УДК 539.3
DOI: 10.32347/0131-579x.2023.105.134-150

д. ф. (Ph.D.), доцент **Кошевий О.О.,**
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1903-2905
Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ПЕРЕМІЩЕННЯ І ВАГИ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ТРАПЕЦЕВИДНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Застосування оптимального проектування до оболонок мінімальних поверхонь являється сучасним розвитком для будівельної і прикладної механіки. Для таких об'єктів дослідження використовується одразу два види оптимізаційного розрахунку: оптимізація форми оболонок мінімальних поверхонь і параметрична оптимізація товщини. Така постановка задачі дає можливість охопити велику кількість факторів, які впливають на кінцевий результат – створення оптимального проекту.

Економічна складова будь-якого об'єкту будівництва є однією із ключових в Україні. Проектування об'єкту будівництва, ключовий етап для створення середовища економічної доцільності та досягнення цілі у вигляді прибутку. Окремим етапом в проектуванні будівельного об'єкту є розрахунок конструкції за двома групами граничних станів, саме на цьому етапі застосовується оптимальне проектування.

Сучасний стан світової практики будівництва свідчить про те, що використання оболонок різного типу і призначення, поєднують у собі легкість з високою міцністю і стійкістю, вони найбільш ефективно і економічно доцільні. Такими властивостями володіють здебільшого оболонкові системи, які на теперішній час все ширше використовуються при будівництві цивільних будівель і інженерних споруд різного призначення, а також реконструкції промислових об'єктів.

Однак оболонкові конструкції також не ідеальні, вони мають деякі недоліки. Оболонкові конструкції мають підвищену деформативність при дії зосередженого і несиметричного навантаження. У зв'язку з цим багато уваги приділяється стабілізації форм оболонок. Методи, які використовуються для зменшення деформативності оболонкових конструкцій, залежать від їх функціонального призначення. Стабілізація покриттів будівель і споруд досягається в загальному випадку попереднім напруженням ребер жорсткості, при цьому виконується підвищення жорсткості конструкції в цілому.

Розроблена методика показує досить гарні результати, які збігаються з роботами інших авторів і дає можливість використовувати для одного об'єкту дослідження два види оптимізації одночасно. Перший

етап – оптимізація форми, другий етап – багатокритеріальна параметрична оптимізація.

Дана методика дає можливість, процеси оптимізації, виконувати в автоматизованому режимі, що є важливою прикладною задачею для будівельної і прикладної механіки.

Ключові слова: оболонка мінімальної поверхні; оптимальне проектування; оптимізація оболонки; оптимізація переміщень; оптимізація ваги; багатокритеріальна параметрична оптимізація; оптимізація форми; оболонка мінімальної поверхні на трапецевидному контурі.

Постановка проблеми. Застосування оптимального проектування до оболонок мінімальних поверхонь являється сучасним розвитком для будівельної і прикладної механіки. Для таких об'єктів дослідження використовується одразу два види оптимізаційного розрахунку: оптимізація форми оболонок мінімальних поверхонь і параметрична оптимізація товщини. Така постановка задачі, дає можливість охопити велику кількість факторів, які впливають на кінцевий результат – створення оптимального проекту.

Економічна складова будь-якого об'єкту будівництва є однією із ключових в Україні. Проектування об'єкту будівництва, ключовий етап для створення середовища економічної доцільності та досягнення цілі у вигляді прибутку. Окремим етапом в проектуванні будівельного об'єкту є розрахунок конструкції за двома групами граничних станів, саме на цьому етапі застосовується оптимальне проектування. Процес оптимізації виконується у декілька етапів[1-2]:

1. Створення скінчено-елементної моделі;
2. Підбір фізико-механічних характеристик матеріалу;
3. Розрахунок: на міцність, стійкість, власні та вимушені коливання та перевірка загальних переміщень конструкцій від зовнішнього навантаження;
4. Підбір і налагодження розрахунку багатокритеріальної параметричної оптимізації;
5. Виконання розрахунку оптимізації по циклам та ітераціям – ведення безперервного автоматизованого процесу багатокритеріальної параметричної оптимізації;
6. Знаходження необхідного мінімуму (екстремуму цільової функції), який потрібний для досягнення мети (цільової функції);
7. Згідно з результатами багатокритеріальної параметричної оптимізації проектування досліджуваної конструкції, та виконання перевірочних розрахунків на: міцність, стійкість, власні та вимушені коливання та перевірка загальних переміщень конструкцій від зовнішнього навантаження

Такий підхід до проектування будівельних конструкцій є новим на будівельному ринку. Він дасть можливість за допомогою методів будівельної і прикладної механіки досягти оптимального проекту на якісно новому рівні. Нажаль, на теперішній час, ця частина не прописана в державних будівельних нормах до обов'язкового виконання і виконується тільки при бажанні замовника і проектувальника. Все обмежується лише коефіцієнтами запасу і перевірочними розрахунками, але на теперішній час при необхідності відбудови країни – цього недостатньо. Оптимальне проектування дозволяє по новому підійти до процесу проектування, яке в свою чергу дає гарні результати для реалізації будівельного комплексу в цілому.

Сучасний стан світової практики будівництва свідчить про те, що використання оболонок різного типу і призначення, поєднуючи в собі легкість з високою міцністю і стійкістю, вони найбільш ефективно і економічно доцільні. Такими властивостями володіють здебільшого оболонкові системи, які на теперішній час все ширше використовуються при будівництві цивільних будівель і інженерних споруд різного призначення, а також реконструкції промислових об'єктів. Перекриття великої площі без проміжних опор, створення легких і виразних архітектурних форм, раціональне використання міцністних характеристик матеріалу, мала чутливість до різного роду перевантаження, сейсмічні впливи, нерівномірні опади і зміщення опори роблять ці конструкції часто незамінними при будівництві звичайних та унікальних споруд.

Однак оболонкові конструкції також не ідеальні, вони мають деякі недоліки. Оболонкові конструкції мають підвищену деформативність при дії зосередженого і несиметричного навантаження. У зв'язку з цим багато уваги приділяється стабілізації форм оболонок. Методи, які використовуються для зменшення деформативності оболонкових конструкцій залежать від їх функціонального призначення. Стабілізація покриттів будівель і споруд досягається в загальному випадку попередньо напруженим ребер жорсткості, при цьому виконується підвищення жорсткості конструкції в цілому[3 – 4].

Критеріями для геометричної класифікації оболонок мінімальних поверхонь може слугувати контур плану, форма оболонки, її геометричні розміри, способи створення.

Створені оболонки мінімальних поверхонь в більшості випадків одноманітні, але кожна має своє унікальне значення і властивості. Аналіз еволюції розвитку архітектурних форм, конструкції із прямокутних стали криволінійними. Це особливо чітко видно в архітектурних формах покриття. Для розвитку нових задач проектування оболонкових конструкцій застосовують метод знаходження оптимальної форми оболонок на заданих габаритах і контурах, у плані оптимального розміру. Вирішення її повинно бути доведено до готових формул, графіків, таблиць, прикладів розрахунків та практичних рекомендацій. Найближчим часом необхідно закласти геометричну і механічну основу для створення загальної методики конструювання оболонок мінімальних поверхонь[5– 6].

Вивчення оптимальних форм оболонок мінімальних поверхонь, повинно бути з детальним використанням способів апроксимації поверхонь. Представляється відповідний вибір розмірів і геометричних форм плоских контурів, які найкраще відтворюють задану криволінійну поверхню. При цьому велике значення має відносне спотворення поверхні, яке визначає як відношення збільшення площі апроксимуючої поверхні до її теоретичної площі. Оптимальні контури, з яких створюються оболонки мінімальних поверхонь, повинні відповідати наступним вимогам: довжина швів в межах оболонки мінімальних поверхонь - мінімальною, розміри контуру – відповідати стандартним розмірам для прокатної сталі, залишки від матеріалів - мінімальними, приближення форми оболонки мінімальної поверхні до теоретичної - якомога точніше.

Основна частина.

1. Моделювання мінімальних поверхонь для опису форми оболонок на основі рівняння рівноваги і заданого контуру. Задачі моделювання мінімальних поверхонь оболонок при заданих розмірах контуру розв’язуються за допомогою структурних сплайнів, поняття яке введене, за аналогією, з поняттям найпростішого кубічного сплайну. Структурний сплайн – це математична модель опису поверхні оболонки, в якомусь сенсі, еквівалентна конструкції, що розраховується, за геометричними показниками і властивостями міцності. Так, при розв’язуванні задач формоутворення оболонок мінімальних поверхонь використовуються структурні сплайни, які є моделями процесів розтягнення, або роздування на жорстких і гнучких контурах різних високоеластичних плівок, мембран і сіток. Рівняння рівноваги моделі мильної плівки, отримане після введення допуску про ізотропність та постійність напруженого стану у вигляді кульового тензора в елементарній області мембранної оболонки, яку можна представити у вигляді[7]:

$$\sum_{e=1}^{E}\left(\delta U_{(e)} - \delta L_{(e)}\right) = 0, \tag{1.1}$$

де $\delta U_{(e)}$ – варіація енергії деформації плівкою скінченого елементу; $\delta L_{(e)}$ – віртуальна робота зовнішніх сил.

Вираз варіації енергії деформації плівкою скінченого елемента, можна представити наступними рівняннями:

$$\delta U_{(e)} = \int\limits_{U_{(e)}} \left(G^{\alpha\beta} + B^{\alpha\beta k\varepsilon}\gamma_{k\varepsilon}\right)\delta\, \gamma_{\alpha\beta}\sqrt{G dx^1 dx^2 dx^3}. \tag{1.2}$$

$$G^{\alpha\beta} = p\sqrt{G/gG^{\alpha\beta}}. \quad (1.3)$$

$$B^{\alpha\beta k\varepsilon} = p\sqrt{G/g(G^{\alpha k}G^{\beta\varepsilon} + G^{\alpha\varepsilon}G^{\beta k})}, \quad (1.4)$$

де p – постійна інтегрування відповідного лінійного диференціального рівняння мильної плівки (фізичне значення мембранного зусилля в основному стані).

Тензор B^4 подібний до відповідного рівняння стану при $\lambda = 0$ і $\mu = p$ або нестисливого пружного ізотропного тіла. Ненавантажена плівка, рівновага якої описується однорідним варіаційним рівнянням енергії деформації

$$\int_S pG^{\alpha\beta}\sqrt{G/g\delta\gamma_{\alpha\beta}}\sqrt{gdx^1dx^2} = 0 \quad (1.5)$$

приймає форму мінімальної поверхні, яка відповідає конфігурації заданого опорного контуру.

Розв’язання задачі математичного моделювання оболонки мінімальної поверхні у відповідності до варіаційного рівняння (1.5) реалізоване на основі методу Ньютона-Канторовича у поєднанні з методом продовження по параметру [8], в якості якого прийнятий зсув жорсткого внутрішнього кільця. Розрахована схема, з урахуванням двох площин симетрії, включає в себе ¼ частину поверхні, а топологічна структура тонкої оболонки мінімальної поверхні має форму двох півкіл радіусом 3 м і 5 м.

При побудові оболонки мінімальної поверхні та розв’язання нелінійного рівняння рівноваги методом послідовних наближень з використанням відповідного лінійного диференціального рівняння рівноваги.

2. Основні співвідношення лінійної теорії тонких пружних оболонок мінімальної поверхні при чисельному дослідженні багатокритеріальної параметричної оптимізації. Розглянемо тонкі пружні оболонки мінімальної поверхні змінної товщини. Оболонки виконані із матеріалу, який працює в межах загальному закону Гука. При цьому враховуємо, що переміщення малі, в порівняні з товщиною оболонки, тому приймаємо лінійну теорію оболонок, яка базується на гіпотезах Кірхгофа-Лява [9].

Віднесемо серединну поверхню оболонки до ортогональної системи координат α, β. Тоді координатними лініями будуть лінії головної кривизни. Товщина оболонки h, яка вираховується від серединної поверхні в напрямку нормалі, є змінною $h = h(\alpha, \beta)$.

У декартовій системі координат x, y, z рівняння серединної поверхні можна записати в параметричній формі[10]:

$$x = x(\alpha, \beta); y = y(\alpha, \beta); z = z(\alpha, \beta). \quad (1.6)$$

Перша і друга квадратна форма для даної серединної поверхні має вигляд:

$$\varphi_1 = A^2(\alpha\alpha)^2 + B^2(\alpha\beta)^2;\ \varphi_1 = L(\alpha\alpha)^2 + N(\alpha\beta)^2 \quad (1.7)$$

де A і B – параметри Ламе, які пов’язані з приростом дуг координатних ліній рівності.

$$\partial S_1 = A\alpha\alpha;\ \partial S_2 = B\alpha\beta. \quad (1.8)$$

Коефіцієнти L і N другої квадратичної форми повязані з радіусом головної кривизни R_1 і R_2 співвідношеннями:

$$\frac{1}{R_1} = -\frac{L}{A_2};\ \frac{1}{R_2} = -\frac{N}{B^2}. \quad (1.9)$$

Переміщення серединної поверхні оболонки під дією прикладених термосилових навантажень характеризується компонентами $\mu(\alpha, \beta)$, $v(\alpha, \beta)$, $\omega(\alpha, \beta)$ напрямок яких співпадає з напрямком координатних ліній x, y, z відповідно.

В загальному випадку вирішуючи рівняння лінійної теорії оболонок представляють собою систему диференційних рівнянь восьмого порядку в частинних похідних [11].

В деяких практично важливих випадках рівняння лінійної теорії оболонок вдається спростити і звести до загального диференційного рівняння. Розглянемо два таких випадки.

До першого відносяться оболонки обертання. Розкладені шукані функції в ряди Фур’є по кутовій координаті дозволяють розділити змінні і звести задачу розрахунку таких оболонок до крайової задачі для системи звичайних диференційних рівнянь. Приведемо основні співвідношення моментної теорії оболонок мінімальних поверхонь, у випадку дії статичних навантажень, що не створюють асиметричне кручення.

В якості гаусових координат α, β серединної поверхні обираємо довжину дуги, яка створена перетинанням довільної площини симетрії, проходячи через вісь обертання з поверхнею оболонки і кут ψ, який визначає положення цієї дуги по відношенню до деякої фіксованої дуги. Кут між нормаллю і серединною поверхнею оболонки і віссю її симетрії виразим через θ, радіус кола, який створений перетинанням серединної поверхні площини, нормальною до осі симетрії, позначимо r. У такому випадку $A = 1; B = r$;

$$\frac{\partial r}{\partial s} = \cos\theta\,;\ \frac{1}{R_2} = \frac{\sin\theta}{r}. \tag{1.10}$$

Деформації серединної поверхні ε_1, ε_r, кут повороту нормалі ϑ_1 і параметри зміни кривизни ae_1, ae_2 пов'язані з формулами переміщення оболонок мінімальних поверхонь

$$\varepsilon_1 = \frac{du}{ds} + \frac{\omega}{R_1};\ \varepsilon_r = \frac{\cos\theta}{r}u + \frac{\sin\theta}{r}\omega; \tag{1.11}$$

$$\vartheta_1 = \frac{u}{R_1} - \frac{d\omega}{ds};\ ae_1 = \frac{d\vartheta_1}{ds};\ ae_2 = \frac{\cos\theta}{r}\vartheta_1. \tag{1.12}$$

Зв'язок поздовжніх зусиль T_1 і T_2 і згинальних моментів M_1, M_2 з компонентами деформацій виражається за допомогою закону Гука:

$$T_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2);\ T_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1); \tag{1.13}$$

$$M_1 = D(ae_1 + \nu ae_2);\ M_2 = D(ae_2 + \nu ae_1). \tag{1.14}$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}. \tag{1.15}$$

E – модуль Юнга, D – циліндрична жорсткість, ν – коефіцієнт Пуассона.

Рівняння рівноваги елементів оболонки мінімальної поверхні:

$$\frac{d}{ds}(rT_1) - T_2\cos\theta + \frac{r}{R_1}\theta_1 + rq_1 = 0$$

$$\frac{d}{ds}(rQ_1) - \frac{r}{R_1}T_1 - T_2\sin\theta + rq_3 = 0 \tag{1.16}$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{ds}(rM_1) - \frac{1}{r}M_2\cos Q - Q_1 = 0.$$

де Q_1 – перерізуючи зусилля; q_1, q_3 – компоненти вектора інтенсивності зовнішнього навантаження.

Напруження в точці оболонки мінімальної поверхні на відстані z від серединної поверхні виражається через мембрані і згинальні зусилля:

$$\sigma_1 = \frac{T_1}{h} + \frac{12M_1}{h_3}z;\ \sigma_2 = \frac{T_2}{h} + \frac{12M_1}{h_3}z. \tag{1.17}$$

Виключаючи із (1.11-1.15) ε_1, ae_1 отримаємо систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{du}{ds} = -\frac{\omega}{R_1} + \frac{1}{Eh}(T_1 - \nu T_2);$$

$$\frac{d\omega}{ds} = \frac{u}{R_1} - \vartheta;\ \frac{d\vartheta_1}{ds} = \frac{12}{Eh^3}(M_1 - \nu M_2);$$

$$\frac{dT_1}{ds} = -\frac{1}{r}(T_1 - T_2)\cos\theta - \frac{1}{R_1}Q_1 - q; \tag{1.18}$$

$$\frac{dQ_1}{ds} = \frac{1}{R_1}T_1 + \frac{1}{r}T_2 \sin\theta - \frac{1}{r}Q_1 \cos\theta - q_3;$$

$$\frac{dM_1}{ds} = Q_1 - \frac{1}{r}(M_1 - M_2)\cos\theta.$$

Після виключення із (1.18) T_2 і M_2 за допомогою співвідношень (1.15 – 1.14) система диференційних рівнянь може бути представлена у вигляді

$$\frac{dy}{ds} = f[s, h(s)]y + q(s). \tag{1.19}$$

де $y(s) = col(u, \omega, \vartheta_1, T_1, Q_1, M_1)$ – вектор стану; f – матриця змінних коефіцієнтів; $q(s)$ – вектор навантаження.

Рівняння (1.19) представляє собою систему звичайних диференційних рівнянь шостого порядку. Для їх вирішення необхідно задати шість граничних умов – по три на кожному краю [12].

До другого випадку відносяться довгі циліндричні оболонки мінімальних поверхонь, для яких умови опирання на диск жорсткості і задання навантаження незмінне вздовж прямолінійних утворень. Згідно принципу Сен-Венана, на достатній відстані від торців напружено-деформованого стану таких оболонок можна рахувати не залежним від способу опирання торців.

Припустимо, що напрямок прямолінійних утворень співпадає з напрямком координатних ліній α. Тоді

$$\frac{1}{R_1} = 0; A = 1. \tag{1.20}$$

Елемент оболонки одиничної ширини $(\Delta\alpha) = I$ розташований вздовж координатної лінії β, працює в умовах плоскої деформації, що призводить до наступних співвідношень, які пов'язані з деформацією серединної поверхні ε_2, параметр зміни кривизни ae_2, кут повороту нормалі ϑ_2 з переміщеннями[13]:

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{B}\frac{dv}{d\beta} + \frac{\omega}{R_2};\ ae_2 = \frac{1}{B}\frac{du}{d\beta};$$

$$v_2 = -\frac{1}{B}\frac{d\omega}{d\beta} + \frac{v}{R_2}. \tag{1.21}$$

Співвідношення пружності в цьому випадку мають наступний вигляд:

$$T_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2}\nu\varepsilon_2;\ T_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2}\nu\varepsilon_2;\ M_1 = \nu D ae_2;\ M_2 = D ae_2. \tag{1.22}$$

Беручи до уваги, що

$$T_1 = \nu T_2;\ M_1 = \nu M_2;\ \varepsilon_2 = \frac{(1-\nu^2)}{Eh}\,T_2; ae_2 = \frac{M_2}{D}. \tag{1.23}$$

Рівняння рівноваги виразимо у вигляді:

$$\frac{1}{B}\frac{dQ_2}{d\beta} - \frac{T_2}{R_2} + q_3 = 0;$$

$$\frac{dT_2}{d\beta} + \frac{B}{R_2}Q_2 + Bq_2 = 0; \tag{1.24}$$

$$\frac{1}{B}\frac{dM_2}{d\beta} - Q_2 = 0.$$

де Q_2 – перерізуючи зусилля; q_2 і q_3 – компоненти вектора інтенсивності зовнішнього навантаження [13].

Вводячи позначення $T_2 = T, M_2 = M, Q_2 = Q', v_2 = v, R_2 = R$ із (1.22 – 1.24) отримаємо наступну систему звичайних диференційних рівнянь:

$$\frac{dv}{d\beta} = -\frac{B}{R}\omega + \frac{(1-\nu^2)}{Eh}T;$$

$$\frac{d\omega}{d\beta} = -Bv + \frac{B}{R}v;$$

$$\frac{dv}{d\beta} = \frac{B}{D}M, \frac{dT}{d\beta} = -\frac{B}{R}Q - Bq_2; \qquad (1.25)$$

$$\frac{dQ}{d\beta} = \frac{B}{R}T - Bq_3, \frac{dM}{d\beta} = BQ.$$

Система диференціальних рівнянь (1.25) має шостий порядок, і для її вирішення необхідно задати шість граничних умов (по три на кожному краю) [14].

3. Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні з трапецевидному контурі.

Для виконання дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі була побудована скінчено-елементна модель з пластинчастих скінченних елементів ***plate*** в кількості 912 штук та вузлів 975 штук. Вздовж осі ***y*** по двом краям оболонки в кожному вузли задано жорстке защемлення, що пов’язує оболонку мінімальної поверхні на трапецевидному контурі з диском землі. Задано зовнішнє навантаження, яке складається з комбінації температурного і статичного, при їх комбінації утворює термосилове навантаження. Розрахункова модель зображена на рис. 1.1.

Перед процесом дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації виконується налаштування цільової функції ваги і переміщення. Змінні проектування є товщиною оболонки від 1 до 100 мм. Обмеження виражені напруження по Мізесу 260 МПа. Після виконання розрахунку параметричної оптимізації маємо значення напружень на рис 1.2., переміщень на рис 1.3 та розподіл товщини 1.4, а також графік зміни цільових функцій на рис 1.5.

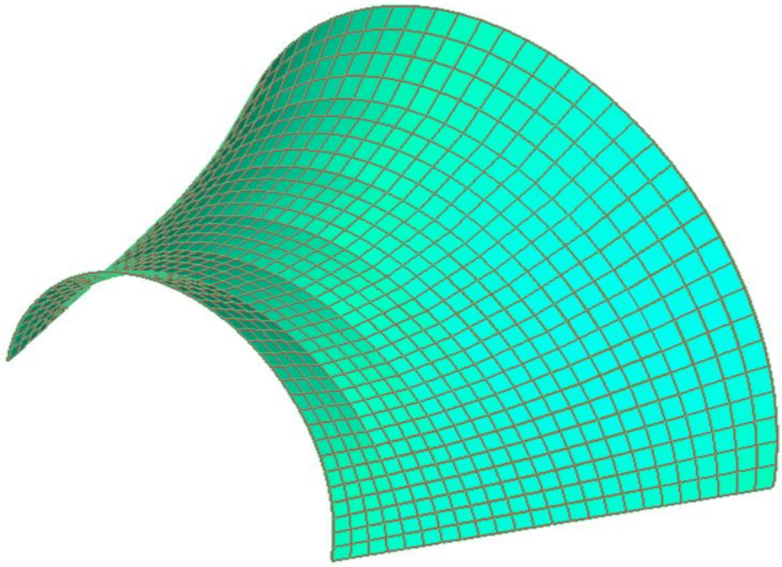

Рис 1.1 Скінчено-елементна модель оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі.

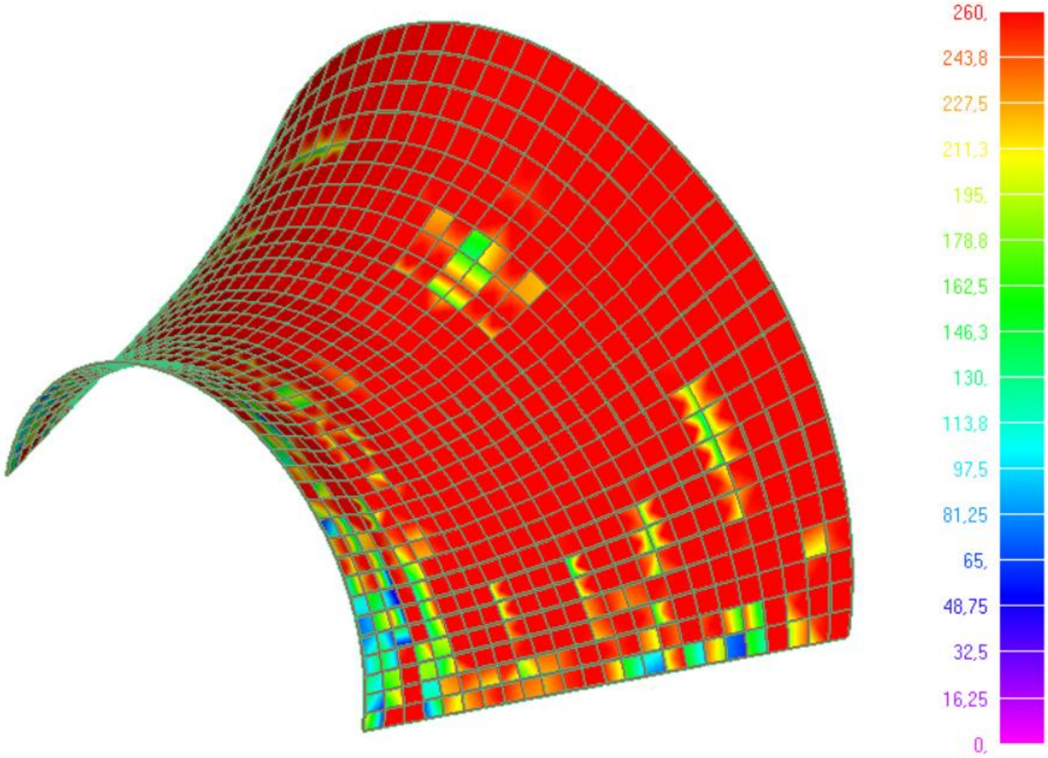

Рис 1.2. напруження по Мізесу оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації.

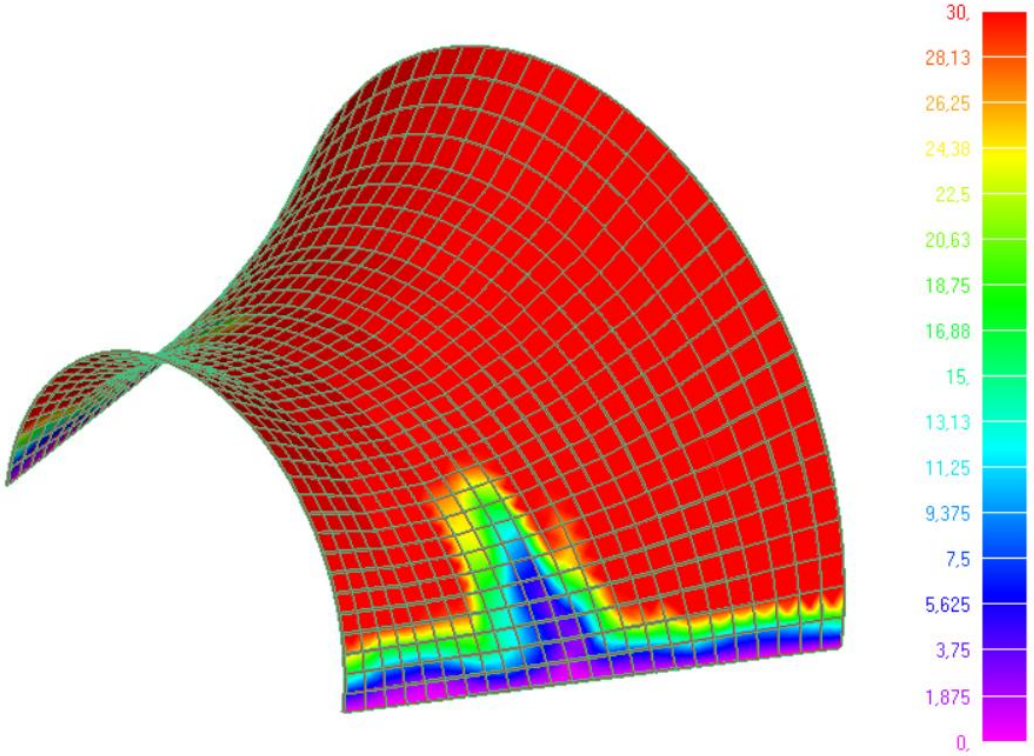

Рис 1.3. переміщення оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації.

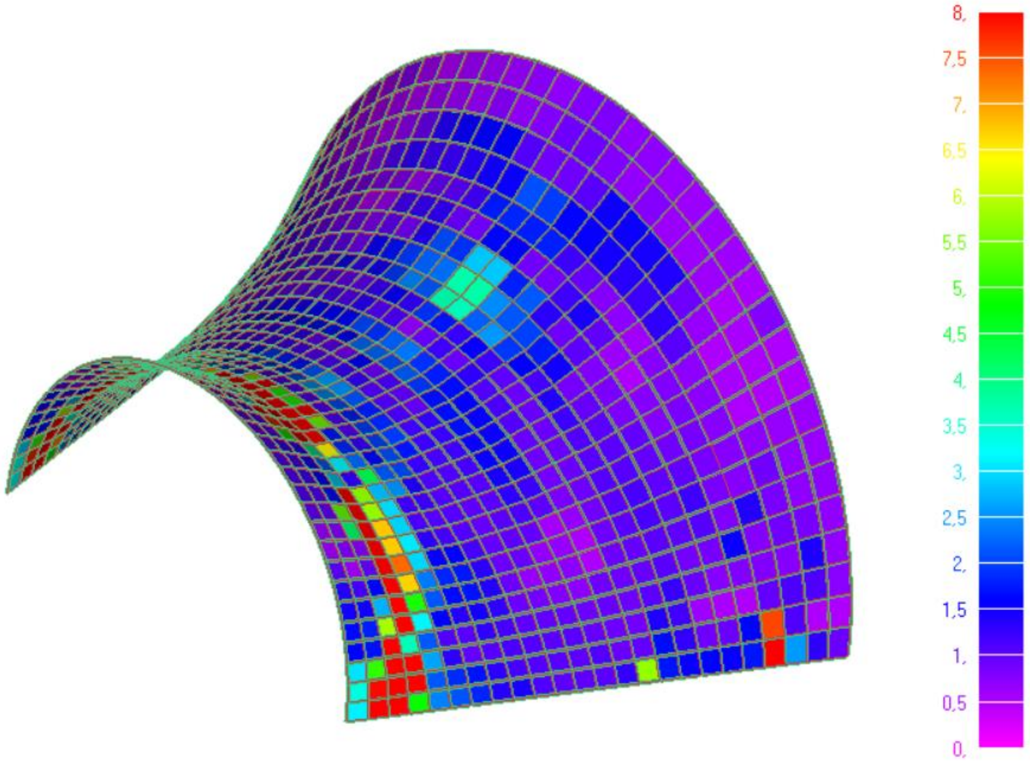

Рис 1.4. розподіл товщини оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації.

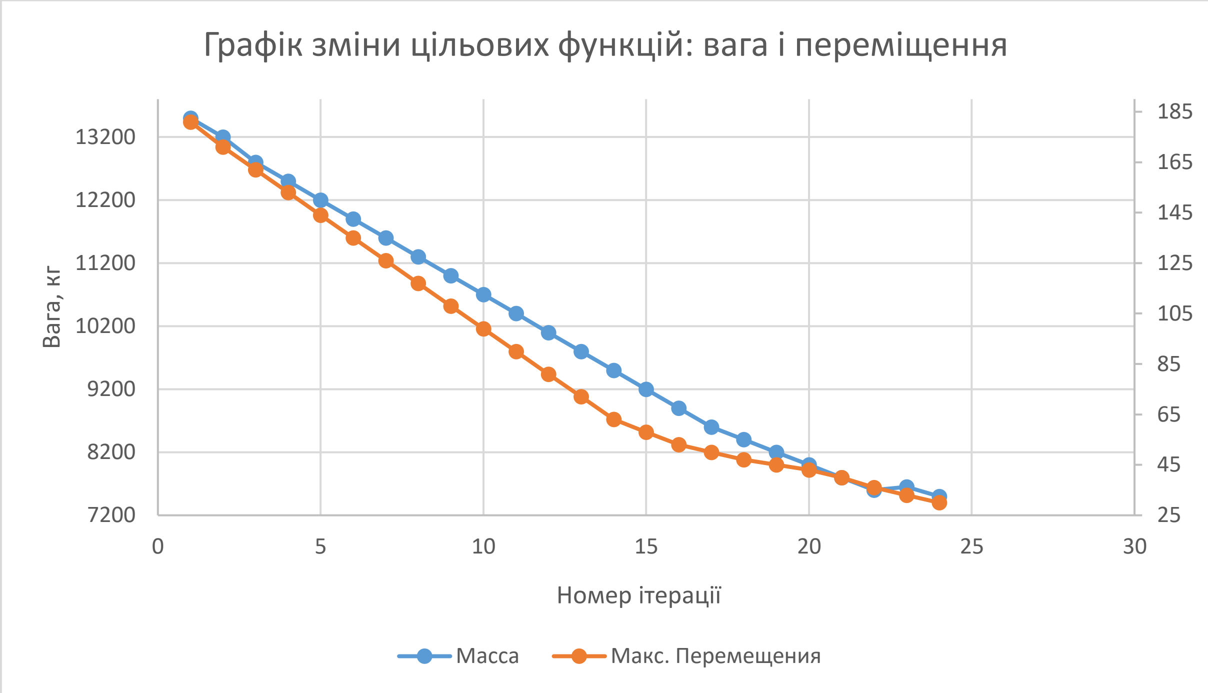

Рис 1.5. розподіл товщини оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації.

4. Результати чисельного дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі. За допомого багатокритеріальної параметричної оптимізації вдалося зменшити вагу оболонки на 34,4%, що становить 5000 кг листової сталі, та за допомогою перерозподілу товщини переміщення зменшилися у 6,0 рази і становлять 30 мм рис 1.5. Напруження по Мізесу відповідають обмеженню 260 МПа рис 1.2. Слід зазначити теоретичний оптимум цільових функцій, в точці пересікання двох цільових функцій виконаний на відмітці 260 МПа, що становить обмеження, можемо зробити висновок, не дивлячись, що дві цільові функції конфліктують, в точці оптимуму, при даній постановці задачі вони працюють досить ефективно.

Висновки та перспективи. Розроблена методика показує досить гарні результати, які збігаються з роботами інших авторів і дають можливість використовувати для одного об’єкту дослідження два види оптимізації одночасно. Першим етапом – оптимізація форми, другим – багатокритеріальна параметрична оптимізація.

Дана методика дає можливість, процеси оптимізації, виконувати в автоматизованому режимі, що є важливою прикладною задачею для будівельної і прикладної механіки.

Література

1. *Герасимов, Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В.* Многокритериальная оптимизация конструкций. Донецк: Вища шк. Главное Изд-во Киев, 1985. 134 с.
2. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. Москва : Мир, 1985. 509 с.
3. *Ігнатишин М. І.* Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. Мукачево: РВВ МДУ, 2017. 172 с.
4. *Іванченко Г.М., Кошевий О.О.* Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливань оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Київ : КНУБА, 2022. Випуск 102. С. 67 – 83.
5. *Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Жупаненко І.В.* Параметрична оптимізація вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні. Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин. 2022. № 50 (1). С. 22–34.
6. *Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П.* Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні / *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник.* Київ : КНУБА, 2022. Вип. 109. С. 50-65
7. *Іванченко Г.М., Кошевий О.О.* Параметрична оптимізація вимушених частот коливання двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні при термосиловому навантаженні / *Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка»*. Київ : КНУБА, 2022. Випуск 103. С. 67 – 81.
8. *Кошевий О.О.* Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття / *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. Київ : КНУБА, 2019. Вип. 103. С. 253-265.
9. *Кошевий О.О.* Оптимізація стального звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання / *Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник*. Київ : КНУБА. 2018. Вип.3. С.34 – 50.
10. *Кошевий О.О., Кошева І.С.* Багатокритеріальна параметрична оптимізації в парі цільових функцій: вага і переміщення оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантажені / *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2022. № 49 (1). С. 66 – 78.
11. *Кошевий О.П. Кошевий О.О.* Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями / *Містобудування та територіальне планування*. Київ : КНУБА, 2015. Вип. 55. С. 215 – 227.
12. *Кошевий О.П. Кошевий О.О.* Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі / *Містобудування та територіальне планування*. Київ : КНУБА, 2016. Вип. 59. С. 234 – 244
13. *Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О.* Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні / *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. Київ : КНУБА, 2022. Вип. 108. С. 309 – 324.

14. *Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М.* Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. Москва : Наука, 2006. 544 с.

Referenses

1. *Herasymov, E.N., Pochtman YU.M., Skalozub V.V.* Mnohokryteryal′naya optymyzatsyya konstruktsyy. (Multicriteria optimization of structures). Donetsk: Vyshcha shk. Hlavnoe Yzd-vo Kyev, 1985. 134 s.
2. *Hyll F., Myurrey U., Rayt M.* Praktycheskaya optymyzatsyya (Practical optimization). Moscow : Myr, 1985. 509 s.
3. *Ihnatyshyn M. I.* Mekhaniko-matematychne modelyuvannya elementiv mostovykh konstruktsiy (opora, balka, plyta). (Mechanical and mathematical modeling of elements of bridge structures (support, beam, slab)): monohrafiya. Mukachevo : RVV MDU, 2017. 172 s.
4. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O.* Chysalne doslidzhennia parametrychnoi optymizatsii vymushenykh chastot kolyvan obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Numarical study of the parametric optimization of the forced frequency of oscillations of the minimum surface shell on the square contour under thermal load) / *Interdepartmantal scientisic and technical collection "Applied geometry and engineering graphics"*. Kyiv : KNUBA, 2022. Issue 102. P. 67-83.
5. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O., Zhupanenko I.P.* Parametrychna optymizatsiia vymushenykh chastot kolyvannia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Parametric optimization of frequency oscillation minimum surface shell on a rectangular contour under thermal load) / Ways to increase the efficiency of construction in the conditions in the formation of market relations. 2022. No. 50(1). P. 22-34.
6. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O., Koshevyi O.P.* Chyselna realizatsiia bahatokryterialnoi parametrychnoi optymizatsii obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Numerial implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermforce loading) / *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv : KNUBA, 2021. Issue108. P. 309–324.
7. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O.* Parametrychna optymizatsiia vymushenykh chastot kolyvannia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Parametric optimization of forced frequencies of oscillation of a double-connected coned shell of minimum surface under thermal loading) / *Interdepartmantal scientisic and technical collection "Applied geometry and engineering graphics"*. Kyiv : KNUBA, 2022. Issue 103. P. 67-81.
8. *Kosheviy O.O.* Optymalne proektuvannia tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkamy pokryttia. (Optimal design of cylindrical tanks with rigid

coating shells) / *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv: KNUBA, 2019. Issue103. P. 253–265.
9. *Koshevyi O.O.* Optymizatsiya stalʹnoho zvarenoho rezervuaru pry obmezhenni: napruzhenʹ, peremishchenʹ, vlasnykh chastot kolyvannya. (Optimization of steel welded tank with limitation: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations) / *Budivel'ni konstruktsiyi. Teoriya i praktyka: nauk.-tekhn. zbirnyk*. Kyiv : KNUBA. 2018. Vyp.3. S.34 – 50.
10. *Kosheviy O.O., Kosheva I.S.* Bahatokryterialna parametrychna optymizatsii v pari tsilovykh funktsii: vaha i peremishchennia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Multicriterial parametric optimization in a pair of target functions: weight and movement of the shell minimum surface on the straight) / *Ways to increase the efficiency of construction in the conditions in the formation of market relations*. 2022. No. 49(1). P. 66-78.
11. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Chyselʹne doslidzhennya vlasnykh kolyvanʹ roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimalʹnymy poverkhnyamy. (Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces) / *Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya*. Vyp. 55. Kyiv : KNUBA, 2015. S. 215-227.
12. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Vlasni kolyvannya obolonok minimalʹnykh poverkhonʹ na kruhlomu ta kvadratnomu konturi. (Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour) / Mistobuduvannya ta terytorialʹne planuvannya. Kyyiv, KNUBA, 2016. Vyp. 59. S. 234-244.
13. *Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Grigoryeva L.O.* Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under the rmalloading. (Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under the rmalloading) / *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv : KNUBA, 2021. Issue108. P. 309–324.
14. *Kryvoshapko S.V., Yvanov V.N., Khalaby S.M.* Analytycheskye poverkhnosty: materyaly po heometryy 500 poverkhnostey y ynformatsyya k raschetu na prochnostʹ tonkykh obolochek. (Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells). Moscow : Nauka, 2006. 544 s.

Ph.D., assistant Professor **Kosheviy O.O.,**
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1903-2905
Kyiv National University of Construction and Architecture» (KNUCA)

MULTI-CRITERIA PARAMETRIC OPTIMIZATION OF THE DISPLACEMENT AND WEIGHT OF THE SHELL OF THE MINIMUM SURFACE ON A TRAPEZOIDAL CONTOUR UNDER THERMAL AND POWER LOADING

The application of optimal design to shells of minimal surfaces is a modern development in structural and applied mechanics. For such objects of study, two types of optimization calculations are used at once: optimization of the shape of the shells of minimal surfaces and parametric optimization of thickness. This formulation of the problem makes it possible to cover a large number of factors that affect the result - the creation of an optimal design.

The economic component of any construction project is one of the key ones in Ukraine. Designing a construction project is a key stage for creating an environment of economic feasibility and achieving the goal of profit. A separate stage in the design of a construction project is the calculation of the structure in two groups of limit states, which is where optimal design is applied.

The current state of global construction practice shows that the use of shells of various types and purposes, combining lightness with high strength and stability, is the most efficient and cost-effective. These properties are mainly possessed by shell systems, which are nowadays increasingly used in the construction of civil buildings and engineering structures for various purposes, as well as in the reconstruction of industrial facilities.

However, shell structures are not perfect either, and they have some drawbacks. Shell structures have increased deformability under concentrated and non-symmetric loads. In this regard, much attention is paid to stabilizing the shape of shells. The methods used to reduce the deformability of shell structures depend largely on their functional purpose. Stabilization of coatings of buildings and structures is generally achieved by restressing the stiffeners, while increasing the stiffness of the structure as a whole.

The developed methodology shows quite good results that coincide with the works of other authors and makes it possible to use two types of optimization for one research object simultaneously. The first stage is shape optimization, and the second stage is multicriteria parametric optimization.

This methodology makes it possible to perform optimization processes in an automated mode, which is an important applied task for construction and applied mechanics.

Keywords: minimum surface hull; optimal design; hull optimization; displacement optimization; weight optimization; multicriteria parametric optimization; shape optimization; minimum surface hull on a trapezoidal contour.