від 1.0 мм до 31.5 мм зображено на рис. 1.22. після 10 циклів оптимізаційного розрахунку.

Виходячи із результатів чисельного дослідження можемо зробити **загальний висновок**, що методика автора та застосування власного програмного забезпечення дає можливість виконувати ефективний оптимізаційний розрахунок для оболонок мінімальних поверхонь, а застосування двох типів видів оптимізації на одному об'єкті дослідження є важливою прикладною задачею для будівельної і прикладної механіки.

Література

1. Герасимов, Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. Донецк : Вища шк. Главное Изд-во Киев, 1985. 134 с.

2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Москва : Мир, 1985. 509 с.
3. Ігнатишин М. І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. Мукачево : РВВ МДУ, 2017. 172 с.
4. Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливань оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні / Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Київ : КНУБА, 2022. Випуск 102. С. 67 – 83.
5. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Жупаненко І.В. Параметрична оптимізація вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2022. № 50 (1). С. 22–34.
6. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні / *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. Київ : КНУБА, 2022. Вип. 109. С. 50-65
7. Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Параметрична оптимізація вимушених частот коливання двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні при термосиловому навантаженні / Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Київ : КНУБА, 2022. Випуск 103. С. 67 – 81.
8. Кошевий О.О. Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття / *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. Київ : КНУБА, 2019. Вип. 103. С. 253-265.
9. Кошевий О.О. Оптимізація сталюого звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання / *Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник*. Київ : КНУБА. 2018. Вип.3. С.34 – 50.
10. Кошевий О.О., Кошева І.С. Багатокритеріальна параметрична оптимізації в парі цільових функцій: вага і переміщення оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2022. № 49 (1). С. 66-78.
11. Кошевий О.П. Кошевий О.О. Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями // Містобудування та територіальне планування. Вип. 55. Київ : КНУБА, 2015. С. 215-227.
12. Кошевий О.П. Кошевий О.О. Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі /

Містобудування та територіальне планування, Вип. 59. Київ : КНУБА, 2016. С. 234-244

13. *Косевий О.О., Косевий О.П., Григор'єва Л.О.* Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. Київ : КНУБА, 2022. Вип. 108. С. 309–324.

14. *Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М.* Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. Москва : Наука, 2006. 544 с.

References

1. *Herasymov, E.N., Pochtman YU.M., Skalozub V.V.* Mnohokryteryal'naya optymyzatsyya konstruktsyy. (Multicriteria optimization of structures). Donetsk : Vyshcha shk. Hlavnoe Yzd-vo Kyev ,1985. 134 s.
2. *Hyll F., Myurrey U., Rayt M.* Praktycheskaya optymyzatsyya (Practical optimization). Moscow: Myr, 1985. 509 s.
3. *Ihnatyshyn M. I.* Mekhaniko-matematychno modelyuvannya elementiv mostovykh konstruktsiy (opora, balka, plyta). (Mechanical and mathematical modeling of elements of bridge structures (support, beam, slab)): monohrafiya. – Mukachevo : RVV MDU, 2017. 172 s.
4. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O.* Chysalne doslidzhennia parametrychnoi optymyzatsii vymushenykh chastot kolyvan obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Numerical study of the parametric optimization of the forced frequency of oscillations of the minimum surface shell on the square contour under thermal load). // Interdepartmantal scientisic and technical collection “*Applied geometry and engineering graphics*”. Kyiv : KNUBA, 2022. Issue 102. P. 67-83.
5. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O., Zhupanenko I.P.* Parametrychna optymyzatsiia vymushenykh chastot kolyvannia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Parametric optimization of frequency oscillation minimum surface shell on a rectangular contour under thermal load) / Ways to increase the efficiency of construction in the conditions in the formation of market relations. 2022 No. 50(1). P. 22-34.
6. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O., Kosheviy O.P.* Chyselna realizatsiia bahatokryterialnoi parametrychnoi optymyzatsii obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermforce loading) / *Strength of Materials and*

Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. Kyiv : KNUBA, 2021. Issue108. P. 309–324.

7. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O.* Parametrychna optymizatsiia vymushenykh chastot kolyvannia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Parametric optimization of forced frequencies of oscillation of a double-connected coned shell of minimum surface under thermal loading) / *Interdepartmental scientific and technical collection “Applied geometry and engineering graphics”*. Kyiv : KNUBA, 2022. Issue 103. P. 67-81.

8. *Kosheviy O.O.* Optymalne proektuvannia tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkami pokryttia. (Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells) / *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv : KNUBA, 2019. Issue103. P. 253–265.

9. *Kosheviy O.O.* Optymizatsiia stal'noho zvarenoho rezervuaru pry obmezhenni: napruzhen', peremishchen', vlasnykh chastot kolyvannia. (Optimization of steel welded tank with limitation: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations) / *Budivel'ni konstruktsiyyi. Teoriya i praktyka: nauk.-tekhn. zbirnyk*. Kyiv : KNUBA. 2018. Vyp.3. S.34 – 50.

10. *Kosheviy O.O., Kosheva I.S.* Bahatokryterialna parametrychna optymizatsii v pari tsilovykh funktsii: vaha i peremishchennia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Multicriterial parametric optimization in a pair of target functions: weight and movement of the shell minimum surface on the straight) / *Ways to increase the efficiency of construction in the conditions in the formation of market relations*. 2022 No. 49(1). P. 66-78.

11. *Kosheviy O.P., Kosheviy O.O.* Chysel'ne doslidzhennya vlasnykh kolyvan' roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimal'nymy poverkhnyamy. (Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces). // *Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya*, Vyp. 55. Kyiv :KNUBA, 2015. S. 215-227.

12. *Kosheviy O.P., Kosheviy O.O.* Vlasni kolyvannya obolonok minimal'nykh poverkhon' na kruhlomu ta kvadratnomu konturi. (Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour) / *Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya*. Vyp. 59. Kyiv : KNUBA, 2016. S. 234-244

13. *Kosheviy O.O., Kosheviy O.P., Grigoryeva L.O.* Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under the rmalloading. (Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular

contour under the rmalloading) / *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv : KNUBA, 2021. Issue108. P. 309–324.

14. Kryvoshapko S.V., Yvanov V.N., Khalaby S.M. Analytycheskye poverkhnosty: materyaly po heometryy 500 poverkhnostey y ynformatsyya k raschetu na prochnost' tonkykh obolochek. (*Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells*). Moscow : Nauka, 2006. 544 s.

Ph.D., Professor **Ivanchenko H.**,

ivgm61@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-1172-2845

Ph.D., assistant Professor **Kosheviy O.**,

a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1903-2905

Ph.D., assistant Professor **Палій О.**,

paliy.oxana@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-5958-4862

Assistant **Kosheva I.S.**

a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8224-3759

Kyiv National University of Construction and Architecture» (KNUCA)

OPTIMAL DESIGN OF FORCED FREQUENCY OF OSCILATIONS OF A SHELL OF MINIMAL SURFACE WITH RECTANGULAR PLAN CONSISTING OF TWO STRAIGHT LINES AND TWO SEMI-CIRCLES UNDER THERMAL LOADING

Optimal design of a structure is currently one of the most relevant sections in structural and applied mechanics. The theory of mathematical programming and the emergence of computers had a great influence on the optimal design of structures in the late 40s. This greatly expanded the range of structures and physical models that became available for optimal design.

The use of analytical optimization methods leads to success only when considering the simplest structures. Therefore, numerical methods for finding optimal parameters, which are PC-oriented, have become widespread in optimal design.

Designing is the most critical stage of creating a structure, during which technical characteristics are determined and the feasibility of the goal is checked. An integrated approach is required to take into account all requirements, and this is the main difficulty of optimal design. The process of creating an optimal structure is highly dependent on the optimization method, which plays a key role in the design of structures for various purposes.

This scientific article considers an integrated approach to the optimal design of the forced frequencies of a shell of a minimal surface with a square

plan consisting of two straight lines and two semicircles under thermal and power loading. The numerical study of the optimization calculation was carried out as follows: the objective function is the weight of the minimum surface shell, the design variables are the thickness of the minimum surface shell from 1 mm to 100 mm, and the constraint is represented as the first forced vibration frequency of 0.2 Hz.

Based on the results of the numerical study, the weight of the minimum surface shell decreased by 11.2%, the first forced vibration frequency is 0.2 Hz, which meets the specified constraint. We can draw a general conclusion that the author's methodology and the use of his own software make it possible to perform an effective optimization calculation for shells of minimal surfaces, and the use of two types of optimization types on one research object is an important applied problem for civil and applied mechanics.

Keywords: minimal surface shell, optimal design, shell optimization, forced vibration frequencies, finite element method, finite element.