

д. ф. (Ph.D.), доцент **Кошевий О.О.**,  
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1903-2905  
Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

## **ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА КВАДРАТНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ**

*Проектування – відповідальний етап створення будівельних конструкцій, в процесі якого визначаються технічні характеристики виробу і перевіряється можливість реалізації поставленої задачі. Закладені на даному етапі конструктивні рішення визначають ефективність конструкції в цілому, її міцнісні і експлуатаційні характеристики.*

*Необхідний комплекс врахування всіх вимог є основною проблемою проектування, яка в свою чергу вирішує будівельна і прикладна механіка. Процес створення найкращої конструкції отримала назву оптимізація, або оптимальне проектування. Метод оптимального проектування має велике значення, який впливає на результат ефективності будівельної конструкції в цілому.*

*Велике значення має розрахунок міцності, який дозволяє зробити оцінку життєздатності силових схем, порівнюючи оцінку вагової характеристики компоновки з різних матеріалів, знайти основні розміри, при яких вага конструкції буде мінімальною.*

*Розрахунок конструкції на стійкість проводиться по руйнуючим навантаженням і зводиться до визначення критичного навантаження втрати стійкості, яка повинна бути не менше чим експлуатаційне навантаження. Коефіцієнти безпеки, як і для конструкції, які працюють на міцність, приймаються різними значеннями в залежності від класу наслідків будівництва СС1, СС2, СС3.*

*При проектуванні, як правило, виникає питання вагової оптимізації. При цьому необхідно швидко визначити вагу конструкцій при заданих габаритах і зовнішньому навантаженні, знайти її основні геометричні параметри. Щоб знайти правильне конструктивне рішення, яке забезпечує мінімальну вагу конструкції, необхідно розуміти, як ті чи інші параметри і якою мірою впливають на стійкість.*

*Дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності, а саме ітераційне завантаження, дає можливість ефективно використовувати матеріал. Максимальні напруження становлять 240 МПа, максимальні переміщення 73 мм. Власні значення коефіцієнту запасу дорівнює 1.005756 – це означає, що запас по міцності і стійкості в*

*оболонці відсутній, і ми можемо далі використовувати ці результати для багатокритеріальної параметричної оптимізації, а результати дослідження підтверджені методикою авторів для об'єктів де врахована оптимізація геометрії оболонок.*

*Ключові слова: оболонка мінімальної поверхні; міцність оболонки; стійкість оболонки; геометрична нелінійність, термосилове навантаження; оболонка мінімальної поверхні на квадратному контурі; напруження по Мізесу; переміщення; товщина оболонки мінімальної поверхні.*

**Вступ.** Проектування – відповідальний етап створення будівельних конструкцій, в процесі якого визначаються технічні характеристики виробу і перевіряється можливість реалізації поставленої задачі. Закладені на даному етапі конструктивні рішення визначають ефективність конструкції в цілому, її міцнісні і експлуатаційні характеристики. Визначення найбільш ефективного конструктивного рішення – відповідальний процес, який полягає у створення найбільш життєздатної конструкції по всім параметрам. До таких параметрів відносяться: найбільш сприятливі умови навантаження, вибір раціональної і оптимальної форми, вибір матеріалів, визначення мінімальної маси конструкції, при цьому не відбувається втрата міцнісних характеристик, вартість і технологічність будівельної конструкції є оптимальними. Всі ці вимоги в рівній мірі неможливо виконати, тому необхідно знаходити оптимальні рішення між цими параметрами, які як правило можуть суперечити один одному. В класичному варіанті приймають за основу міцнісні характеристики, при цьому отримана мінімально можлива маса конструкції.

Необхідний комплекс врахування всіх вимог є основною проблемою проектування, яка в свою чергу вирішує будівельна і прикладна механіка. Процес створення найкращої конструкції отримала назву оптимізація, або оптимальне проектування. Метод оптимального проектування має велике значення, який впливає на результат ефективності будівельної конструкції в цілому.

Аналіз розрахункових схем будівельних конструкцій визначається за певним вибором, яка із схем найкращим чином підходить основним вимогам, при цьому дається оцінка вибору матеріалів, способу виготовлення конструкції в цілому, а також основних її вузлів та з'єднань з диском землі. Вибір матеріалу виконується по основним вузлам з яких складається будівельна конструкція в цілому. Для тонкостінних конструкцій – це оболонки. В даному дослідженні розглядається – оболонка мінімальної поверхні на квадратному контурі.

Ідеалізація будівельної конструкції, її вага, геометричні параметри, надійність, життєздатність, залежать від раціональності її силової схеми.

Під силовою схемою приймають сукупність конструктивних елементів, які забезпечують геометричну незмінність конструкції під дією зовнішніх навантажень. Раціональною може бути схема, в якій зовнішні сили передаються на самій короткій ділянці, за допомогою елементів, які працюють на розтяг або стиск, а не на згин. Однією із ознакою раціональності конструкції є її компактність. Ефективне використання об'єму конструкції може вплинути на зменшення ваги. Габарити і вага конструкції значно зменшується, коли один вузол виконує декілька функцій. Жорсткість конструкції необхідно забезпечувати способами, які не потребують значної збільшення ваги конструкції (тонкостінні, пустотілі, раціональне розміщення опор і вузлів жорсткості).

Велике значення має розрахунок міцності, який дозволяє зробити оцінку життєздатності силових схем, порівнюючи оцінку вагової характеристики компоновки з різних матеріалів, знайти основні розміри, при яких вага конструкції буде мінімальною. Виконання таких розрахунків обов'язкове при будь-якому процесі проектування. Застосовані розрахункові залежності повинні сприяти виконанню проектних робіт. Швидкість і простота розрахунків більш важливі, чим їх точність, але з використання сучасних розрахункових комплексів за допомогою методу скінченних елементів результати практично завжди мають високу точність. Наближені розрахунки мають обмежену дію застосування, але в загальному випадку вони дають розуміння рухатися в певному напрямку.

Після вибору найбільш раціональної компоновки виконується точна розрахункова схема з прийнятою комбінацією силових навантажень і вибору конструктивного матеріалу. Ціль розрахунку на міцність і стійкість конструкції за першою групою граничних станів має велике значення для вибору ефективного використання матеріалу, а також форми конструкції в цілому, яка забезпечує найменшу вагу конструкції.

Вага конструкції є основним показником ідеальності. Розрахунок ваги конструкції є основною частиною попереднього етапу проектування. На початковій стадії проектування оцінка ваги конструкції виконується по статистичним даним, отриманим по результатах раніше виконаних розрахунків. Така оцінка виконується по конструктивним міркуванням є єдина із можливих. Для тонкостінних конструкцій (оболонки мінімальних поверхонь) вагові характеристики встановлюються в результаті розрахунку на міцність по попередніх проектних оцінках різних варіантів. При цьому конструктивні подробиці варіативних рішень.

Попередній розрахунок ваги конструкції є основною розрахунковою величиною при розробці детальної проектної документації. Вага конструкції є показником ефективності проекту.

На етапі детальної розробки робочої проектної документації проводиться точний розрахунок міцності і стійкості конструкції. Прийняті припущення використовуються теоретичними відомостями розрахунку конструкцій. Розрахунок одночасно виконує функцію підбору перерізу і

перевірочний характер. Проведення додаткових розрахунків по виконаним кресленням має характер перевірки ваги і міцнісних характеристик конструкції, для оптимізації чи раціоналізації використання проектної кількості конструкційного матеріалу. На даному етапі проектування виконується: остаточний вибір конструкційного матеріалу, розрахунок конструкції на дію комбінації зовнішніх зусиль, які діють в перерізі конструкції, вибір оптимальної і раціональної форми перерізу конструкції. Вибір матеріалів визначається конструктивними вимогами (корозія, жаростійкість, тріщиностійкість та інші) і порівняльними показниками вагової ефективності матеріалів різних марок.

Мінімальної ваги конструкції можна досягнути тільки при забезпечення мінімальної ваги кожної деталі і вузлів окремо. Вагова ідеалізація конструкції забезпечується вибором раціональних і оптимальних форм вузлів, перерізу, застосування топологічної і параметричної оптимізації, застосування матеріалів високого класу міцності, повним використанням механічних властивостей матеріалу. Максимальне зниження ваги конструкції можна досягти за рахунок тільки при рівномірному розподіленню напруження в кожному перерізу матеріалу.

Забезпечення рівномірного напруження конструкції можливе при простій роботі (стиск, розтяг) де навантаження задається на конструкцію рівномірно і в одному напрямку. При комбінованих навантаженнях конструкції (згин, стиск зі згином, розтяг зі згином, присутність ексцентриситету, врахування динамічних навантажень по декількох осей координат) напруження в перерізі конструкції розподіляється нерівномірно, що призводить до додаткових витрат на конструкційний матеріал і створює додаткову складність при розрахунку таких конструкцій.

Окремим питанням до підходу проектування конструкції є оцінка її стійкості. Принципи вибору коефіцієнтів безпеки при врахуванні стійкості для елементів, які працюють на стиск, розтяг, чи згин можуть бути дещо більшими ніж для міцності.

При виборі коефіцієнтів безпеки для конструкцій з урахуванням втрати стійкості враховують ряд додаткових факторів, які впливають на несучу здатність конструкції. До них можна віднести якість виготовлення конструкції: відхилення форми оболонки від теоретичних значень чи відхилення товщин. Як правило, всі подібні фактори враховуються при розрахунку критичного навантаження з відповідним коефіцієнтом стійкості.

Розрахунок конструкції на стійкість проводиться по руйнуючим навантаженням і зводиться до визначення критичного навантаження втрати стійкості, яка повинна бути не менше чим експлуатаційне навантаження. Коефіцієнти безпеки, як і для конструкції, які працюють на міцність, приймаються різними значеннями в залежності від класу

наслідків будівництва СС1, СС2, СС3. Велику увагу приділяють до конструкцій, які будуються без експериментальної перевірки з великим строком експлуатації при багатократній кількості навантажень. На цьому принципі використовується геометрична нелінійність конструкції, яке дає можливість досягнути дійсних переміщень, які можуть бути меншими ніж в лінійній постановці. Зменшення коефіцієнтів безпеки можливе з малою кількістю завантаження. При цьому коефіцієнт стійкості встановлюється за результатом експериментальної перевірки натурної конструкції.

Оцінка надійності по результатах статичних випробувань виконується аналізом випадкових величин. Для оболонок мінімальних поверхонь, які працюють на стійкість під дією термосилового навантаження, такими величинами є механічні властивості матеріалу, геометричні характеристики перерізу і сам коефіцієнт стійкості.

Для конструкцій, які працюють в межах пружності, основним показником механічних властивостей є модуль пружності матеріалу, який в даному випадку можна приймати як постійну величину. За товщину стінки оболонки з достатньою точністю можна приймати середнє значення, які отримані експериментальним шляхом для коефіцієнта стійкості конструкції. Маючи результати незалежних випробувань у вигляді ряду значень критичних зусиль визначається середнє статистичне значення коефіцієнта стійкості.

При проектуванні різних конструкцій є окремий вид розрахунків на стійкість оболонок мінімальних поверхонь. Маючи певну легкість, тонкостінна просторова система (оболонка) представляє собою виключно конструктивну форму.

При розрахунку тонкостінних конструкцій, які працюють на стійкість, необхідно додатково враховувати вплив технологічних і конструктивних факторів: якість виготовлення, відхилення оболонки від теоретичних розмірів, недосконалості форми оболонки в районі зварних швів, або конструктивних надбудов. Наявність недосконалості, яка може перевищувати товщину оболонки мінімальної поверхні знижує несучу здатність в 1.5-2.0 рази. Для більшості тонкостінних систем має велике значення умови сварки опорного контуру. Вплив цих факторів в роботі елементів, які працюють на згин має відчутний характер. Ці та інші фактори, як правило, враховуються при розрахунку відповідним вибором коефіцієнта стійкості. Існуючі теоретичні рішення дозволяють визначити значення коефіцієнта стійкості для найбільш простих випадків. На практиці врахування всіх факторів представляє собою складну задачу, тому дійсна несуча здатність конструкції може бути встановлена на основі екскрементів натурального виготовлення. При розрахунках за першою групою граничних станів коефіцієнти стійкості приймаються умовно за існуючими теоретичними і статистичними даними аналогічних конструкцій.

Таким чином, при проектуванні і розрахунку тонкостінних конструкцій необхідно враховувати експериментальні дані. У вузлах, з

достатньо високими коефіцієнтами безпеки без експериментального підтвердження, коефіцієнти стійкості приймаються в запас міцності, як правило, занижені. Для лімітованих конструкцій по вазі і розрахунках по низьким коефіцієнтам безпеки, експериментальна перевірка є обов'язкова.

При проектуванні, як правило, виникає питання вагової оптимізації. При цьому необхідно швидко визначити вагу конструкцій при заданих габаритах і зовнішньому навантаженні, знайти її основні геометричні параметри. Щоб знайти правильне конструктивне рішення, яке забезпечує мінімальну вагу конструкції, необхідно розуміти, як ті чи інші параметри і якою мірою впливають на стійкість.

**Теоретичні відомості розрахунку стійкості тонких оболонок з урахуванням геометричної нелінійності.** Важливе питання проблем будівельної і прикладної механіки становлять **задачі геометричної нелінійності**. Нелінійність диференціальних рівнянь не допомагає застосовувати аналітичні підходи, що обумовлює необхідність використання чисельних методів таких як метод скінчених елементів (МСЕ). Для даних задач метод скінчених елементів досліджений в задачах ізотропних тіл.

Геометрично нелінійні задачі використовують в основному для формулювання задач стійкості конструкції. В більшості випадків проблему стійкості вдається вирішити, якщо звести її до лінійної постановки при власних коливаннях.

Геометрично нелінійні називають задачі теорії пружності в яких враховується нелінійність в залежності від деформацій і переміщень, в той час як напруження і деформації пов'язані лінійно. Врахування нелінійних складових деформацій необхідно для розрахунку гнучких тонкостінних конструкцій.

Деформації тіла представлені:

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}. \quad (1.1)$$

які пов'язані з переміщеннями наступним чином:

$$\bar{\varepsilon} = R\vec{u}, \quad \tilde{\gamma}_{ij} = 2\tilde{\varepsilon}_{ij}. \quad (1.2)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial \vec{u}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_j}. \quad (1.3)$$

При дії об'ємних сил  $\vec{F}$  і розповсюджених по поверхні тіла  $S_2$  зусиль  $\vec{p}^*$  в тілі виникають напруження  $\sigma^T = \{\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}\}$ , які пов'язані з деформаціями пружного тіла узагальненим законом Гука:

$$\sigma = D\varepsilon = D\bar{\varepsilon} + D\tilde{\varepsilon}. \quad (1.4)$$

Потенційне енергія тіла включає роботу зовнішніх сил і енергію деформації:

$$\begin{aligned} \Pi_L(\vec{u}) &= \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \varepsilon dV - \int_V \vec{u}^T \vec{F} dV - \int_{S_2} \vec{u} \vec{p}^* dS = \\ &= \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \bar{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \tilde{\varepsilon} dV - \int_V \vec{u}^T \vec{F} - \int_{S_2} \vec{u} \vec{p}^* dS. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Згідно варіаційного принципу Лагранжа серед всіх допустимих переміщень тіла, які реалізовані і які приводять потенційну енергію (1.5) до мінімального значення.

Розіб'ємо тіло на множену скінченних елементів і розглянемо один із них об'ємом  $V$ . Переміщення, деформації і напруження будемо апроксимувати наступним чином:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= N_1 \vec{u}_1 + \dots + N_m \vec{u}_m = N\{u\}, \\ \bar{\varepsilon} &= R\vec{u} = B_1 \vec{u}_1 + \dots + B_m \vec{u}_m = B\{u\}, \\ \tilde{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{2} \{u\}^T \frac{\partial N^T}{\partial x_i} \frac{\partial N}{\partial x_j} \{u\} = \frac{1}{2} \{u\}^T G_{ij} \{u\}, \\ \sigma &= D(B_1 u_1 + \dots + B_m u_m + \tilde{\varepsilon}) = D(B\{u\} + \tilde{\varepsilon}) \end{aligned} \quad (1.6)$$

де  $N_j$  – Базисні функції скінченного елемента  $\vec{u}_i$  – вектора вузлових переміщень  $i$ -го вузла  $N$  ( $3 \times 3m$ ),  $B$  ( $6 \times 3m$ ) – матриці базисних функцій і деформацій  $G_{ij}$  ( $3m \times 3m$ ) – матриці нелінійних деформацій, конкретні вирази для яких будуть приведені нижче. Після постановки останніх виразів функціонал (1.5) перетворюється у функцію вузлових переміщень, який має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \Pi_L(\{u\}) &= \frac{1}{2} \{u\}^T \int_V B^T D B dV \{u\} + \{u\}^T \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \\ &+ \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dV - \{u\}^T \int_V N^T \vec{F} dV - \{u\}^T \int_{S_s} N^T \vec{p}^* dS = \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}\{u\}^T K\{u\} - \{u\}^T \{Q\} + \{u\}^T \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dV. \quad (1.7)$$

де  $K$  ( $3m \times 3m$ ) – матриця жорсткості скінченного елемента;  $\{Q\}$  ( $3m \times 1$ ) – вектор вузлових навантажень. Вирішуючи рівняння для одного скінченного елемента визначається з умов мінімуму цієї функції, яке приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\frac{\partial \Pi_L}{\partial \{u\}} = K\{u\} - \{Q\} + \{\tilde{Q}(\{u\})\} = 0. \quad (1.8)$$

Вектор додаткових вузлових сил  $\tilde{Q}$ , обумовлений врахуванням нелінійних деформацій і нелінійно залежних від вузлових переміщень, має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \{\tilde{Q}(\{u\})\} &= \frac{\partial}{\partial \{u\}} \left( \{u\}^T \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dV \right) = \\ &= \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \int_V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^T}{\partial \{u\}} D B dV \{u\} + \int_V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^T}{\partial \{u\}} D \tilde{\varepsilon} dV. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Об'єднання системи рівнянь (1.8) для множини скінчених елементів приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь для повної скінчено-елементної моделі тіла:

$$[K][U] = [Q] - [\tilde{Q}([U])]. \quad (1.10)$$

Для вирішення цієї нелінійної системи можна використати метод послідовного завантаження, який зводиться до наступного алгоритму.

*Крок 1.* Будується матриця жорсткості  $K$  і вектор вузлових сил  $Q$ . Враховуємо, що  $i=0$ ,  $\tilde{Q} = 0$  із вирішення лінійної системи знаходимо вузлові переміщення  $U_0$ .

*Крок 2.*  $i=i+1$ . На  $i$ -й ітерації використовуючи (1.10), враховуємо  $\tilde{Q}_i$  і його суму з  $Q$ :  $P_i = \tilde{Q}_i + Q$ .

*Крок 3.* Вирішується система лінійних рівнянь

$$KU_i = P_i. \quad (1.11)$$

*Крок 4.* Перевірка умови збіжності ітераційного процесу де  $\varepsilon$  – мале число та  $U_i$  – максимальний по модулю вектор. Якщо збіжність не



досягнута, то остання умова не виконується, то виконується перехід до кроку 2, в протилежному випадку до кроку 5.

*Крок 5.* Виконується обчислення деформацій і напружень кожного скінченного елемента на основі вектора  $U_i$ , який є наближеним вирішенням нелінійної системи (1.10).

В загальному підсумку, вирішення нелінійної системи зводиться до вирішенню послідовності лінійних систем. Відмітимо, що при послідовних ітераціях змінюється лише права частина системи рівнянь, що дозволяє факторизувати матрицю жорсткості тільки один раз.

**Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі з урахуванням геометричної нелінійності.** Дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності відбувається у програмному комплексі Femap with Nastran за рахунок ітераційного завантаження. На рис 1.1 зображена скінчено-елементна модель. Скінченні елементи **plate** – 7200 шт. Вузлів 3721 – штук. З'єднання з диском землі – жорстке защемлення. Матеріал сталь С275. Товщина оболонки 50 мм.

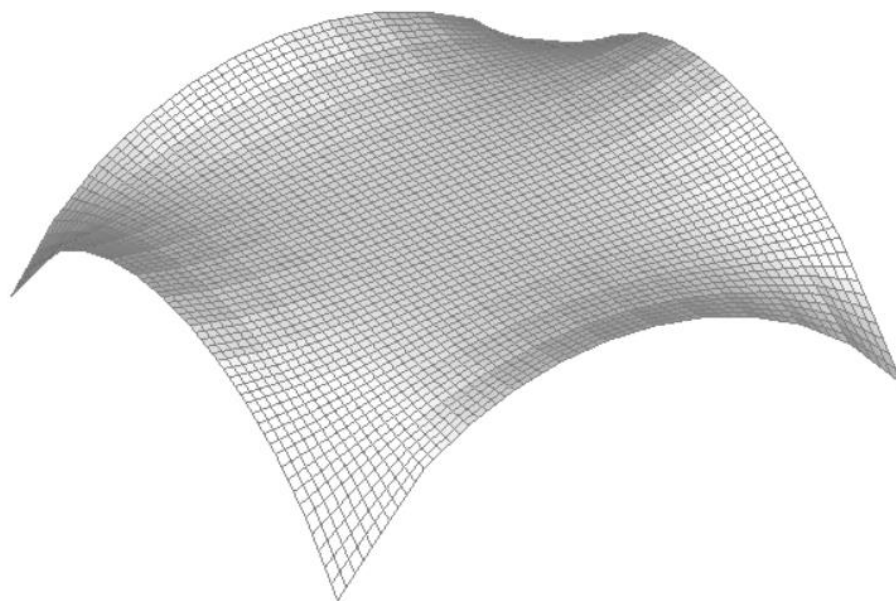


Рис 1.1. Скінчено-елементна модель.

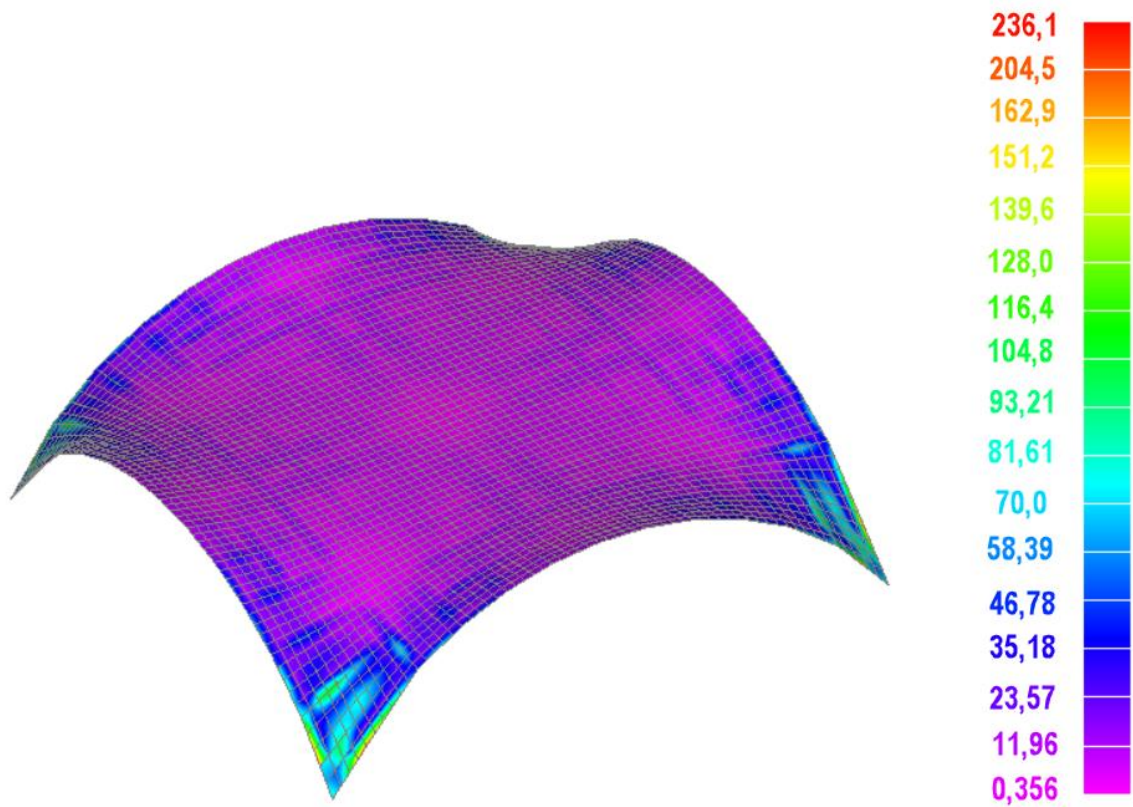


Рис 1.2 Максимальні напруження по Мізесу при стійкості з урахування геометричної нелінійності.

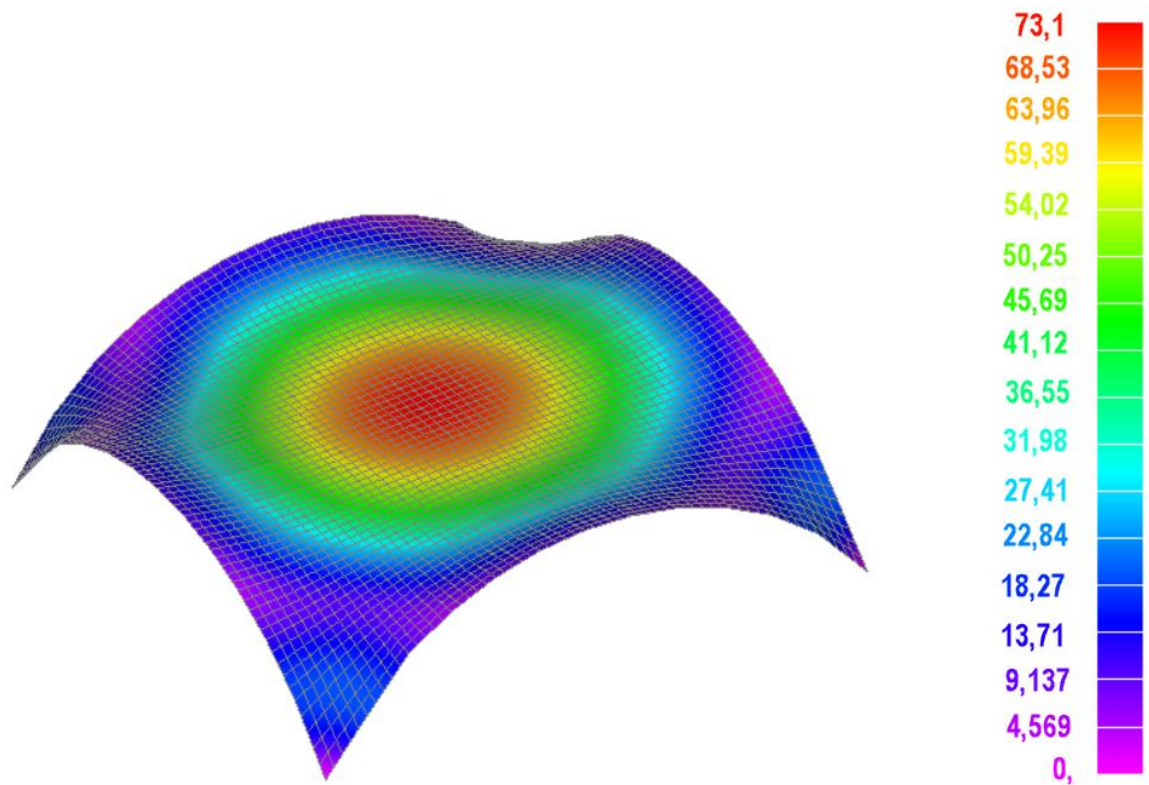


Рис 1.3 Максимальні переміщення при стійкості з урахування геометричної нелінійності.

**Результати чисельного дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі з урахуванням геометричної нелінійності.** При дослідженні стійкості оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі з урахування геометричної нелінійності отримані нові результати. Дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності, а саме ітераційне завантаження, дає можливість ефективно використовувати матеріал. Максимальні напруження становлять 240 МПа (рис 1.2), максимальні переміщення 73 мм (рис 1.3). Власні значення коефіцієнту запасу дорівнює 1.005756 – це означає, що запас по міцності і стійкості в оболонці відсутній, і ми можемо далі використовувати ці результати для багатокритеріальної параметричної оптимізації, а результати дослідження підтверджені методикою авторів для об'єктів де врахована оптимізація геометрії оболонок.

### Література

1. Герасимов, Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. Донецк: Вища шк. Главное Изд-во Киев, 1985. 134 с.
2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Москва : Мир, 1985. 509 с.
3. Ігнатишин М. І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. Мукачево: РВВ МДУ, 2017. 172 с.
4. Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливань оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні / *Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка»*. К.: КНУБА, 2022, Випуск 102 – С. 67 – 83.
5. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Жупаненко І.В. Параметрична оптимізація вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні / *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2022. № 50 (1). С. 22–34.
6. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні / *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. Київ : КНУБА, 2022. Вип. 109. С. 50-65
7. Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Параметрична оптимізація вимушених частот коливання двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні при термосиловому навантаженні / *Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка»*. Київ : КНУБА, 2022. Вип. 10. С. 67 – 81.

8. *Кошевий О.О.* Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття / *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник.* Київ : КНУБА, 2019. Вип. 103. С. 253-265.
9. *Кошевий О.О.* Оптимізація сталюого звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання / *Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник.* Київ : КНУБА. 2018. Вип.3. С.34 – 50.
10. *Кошевий О.О., Кошева І.С.* Багатокритеріальна параметрична оптимізації в парі цільових функцій: вага і переміщення оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні / *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин.* 2022. № 49 (1). С. 66-78.
11. *Кошевий О.П., Кошевий О.О.* Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями / *Містобудування та територіальне планування.* Київ : КНУБА, 2015. Вип. 55. С. 215-227.
12. *Кошевий О.П., Кошевий О.О.* Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі / *Містобудування та територіальне планування.* Київ, КНУБА, 2016. Вип. 59. С. 234-244
13. *Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О.* Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні / *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник.* Київ : КНУБА, 2022. Вип. 108. С. 309–324.
14. *Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М.* Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. Москва : Наука, 2006. 544 с.

## References

1. *Herasymov, E.N., Pochtman YU.M., Skalozub V.V.* Mnohokryteryal'naya optymyzatsyya konstruktsyyu. (Multicriteria optimization of structures). Donetsk : Vyshcha shk. Hlavnoe Yzd-vo Kyev, 1985. 134 s.
2. *Hyll F., Myurrey U., Rayt M.* Praktycheskaya optymyzatsyya (Practical optimization). Moscow : Myr, 1985. 509 s.
3. *Ihnatyshyn M. I.* Mekhaniko-matematychne modelyuvannya elementiv mostovykh konstruktsiy (opora, balka, plyta). (Mechanical and mathematical modeling of elements of bridge structures (support, beam, slab)): monohrafiya. Mukachevo : RVV MDU, 2017. 172 s.
4. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O.* Chysalne doslidzhennia parametrychnoi optymyzatsii vymushenykh chastot kolyvan obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Numarical study of

the parametric optimization of the forced frequency of oscillations of the minimum surface shell on the square contour under thermal load) / *Interdepartmental scientific and technical collection "Applied geometry and engineering graphics"*. Kyiv : KNUBA, 2022. Issue 102. P. 67-83.

5. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O., Zhupanenko I.P.* Parametrychna optymizatsiia vymushenykh chastot kolyvannia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Parametric optimization of frequency oscillation minimum surface shell on a rectangular contour under thermal load) / *Ways to increase the efficiency of construction in the conditions in the formation of market relations*. 2022. No. 50(1). P. 22-34.

6. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O., Kosheviy O.P.* Chyselna realizatsiia bahatokryterialnoi parametrychnoi optymizatsii obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermforce loading) / *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv : KNUBA, 2021. Issue108. P. 309–324.

7. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O.* Parametrychna optymizatsiia vymushenykh chastot kolyvannia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Parametric optimization of forced frequencies of oscillation of a double-connected coned shell of minimum surface under thermal loading) / *Interdepartmental scientific and technical collection "Applied geometry and engineering graphics"*. Kyiv : KNUBA, 2022. Issue 103-P. 67-81.

8. *Kosheviy O.O.* Optymalne proektuvannia tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkamy pokryttia. (Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells) / *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv : KNUBA, 2019. Issue103. P. 253–265.

9. *Kosheviy O.O.* Optymizatsiia stal'noho zvarenoho rezervuaru pry obmezheni: napruzhen', peremishchen', vlasnykh chastot kolyvannia. (Optimization of steel welded tank with limitation: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations) / *Budivel'ni konstruktsiiv. Teoriya i praktyka: nauk.-tekhn. zbirnyk*. Kyiv : KNUBA. 2018. Vyp.3. P.34 – 50.

10. *Kosheviy O.O., Kosheva I.S.* Bahatokryterialna parametrychna optymizatsiia v pari tsilovykh funktsii: vaha i peremishchennia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Multicriterial parametric optimization in a pair of target functions: weight and movement of the shell minimum surface on the straight) / *Ways to increase the*

*efficiency of construction in the conditions in the formation of market relations.* 2022. No. 49(1). P. 66-78.

11. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Chysel'ne doslidzhennya vlasnykh kolyvan' roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimal'nymy poverkhnyamy. (Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces) / *Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya.* Kyiv : KNUBA, 2015. Vyp. 55. s. 215-227.

12. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Vlasni kolyvannya obolonok minimal'nykh poverkhon' na kruhlomu ta kvadratnomu konturi. (Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour) / *Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya.* Kyiv : KNUBA, 2016. Vyp. 59. s. 234-244

13. *Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Grigoryeva L.O.* Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under the rmalloading. (Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under the rmalloading) / *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles.* Kyiv: KNUBA, 2021. Issue108. P. 309–324.

14. *Kryvoshapko S.V., Yvanov V.N., Khalaby S.M.* Analytycheskye poverkhnosty: materyaly po heometryy 500 poverkhnostey y ynformatsyya k raschetu na prochnost' tonkykh obolochek. (Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells). Moscow : Nauka, 2006. 544 s.

Ph.D., assistant Professor **Kosheviy O.O.**,  
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1903-2905  
Kyiv National University of Construction and Architecture» (KNUCA)

## **NUMERICAL STUDY OF THE STABILITY OF A SHELL OF MINIMAL SURFACE ON A SQUARE CONTOUR UNDER THERMAL AND POWER LOADING WITH CONSIDERATION OF GEOMETRIC NONLINEARITY**

*Design is a crucial stage in the creation of building structures, during which the technical characteristics of the product are determined and the feasibility of the task is checked. The design solutions laid down at this stage determine the efficiency of the structure as a whole, its strength and performance characteristics.*

*The necessary set of requirements is the main design problem, which in turn is solved by structural and applied mechanics. The process of creating the best design is called optimization, or optimal design. The method of optimal*

*design is of great importance, which affects the result of the efficiency of the building structure as a whole.*

*Of great importance is the calculation of strength, which allows us to assess the viability of power schemes, comparing the estimated weight characteristics of the layout of different materials, and find the main dimensions at which the weight of the structure will be minimal.*

*The design of a structure for stability is based on destructive loads and is reduced to determining the critical load of loss of stability, which should be no less than the operational load. Safety factors, as well as for structures that work for strength, are assumed to have different values depending on the class of construction consequences CC1, CC2, CC3.*

*When designing, the issue of weight optimization usually arises. In this case, it is necessary to quickly determine the weight of structures for given dimensions and external loads, and find its main geometric parameters. In order to find the right design solution that ensures the minimum weight of the structure, it is necessary to understand how certain parameters affect stability and to what extent.*

*The study of stability taking into account geometric nonlinearity, namely iterative loading, makes it possible to use the material efficiently. The maximum stresses are 240 MPa and the maximum displacements are 73 mm. The eigenvalues of the safety factor are equal to 1.005756, which means that there is no safety margin in the shell, and we can further use these results for multi-criteria parametric optimization, and the results of the study are confirmed by the authors' methodology for objects where optimization of the shell geometry is taken into account.*

*Keywords: minimal surface shell, shell strength, shell stability, geometric nonlinearity, thermal and power loading, minimal surface shell on a square contour, Mises stress, displacement, thickness of the minimal surface shell.*