УДК 514.18
DOI: 10.32347/0131-579x.2023.105.180-189

к. т. н., доцент **Павленко О.М.,**
alexander8944@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8646-2622
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького
Мелітопольська школа прикладної геометрії
імені Володимира Найдиша

КОМПОЗИЦІЙНЕ ІНТЕРПОЛЮВАННЯ КРИВИХ ЛІНІЙ З КРАТНИМИ ТОЧКАМИ

На прикладі показано методику упорядкування дворозмірних компоматриць точкових шляхом введення кратних елементів – точок у відповідних її рядках та стовпцях, що призводить до утворення прямокутних компоматриць для не чотирикутних сегментів поверхонь. Це надає можливість застосовувати єдину однакову методику композиційної геометричної інтерполяції і для чотирикутних, і для трикутних комірок сегментів поверхонь. А це, у свою чергу, спрощує програмну реалізацію створення композиційних геометричних моделей сегментів поверхонь, зменшує їх ресурсовитратність і, як наслідок, підвищує ефективність під час використання цих моделей.

Наведено приклади щодо розкриття невизначеностей стосовно значень характеристичних функцій для кривих ліній, що містять кратні точки. Розроблено спосіб співставлення індексів характеристичних функцій з індексом їхніх параметрів, що дозволяє на практиці оминати операції розкриття невизначеностей, з метою знаходження значень цих невизначеностей. Застосування цього способу дозволяє скоротити лістинги програмних реалізацій компоінтерполяції кривих ліній з кратними точками, що, у свою чергу, зменшує ресурсовитратність у обчисленнях, пришвидшує прийняття відповідних управлінських рішень і, як наслідок, підвищує ефективність функціонування досліджуваного реального об'єкту.

Ключові слова: композиційна інтерполяція, точковий поліном, дворозмірні композиційні матриці точкові, композиційна матриця.

Постановка проблеми. Композиційне геометричне інтерполювання кривих ліній з кратними точками є актуальним для кривих ліній, що входять до складу каркасів ліній сегментів поверхонь і сегментів геометричних тіл. Річ у тім, що композиційні геометричні моделі створюються для сегментів, каркаси ліній яких, окремо за кожним із параметричних напрямів, містять однакову кількість базисних точок. Тобто, за параметричним напрямом U усі ребра каркасу ліній містять l базисних точок, а за параметричним напрямом V – містять m базисних точок. Для геометричного тіла ще додається третій параметричний напрям *W*, ребра каркасу ліній за яким містять *n* базисних точок. Така вимога щодо утворення композиційних геометричних моделей спрощує сам процес їхнього утворення і зменшує ресурсовитратність їхньої програмної реалізації та їхнього використання.

Вихідні сегменти дискретних поверхонь та дискретних геометричних тіл формуються за результатами знімання показників перебігу процесів за визначеними його характеристиками. При цьому, під час знімання показників обов'язково фіксується їх місцезнаходження та час і в жодному разі не йдеться про належність до ребер чи то каркасів ліній. В результаті чого, утворюється певна хмара точок із показників процесів, що визначені за місцезнаходженням і за часом, яка у подальшому перетворюється у геометричну фігуру, що являє собою каркас точок, тобто множину точок. Ця множина точок, у подальшому, обов'язково розбивається на підмножини дискретних ребер каркасів ліній за певними параметричними напрямами, що визначають досліджуваний об'єкт. При цьому, кількість каркасів дискретних ліній відповідає кількості параметричних напрямів геометричного об'єкту. У більшості випадків, за результатом знімання показників, дискретні ребра одного каркасу ліній містять різну кількість базисних точок, хоча можуть траплятися також і ребра, що мають однакову кількість базисних точок

Отже, виникає питання, яким чином перейти від ребер сегменту з різною кількістю базисних точок, за обраним параметричним напрямом, до ребер, що мають однакову кількість базисних точок за цим напрямом?

Формулювання цілей статті. Розглянути питання упорядкування вихідних дворозмірних компоматриць точкових шляхом створення прямокутних масивів елементів для сегментів поверхонь, які не є чотирикутними.

Аналіз останніх досліджень. Розробляється композиційне геометричне моделювання в Мелітопольській школі прикладної геометрії мені Володимира Найдиша. Її засновником є професор Верещага В.М. [1]. На початковому рівні композиційне геометричне моделювання дістало свій розвиток у роботах Євгена Адоньєва [2] та Ксенії Лисенко [3], а також опубліковано у роботах [4, 5, 6]. Під початковим рівнем усвідомлюватимемо розв'язання задач без узагальнення на *n* базисних точок вихідного дискретного геометричного об'єкту.

Подальший розвиток композиційне геометричне моделювання дістало у роботах [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15].

Основна частина. Нехай, за результатами знімання показників реального процесу і створення каркасів дискретних ліній, за обома параметричними напрямами, утворюється сегмент поверхні (рис. 1). У якого базисні точки дискретних ребер з'єднані відрізками прямих і утворюють супровідні ламані лінії (СЛЛ) для кожного з цих ребер.

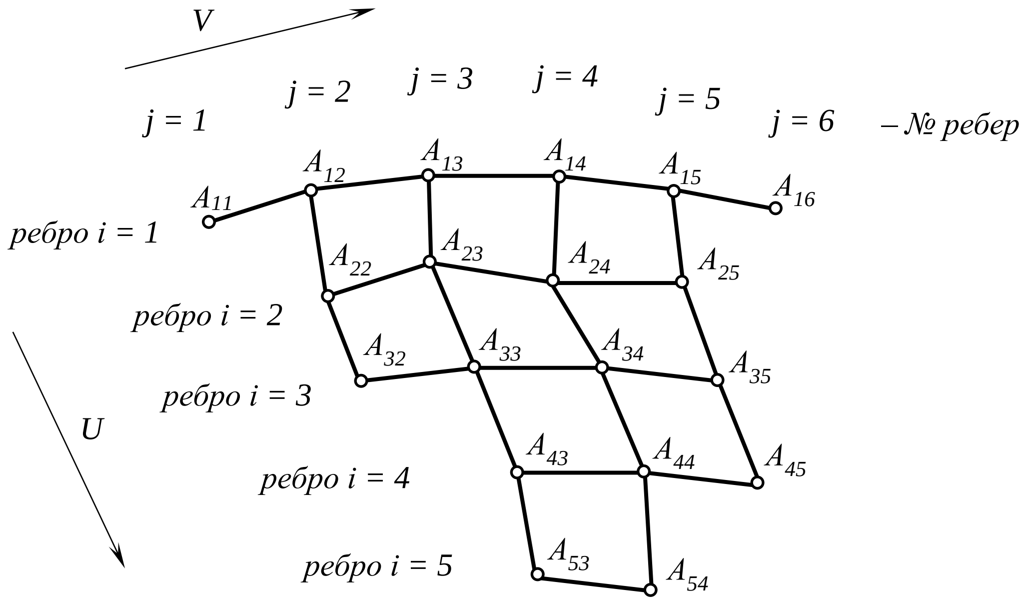

Рис.1. Сегмент вихідної дискретної поверхні

Як бачимо (рис. 1), кількість лінійних каркасів збігається з кількістю параметричних напрямів сегменту поверхні; у кожній базисній точці обов’язково перетинаються дві супровідні ламані лінії (СЛЛ); ребра обох каркасів ліній перетинаються лише у базисних точках, а не деінде.

Композиційна матриця точкова, що дискретно формалізує цей сегмент дискретної поверхні має наступний вигляд:

$$\left[\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ \varnothing & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & \varnothing \\ \varnothing & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & A_{43} & A_{44} & A_{45} & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & A_{53} & A_{54} & \varnothing & \varnothing \end{bmatrix}\right], \text{ де } \varnothing \text{ – порожні елементи.} \qquad (1)$$

Упорядкування точкової компоматриці (1), за параметричним напрямом U, виглядатиме:

$$^{U}\left[\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{11} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{16} \\ A_{11} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{16} \\ A_{11} & A_{32} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{16} \\ A_{11} & A_{32} & A_{53} & A_{54} & A_{45} & A_{16} \end{bmatrix}\right] = {}^{U}\left[\!\left[A_{ij} \right]\!\right]_{\substack{i=\overline{1,5};\\ j=\overline{1,6}}}, \text{ де} \qquad (2)$$

1) $A_{21} = A_{31} = A_{41} = A_{51} = A_{11}$; 2) $A_{42} = A_{52} = A_{32}$; 3) $A_{55} = A_{45}$; 4) $A_{26} = A_{36} = A_{46} = A_{56} = A_{16}$.

Упорядкування точкової компоматриці (1), за параметричним напрямом V, виглядатиме:

$$
{}^{V}\left[\left[\begin{matrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{22} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{25} \\ A_{32} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{35} \\ A_{43} & A_{43} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{45} \\ A_{53} & A_{53} & A_{53} & A_{54} & A_{54} & A_{54} \end{matrix}\right]\right] = {}^{V}\left[\left[A_{\substack{ij \\ i=\overline{1,5}; \\ j=\overline{1,6}}}\right]\right], \text{ де} \qquad (3)
$$

1) $A_{21} = A_{22}$, $A_{26} = A_{25}$; 2) $A_{31} = A_{32}$, $A_{36} = A_{35}$; 3) $A_{41} = A_{42} = A_{43}$, $A_{46} = A_{45}$; 4) $A_{51} = A_{52} = A_{53}$, $A_{55} = A_{56} = A_{54}$.

Отже, упорядкування дворозмірної компоматриці точкової (1) призвело до відповідних компоматриць (2) і (3), які містять кратні елементи, а це означає, що і відповідні ребра каркасів ліній дискретної поверхні (рис. 1) також міститимуть кратні базисні точки.

В результаті наведеного упорядкування ми отримали прямокутні компоматриці точкові (2) і (3) для не чотирикутного сегменту заданої поверхні (рис. 1). Тобто, усі рядки цих компоматриць (2) і (3) містять одинакову кількість елементів – $j = 6$ і усі їхні стовпці містять іншу, але також одинакову, кількість елементів – $i = 5$.

Надалі, на цьому ж прикладі покажемо і обґрунтуємо можливість композиційної інтерполяції кривих ліній з кратними базисними точками.

У загальному вигляді, негармонізовані двопараметричні точкові поліноми для сегменту поверхні, що є зорієнтованим відносно параметричної площини *UV*, має наступний вигляд:

$$
M_{lm} = \sum_{i=j=1}^{l,m} A_{ij} \cdot p_{ij}(u) \cdot q_{ij}(v), \; 0 \le u : v \le 1. \qquad (4)
$$

Звідкіля ребра каркасу ліній, за параметричним напрямом *V* матимуть наступний вигляд:

$$
M_m = \sum_{j=1}^{m} A_{ij} \cdot p_{ij}(u_i) \cdot q_{ij}(v) = \sum_{j=1}^{m} A_{ij} \cdot 1 \cdot q_{ij}(v) = \sum_{j=1}^{m} A_{ij} \cdot q_{ij}(v), \; i = \overline{1,l}; \qquad (5)
$$
$$
0 \le u : v \le 1.
$$

Ребра каркасу ліній, за параметричним напрямом *U* матимуть наступний вигляд:

$$
L_l = \sum_{i=1}^{l} A_{ij} \cdot p_{ij}(u) \cdot q_{ij}(v_j) = \sum_{i=1}^{l} A_{ij} \cdot p_{ij}(u) \cdot 1 = \sum_{i=1}^{l} A_{ij} \cdot p_{ij}(u), \; j = \overline{1,m}; \qquad (6)
$$
$$
0 \le u \le 1.
$$

Тут у (5) $p_{ij}(u_i) = 1$ та у (6) $q_{ij}(v_j) = 1$ через те, що так влаштовані характеристичні функції, коли їх параметри дорівнюють параметрами у базисних точках $u = u_i$ та $v = v_j$, то значення характеристичних функцій дорівнюють одиниці.

У відповідності до упорядкованої компоматриці точкової (3), складемо компоматрицю значень параметрів у базисних точках ребер каркасу ліній за параметричним напрямом *V*:

$$^{V}\left[\begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} & v_{14} & v_{15} & v_{16} \\ v_{22} & v_{22} & v_{23} & v_{24} & v_{25} & v_{25} \\ v_{32} & v_{32} & v_{33} & v_{34} & v_{35} & v_{35} \\ v_{43} & v_{43} & v_{43} & v_{44} & v_{45} & v_{45} \\ v_{53} & v_{53} & v_{53} & v_{54} & v_{54} & v_{54} \end{bmatrix}\right] = {}^{V}\left[\!\left[v_{ij}\right]\!\right]_{\substack{i=\overline{1,5};\\ j=\overline{1,6}}}. \qquad (7)$$

У відповідності до упорядкованої компоматриці точкової (2), складемо компоматрицю значень параметрів у базисних точках ребер каркасу ліній за параметричним напрямом *U*:

$$^{U}\left[\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} & u_{15} & u_{16} \\ u_{11} & u_{22} & u_{23} & u_{24} & u_{25} & u_{16} \\ u_{11} & u_{32} & u_{33} & u_{34} & u_{35} & u_{16} \\ u_{11} & u_{32} & u_{43} & u_{44} & u_{45} & u_{16} \\ u_{11} & u_{32} & u_{53} & u_{54} & u_{45} & u_{16} \end{bmatrix}\right] = {}^{U}\left[\!\left[u_{ij}\right]\!\right]_{\substack{i=\overline{1,5};\\ j=\overline{1,6}}}. \qquad (8)$$

Розглянемо композиційну інтерполяцію ребер каркасу ліній за параметричним напрямом *V*.

Як бачимо (рис. 1), компоматриця (3), перше ребро не містить кратних точок, тому розглядаємо друге ребро.

Виконавши параметризацію базисних точок другого ребра, утворимо, для точки A_{21}, характеристичну функцію:

$$A_{21}:\ q_{21}(v) = \frac{(v_{22}-v)(v_{23}-v)(v_{24}-v)(v_{25}-v)(v_{26}-v)}{(v_{22}-v_{21})(v_{23}-v_{21})(v_{24}-v_{21})(v_{25}-v_{21})(v_{26}-v_{21})}. \qquad (9)$$

Для інших точок характеристичні функції будуть аналогічними.

Коли для кожного із значень параметрів із (7) розрахуємо значення усіх характеристичних функцій, ми отримаємо невизначеності виду $q_{ij}\left(v_{ij}\right) = \frac{0}{0}$.

Означення. Невизначеність характеристичних функцій $q_{ij}\left(v_{ij}\right) = \frac{0}{0}$, за граничних умов, розкривається у нуль у разі коли хоча б одна різниця-множник у чисельнику є точний нуль, а у знаменнику є відсутньою така різниця-множник, що дорівнює точному нулеві.

Таким чином нулем різниці у чисельнику для розглянутого прикладу для другого ребра є $v_{21} - v_{21} = 0$.

Означення. Невизначеність характеристичних функцій $q_{ij}\left(v_{ij}\right) = \frac{0}{0}$, за граничних умов, розкривається у одиницю, коли поміж усіх дробів, з яких складається характеристична функція, є відсутніми точні нулі, а існують лише ті, що прямують до одиниці.

Застосування штучно введених точок призводить до дотримання основної вимоги щодо використання точкових поліномів, яка полягає в тому, що їх компоматриці точкові та параметричні мають бути прямокутними. А це означає, що окремо для кожного із параметричних напрямів, точкові поліноми мають мати однаковий степінь незалежно від того, скільки базисних точок визначають те чи інше ребро каркасу ліній за цим напрямом.

У наведеному прикладі (рис. 1), за параметричним напрямом *V*, усі точкові поліноми мають п'ятий степінь, а кількість базисних точок першого ребра ($i=1$) – шість; для $i=2$ – чотири, для $i=3$ – чотири, для $i=4$ – три, для $i=5$ – дві.

Якщо функціональні параметричні базиси точкових поліномів, що відповідають дискретно поданим ребрам (рис. 1), записати у вигляді стовпців, то дістанемо компоматрицю параметричну для сегменту ДПП за параметричним напрямом *V*:

$$^{V}\left[\begin{bmatrix} q_{11}(v) & q_{12}(v) & q_{13}(v) & q_{14}(v) & q_{15}(v) & q_{16}(v) \\ q_{21}(v) & q_{22}(v) & q_{23}(v) & q_{24}(v) & q_{25}(v) & q_{26}(v) \\ q_{31}(v) & q_{32}(v) & q_{33}(v) & q_{34}(v) & q_{35}(v) & q_{36}(v) \\ q_{41}(v) & q_{42}(v) & q_{43}(v) & q_{44}(v) & q_{45}(v) & q_{46}(v) \\ q_{51}(v) & q_{52}(v) & q_{53}(v) & q_{54}(v) & q_{55}(v) & q_{56}(v) \end{bmatrix}\right] = {}^{V}\underset{5\times 6}{[[A_{П}]]}, \tag{10}$$

яка є також прямокутною. При цьому, якщо у компоматриці точковій (1) є порожні та штучно введені елементи, то у, відповідної до них, компоматриці параметричної (10) усі елементи – характеристичні функції є дійсними, навіть для порожніх і штучно введених елементів.

Висновки. Поєднання вимог щодо збереження довільної форми обрису сегменту вихідної ДПП і необхідності утворення для нього прямокутних компоматриць точкової та параметричної, сприяє застосування кратних базисних точок.

Надано приклад утворення точкових поліномів, шляхом застосування теорії нескінченно малих, для ребер сегменту ДПП, що мають кратні точки, показали, що будь-які комбінації однократних і многократних базисних точок у вихідних ребрах, завжди призводять до утворення точкових поліномів необхідного степеню. Головне, під час утворення характеристичних функцій цих точкових поліномів, здійснити безпомилково параметризацію усіх базисних точок відповідного ребра за кожним із параметричних напрямів каркасу ліній дискретно поданого геометричного об'єкту, для якого створюється композиційна геометрична модель. З усього сказаного випливає, що до наявних кратних базисних точок у ребрах треба відноситись як до однократних. При цьому, многократну точку треба розглядати не як одну точку, а як декілька окремих, а відстань між ними не як таку, що дорівнює нулю, а як таку, що, за граничних умов, наближається нескінченно близько до нуля.

У наведеному прикладі щодо утворення точкових поліномів для ребер з кратними точками, досліджувалося лише утворення відповідних характеристичних функцій. Утворення БН-координат, для ребер з кратними точками, має аналогічне обґрунтування з точки зору теорії нескінченно малих, як і характеристичні функції, тільки є дещо складнішими. Основною ознакою розкриття невизначеностей для характеристичних функцій і БН-координат є збіг індексів: одинарних, подвійних чи то потрійних.

Література

1. *Верещага В.М.* Композиційне геометричне моделювання: Моногафія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017. 108с.
2. *Адоньєв Є.О.* Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. Київ : КНУБА, 2018. 512 с.
3. *Лисенко К.Ю.* Теоретичні основи методів утворення композиційних ліній і поверхонь: дис…к.т.н. Київ. КНУБА, 2022. 267 с.
4. *Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О., Лисенко К.Ю.* Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 255 с.
5. *Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О.* Метод композиційного геометричного моделювання. Монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 310с.
6. *Павленко О.М.* Параметричні композиційні матриці. Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «*Обухівські читання*» 30 березня 2023 р. Київ : КНУБА, 2023. С. 91-96.
7. *Лисенко К.Ю.* Точкові композиційні матриці. Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «*Обухівські читання*» 30 березня 2023 р. Київ : КНУБА, 2023. С. 97 – 99.
8. *Муртазієв Е.Г.* Алгоритм утворення смуги дифпроєкцій та визначення композиційних похідних у базисних точках. Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «*Обухівські читання*» 30 березня 2023 р. КНУБА. Київ, 2023. С. 102 – 105.
9. *Верещага В.М.* Про необхідність розробки методів композиційного диференціювання та композиційного інтегрування. Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «*Обухівські читання*» 30 березня 2023 р. Київ : КНУБА, 2023. С. 108 – 110.
10. *Павленко О.* (2023). Утворення позначення однорозмірних композиційних матриць точкових і операції над ними. *Прикладна геометрія, інженерна графіка та об'єкти інтелектуальної власності*, 1(XII). С. 17–21.

11. *Муртазієв Е.* (2023). Обґрунтування необхідності розробки методів композиційного диференціювання та інтегрування. Прикладна геометрія, інженерна графіка та об’єкти інтелектуальної власності, 1(XII), 22–26.
12. *Павленко О.М., Муртазієв Е.Г., Верещага В.М.* Точкові поліноми як композиційні геометричні моделі. Прикладні питання математичного моделювання. Том 5 № 1 (2022). С. 64 – 71.
13. *Павленко О.М., Муртазієв Е.Г, Лисенко К.Ю., Верещага В.М.* Композиційні матриці – геометрична фігура. Сучасні проблеми моделювання. (Фахове видання, категорія Б). Мелітополь. Випуск 25. 2023 р. С. 176 – 183.
14. *Верещага В.М, Муртазієв Е.Г.* (2023) Утворення композиційних похідних для точкових поліномів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвідомчий наук.-техн. зб*. (104). С. 49 – 58.
15. *Верещага В.М., Лисенко К.Ю.* (2023) Композиційні символи. *Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвідомчий наук.-техн. зб*. (104). С. 38 – 48.

References

1. *Vereshchaha V.M.* Kompozytsiine heometrychne modeliuvannia: Monohafiia. Melitopol: FOP Odnoroh T.V., 2017. 108 s.
2. *Adoniev Ye.O.* Kompozytsiinyi metod heometrychnoho modeliuvannia bahatofaktornykh system: dys. ... d-ra tekhn. nauk. Kyiv : KNUBA, 2018. 512 s.
3. *Lysenko K.Iu.* Teoretychni osnovy metodiv utvorennia kompozytsiinykh linii i poverkhon: dys…k.t.n. Kyiv. KNUBA, 2022. 267 s.
4. *Vereshchaga V.M., Najdysh A.V., Adoniev Є.O., Lysenko K.Ju.* Osnovy kompozycijnogo geometrychnogo modeljuvannja: navchal'nyj posibnyk. Melitopol: FOP Odnorog T.V., 2019. 255 s. {in Ukrainian}
5. *Vereshchaha V.M., Naidysh A.V., Adoniev Ye.O.* Metod kompozytsiinoho heometrychnoho modeliuvannia. Monohrafiia. Melitopol: FOP Odnoroh T.V., 2019. 310s.
6. *Pavlenko O.M.* Parametrychni kompozytsiini matrytsi. Zbirnyk tez dopovidei XVII Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «*Obukhivski chytannia*» 30 bereznia 2023 r. KNUBA. Kyiv, 2023. S. 91 – 96.
7. *Vereshchaha V.M., Pavlenko O.M., Naidysh A.V.* Modeliuvannia horyzontalnoho zemelnoho maidanchyka u tochkovomu chyslenni: monohrafiia. Melitopol: MDPU imeni Bohdana Khmelnytskoho. 2019. 187 s.
8. *Murtaziiev E.H.* Alhorytm utvorennia smuhy dyfproiektsii ta vyznachennia kompozytsiinykh pokhidnykh u bazysnykh tochkakh. Zbirnyk tez dopovidei XVII Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «*Obukhivski chytannia*» 30 bereznia 2023 r. Kyiv : KNUBA, 2023. S. 102 – 105.
9. *Vereshchaha V.M.* Pro neobkhidnist rozrobky metodiv kompozytsiinoho dyferentsiiuvannia ta kompozytsiinoho intehruvannia. Zbirnyk tez dopovidei

XVII Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «*Obukhivski chytannia*» 30 bereznia 2023 r. Kyiv : KNUBA, 2023. S. 108 – 110.
10. *Pavlenko O.* (2023). Utvorennia poznachennia odnorozmirnykh kompozytsiinykh matryts tochkovykh i operatsii nad nymy. *Prykladna heometriia, inzhenerna hrafika ta obiekty intelektualnoi vlasnosti*, 1(XII). S. 17–21.
11. *Murtaziiev E.* (2023). Obgruntuvannia neobkhidnosti rozrobky metodiv kompozytsiinoho dyferentsiiuvannia ta intehruvannia. *Prykladna heometriia, inzhenerna hrafika ta obiekty intelektualnoi vlasnosti*, 1(XII). S. 22–26.
12. *Pavlenko O.M., Murtaziiev E.H., Vereshchaha V.M.* Tochkovi polinomy yak kompozytsiini heometrychni modeli. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia*. Том 5 № 1 (2022). S. 64 – 71.
13. *Pavlenko O.M., Murtaziiev E.H, Lysenko K.Iu., Vereshchaha V.M.* Kompozytsiini matrytsi – heometrychna fihura. Suchasni problemy modeliuvannia. (Fakhove vydannia, katehoriia B). Vypusk 25. Melitopol. 2023 r. S. 176 – 183.
14. *Vereshchaha V.M, Murtaziiev E.H.* (2023) Utvorennia kompozytsiinykh pokhidnykh dlia tochkovykh polinomiv / *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika: mizhvidomchyi nauk.-tekhn. zb*. (104). S. 49 – 58.
15. *Vereshchaha V.M., Lysenko K.Iu.* (2023) Kompozytsiini symvoly / *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika: mizhvidomchyi nauk.-tekhn. zb*. (104). S. 38 – 48.

UDC 514.18

PhD, docent **Pavlenko Oleksandr,**
alexander8944@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8646-2622
Bogdan Khmelnitsky Melitopol State Pedagogical University
Melitopol School of Applied Geometry named after Volodymyr Naidysh

COMPOSITE INTERPOLATION OF CURVED LINES WITH MULTIPLE POINTS

The example shows the method of arranging two-dimensional point compo-matrices by introducing multiple elements - points in its corresponding rows and columns, which leads to the formation of rectangular compo-matrices for non-square segments of surfaces. This makes it possible to apply a single, identical method of composite geometric interpolation for both quadrangular and triangular cells of surface segments. And this, in turn, simplifies the software implementation of creating composite geometric models of surface segments, reduces their resource consumption and, as a result, increases efficiency when using these models.

Examples are given for revealing uncertainties regarding the values of characteristic functions for curved lines containing multiple points. A method of

comparing the indices of the characteristic functions with the index of their parameters has been developed, which allows in practice to bypass the uncertainty disclosure operations in order to find the values of these uncertainties. The use of this method allows you to shorten the listings of software implementations of compound interpolation of curved lines with multiple points, which, in turn, reduces resource consumption in calculations, speeds up the adoption of appropriate management decisions and, as a result, increases the efficiency of the functioning of the real object under study.

Keywords: composite interpolation, point polynomial, two-dimensional composite point matrices, composite matrix.