

д. т. н., професор **Плоский В. О.**

ploskyivo@ukr.net, ORCID: 0000-0002-2632-8085

PhD, докторант **Безус В. О.**

vbezus@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9904-370X

д. т. н., професор **Скочко В. І.,**

vladimir.and.friends@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1709-2621

Київський Національний Університет Будівництва і Архітектури

Шамілов П. О.,

pit@shamiloff.com, ORCID: 0009-0009-6280-9263

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИВЕДЕНОГО ОПОРУ ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ АРХІТЕКТУРНО-КОНСТРУКТИВНИХ ВУЗЛІВ ОГОРОДЖУВАЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ НА ОСНОВІ ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ

У статті розглядається один зі способів визначення приведенного опору теплопередачі у архітектурно-конструктивних вузлах і зонах теплопровідних включень огороджувальних конструкцій для їх подальшої оптимізації за принципом максимально можливого скорочення тепловтрат.

Досліджується відповідний алгоритм, який має під собою циклічне проходження декількох етапів: аналізу поточного стану/конструкції вузлового рішення методом пошуку траєкторій найшвидших тепловтрат (як моделювання ліній найшвидшого підйому чи спуску з використанням одновимірного пошуку) та визначення опорів теплопередачі вздовж відповідних траєкторій, на основі яких обчислюється значення приведенного опору теплопередачі. Процес пошуку траєкторій найшвидших витоків теплової енергії реалізується за допомогою геометричного моделювання спеціальних інтерполяційних функцій, побудованих за опорними значеннями температурних полів у досліджуваних вузлах.

За результатами аналізу отриманих траєкторій найшвидших витоків теплової енергії пропонується здійснювати раціоналізацію вузлових проектних рішень за допомогою внесення конструктивних змін на шляху змодельованих траєкторій тепловтрат (термічних містків або містків холоду) та перевірку ефективності вжитих заходів шляхом повторного розрахунку та порівнянням розрахункових приведених опорів теплопередачі із нормативними показниками, враховуючи нормативні вимоги щодо питомої енергопотребі будівель.

Температурні поля відтворюються одним із методів чисельного моделювання (методом скінченних елементів, методом скінченних різниць або методом граничних елементів), для чого допустимо використання

спеціалізованого програмного забезпечення, або використовуючи інтегральні формули для визначення температурних показників у досліджуваних архітектурно-конструктивних вузлах. Для побудови спеціальних інтерполяційних функцій температурного поля, пропонується застосовувати один із найбільш уживаних підходів на основі інтерполяційних поліномів Лагранжа або Ньютона. Також прийнятною для функціонального опису дискретного ряду точок на площині є інтерполяція на основі радіально-базисних функцій.

Виявлення та локалізація термічних містків в архітектурно-конструктивних вузлах огорожуючої конструкції є однією із найважливіших задач будівельної фізики в царині підвищення енергетичної ефективності будівель та, як наслідок, зниження їх вуглецевого сліду.

Ключові слова: термічні містки; тепловтрати; опір теплопередачі; температурні поля; ізотерми; метод найшвидшого підйому чи спуску; теплопровідне включення; метод чисельного моделювання, інтерполяційна функція.

Постановка проблеми. Сформульовані ООН у 2015р. цілі сталого розвитку однією із головних задач мають досягти повної екологічної нейтральності та нульового вуглецевого сліду в будівельному секторі до 2050р, який є споживачем ~40% всієї виробленої енергії. Ключовим фактором досягнення поставленої мети є підвищення енергетичної ефективності будівель, що сформульовано у Євродирективах з ЕЕ [16, 17] і регуляторних документах національних урядів ЄС [18] і України [19, 20]. Одним із домінуючих чинників підвищення енергетичної ефективності будівель є зниження тепловтрат через оболонку, в структурі яких 30..45% займають саме тепловтрати через термомістки та зони теплопровідних включень.

Так, для прикладу, можна навести відомий кейс заходів (див. рис. 1) з термомодернізації існуючого будівельного фонду – типове вузлове рішення, оптимізоване за допомогою методів чисельного і геометричного моделювання температурних полів, що дозволило скоротити тепловтрати більш ніж в 1,5 і 4 рази для нижнього і верхнього/бічного вузлів відповідно.

Варто зазначити, що кожна будівля має індивідуальний архітектурний образ і, як наслідок, велику кількість нетипових конструктивних та вузлових рішень. Це призводить до необхідності оптимізації таких вузлів за допомогою методів чисельного і геометричного моделювання температурних полів. Навіть за наявності побудованого температурного поля не завжди є очевидним, яких саме заходів вимагає досліджуваний конструктивний вузол для поліпшення його теплоізоляційних властивостей.

Тому, складно недооцінити актуальність наступних важливих питань:

- щодо розвитку розрахункових методик для відтворення температурних полів (за допомогою методів скінчених різниць та скінчених елементів) та застосування інтерполяційної функції для отримання неперервної функції температурних полів у архітектурно-конструктивних вузлах;
- щодо розробки дієвих алгоритмів по оптимізації конструктивних рішень даних вузлів після аналізу попередньо одержаного характеру розподілу їх температурних полів.

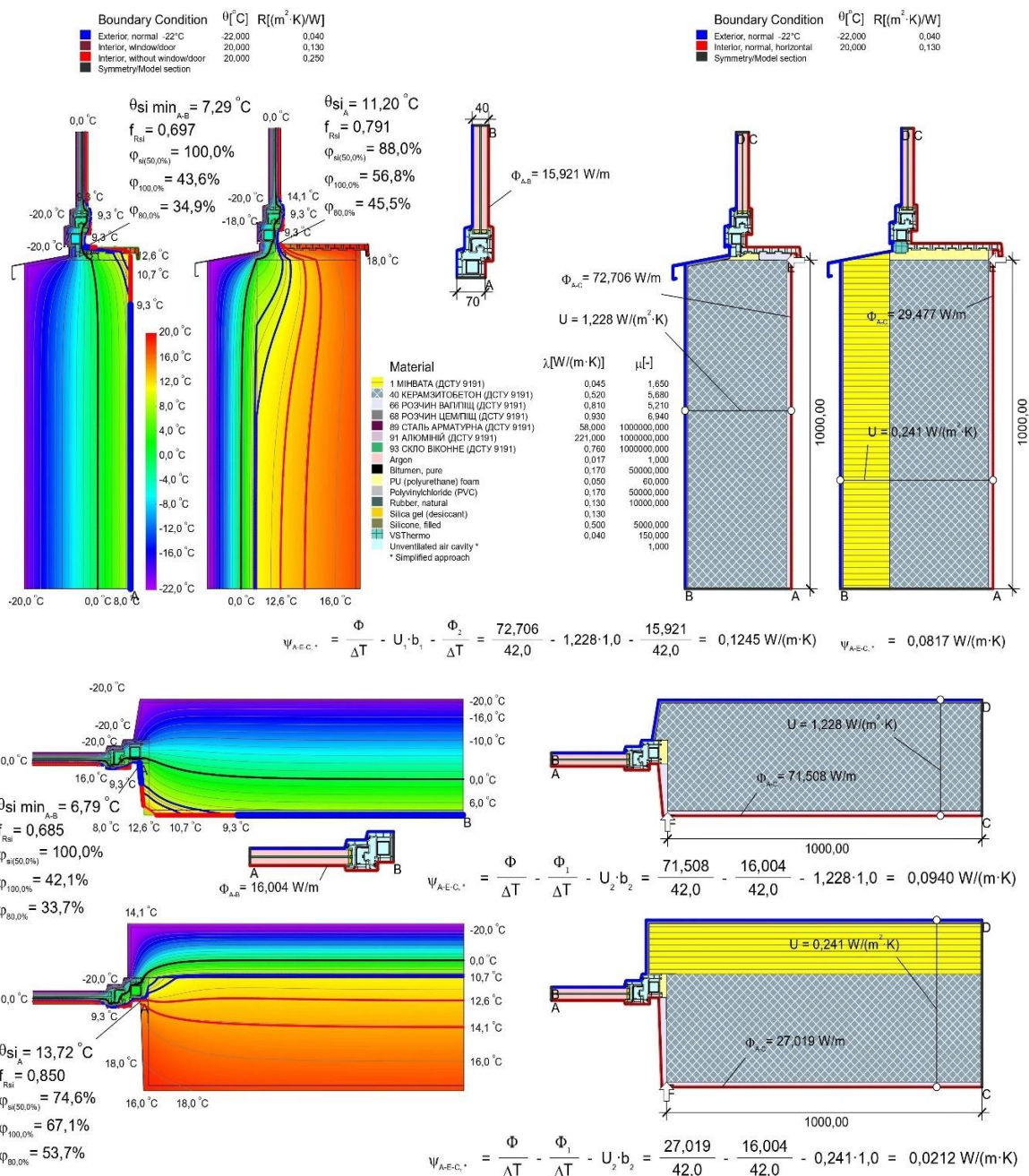


Рис.1 Приклад оптимізації вузлового рішення за допомогою методів чисельного і геометричного моделювання температурних полів.

Ціль та завдання публікації. Узагальнити алгоритм визначання приведенного опору теплопередачі термічних містків на основі побудови та аналізу спеціальних інтерполяційних функцій температурного поля.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

В джерелах [8-14] детально розглянуто найбільш розповсюджені чисельні методи для моделювання температурних полів, а саме:

- метод скінченних елементів;
- метод скінченних різниць;
- метод граничних елементів.

Математичний розрахунковий модуль в більшості програмного забезпечення для розрахунку температурних полів ґрунтується на методі скінчених елементів, оскільки допускає майже будь-яку конфігурацію геометричних параметрів дискретизації (розбиття на елементарні скінченні елементи чотирикутної та трикутної форми, як це показано на рисунку 2) досліджуваної ділянки конструкцій або області моделювання, у якій розвивається процес теплопередачі, й, як наслідок, поширюється температурне поле.

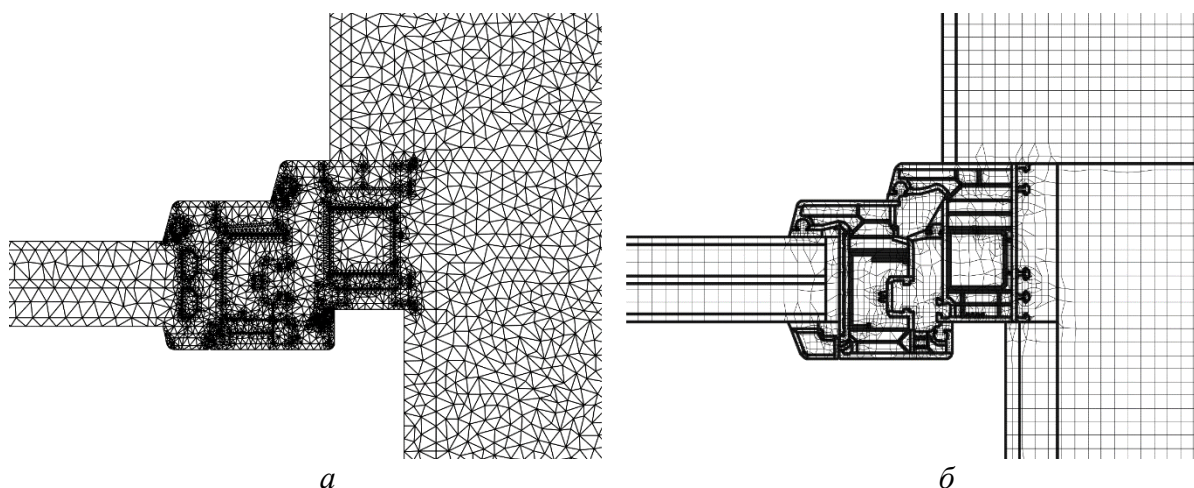


Рис.2 Розрахункова дискретна модель (сітка) що одержується при застосуванні методу скінченних елементів: а) FLIXO; б) THERM

Даний метод стає особливо ефективним у випадку, коли досліджувані архітектурно-конструктивні вузли мають складну геометрію. Метод скінченних елементів має високу адаптивність, оскільки передбачає застосування великого розмаїття функцій форм окремих скінчених елементів, що представляють собою локальні інтерполяційні поліноми і дозволяють віднаходити усереднені показники шуканих параметрів за їх вузловими значеннями. Для кожного вузла моделі складається рівняння, що описує взаємовплив суміжних елементів та вузлів один на одного. Розв'язання одержаної системи дозволяє визначити температуру в кожному вузлі й у подальшому віднаходити проміжні значення

температурних показників із використанням як локальної, так і глобальної інтерполяції й екстраполяції.

Метод скінченних різниць також потребує побудови дискретної моделі досліджуваної ділянки об'єкта або конструкції, однак в більшості інтерпретацій передбачає певні обмеження, пов'язані з використанням рівномірного кроку розбиття моделі, а також ортогональної сітки або з чарунками однаковими за топологічними ознаками. На відміну від методу скінченних елементів, метод скінченних різниць є більш наочним та простим для системного розрахунку та комп'ютерної реалізації. При цьому метод скінченних різниць дає можливість досягти практично будь-якої точності розрахунку за рахунок зменшення кроку дискретизації та збільшення кількості чарунок відповідно. Щоправда, даний метод є досить обмеженим у своїх можливостях, коли мова йде про необхідність локального згущення сітки при аналізі ділянок концентрації ізоліній температурних полів, особливо зі складною геометрією дрібних фрагментів досліджуваних конструкцій (як, наприклад у віконних профілях та склопакетах).

Метод граничних елементів передбачає подібний підхід до побудови температурного поля, однак, в більшості випадку, є більш складним, оскільки вимагає від дослідника чи інженера побудову комплексних функціонально заданих граничних умов моделювання. А це в свою чергу потребує глибокого розуміння процесів тепломасообміну, які відбуваються у тілі конструкції, що призводить до ускладнень при формуванні як граничних, так і початкових умов моделювання. Відтак даний метод є найменш уживаним.

При плоскій – двовимірній – постановці задачі визначення траєкторій найшвидших тепловтрат (містків холоду) може бути зведене до застосування алгоритмів найшвидшого підйому або спуску (залежно від того, із зовнішньої чи з внутрішньої поверхні конструктивного вузла розпочинається моделювання містка холоду) з використанням одновимірного пошуку [1]. Однак, найдоцільніше стартувати пошук саме із зовнішньої сторони вузла у складі огорожувальних конструкцій, оскільки по зовнішній стороні конструкцій, у разі відсутності складних архітектурно-декоративних елементів, найпростіше встановити сталий крок дискретизації та розмітити початкові точки пошуку на однаковій відстані один від одного. Плоска постановка задачі є найбільш поширеною та є достатньо інформативною для детального аналізу ефективності прийнятих конструктивних рішень та, при необхідності, пошуку шляхів їх корегування. В той же час, для застосування алгоритмів найшвидшого підйому або спуску необхідно шляхом локальної або глобальної інтерполяції одержати суцільну картину температурного поля між точками досліджуваної дискретної моделі вузла.

В роботах [4, 15] було продемонстровано принципи застосування інтерполяції гіперболічними параболоїдами при регулярній або

ортогональній у плані сітці II-го типу (із прямокутними чарунками). В той же час, така інтерполяція є локальною й вимагає написання додаткових алгоритмів, що забезпечують зміну інтерполяційної функції при переході із однієї чарунки до іншої. А це не дуже зручно у випадку роботи з дискретним каркасом із високою щільністю вузлів.

Більш доцільною для вирішення відповідної задачі є глобальна інтерполяція, в результаті якої одержується єдина функція температурного поля, найшвидші спуски і підйоми по якій можуть бути побудовані без дотримання умов заміни інтерполяційних функцій на різних ділянках вузла [1].

Основна частина. Використовуючи метод інтерполяційної побудови суцільного температурного поля [2], та підхід до визначення траєкторій найшвидшого спадання або зростання температури в тілі вузла [1], можемо отримати принциповий алгоритм пошуку та оптимізації вузлового архітектурно-конструктивного рішення з метою усунення термо-містків (містків холоду). Отже, слід дотримуватися на ступного порядку дій:

1. Виконати моделювання суцільного температурного поля досліджуваного вузла огорожувальної конструкції у її початковому (неоптимізованому) стані. При цьому, слід застосовувати один із вище розглянутих методів чисельного моделювання, реалізований як математичне ядро одного із наявних інструментаріїв програмного забезпечення (рис. 3).

Як альтернативний підхід до моделювання температурних полів, можна використати інтегральне визначення показників температурного поля t на основі методу, запропонованого у [2]:

$$t_i = \sum_{j=1}^n \xi_j \cdot \int_{\Omega_j} (d\Omega_j / r_{i,j}), \quad (1)$$

де $r_{i,j}$ – це відстань від елементарного умовного обсягу поверхневої теплової енергії $\xi_j d\Omega_j$ до i -ї досліджуваної точки поля в межах матеріалу конструкції, що розглядається; ξ_j – це умовна щільність розподілу теплової енергії на j -й поверхні; n – кількість поверхонь, на які в процесі моделювання умовно розділяється досліджуваний вузол.

Функція (1) є потенціальною та задовольняє диференційному гармонічному рівнянню Фур'є в часткових похідних другого порядку. При цьому у (1) вводиться припущення, що ξ_j є сталою величиною на кожній поверхні (ділянці) досліджуваного вузла. Таке припущення є цілком допустимим, оскільки в більшості випадків у межах окремих плоских ділянок не застосовуються різні опоряджувальні матеріали. Якщо все-таки використані різні матеріали з різними фізико-механічними і теплотехнічними показниками, тоді доцільніше здійснити додаткове розбиття цієї поверхні на окремі фрагменти й ввести додаткові, але все ще сталі величини ξ_j .

2. Якщо все ж таки температурне поле було отримане на основі

чисельного моделювання та представлено набором дискретних показників, необхідно побудувати спеціальну інтерполяційну функцію температурного поля, використовуючи одну із моделей побудови інтерполяційних функцій Лагранжа чи Ньютона або за допомогою радіально-базисних функцій. У будь-якому випадку, ці інтерполяційні функції матимуть вид $t = F(x, y)$ (див. рисунок 4).

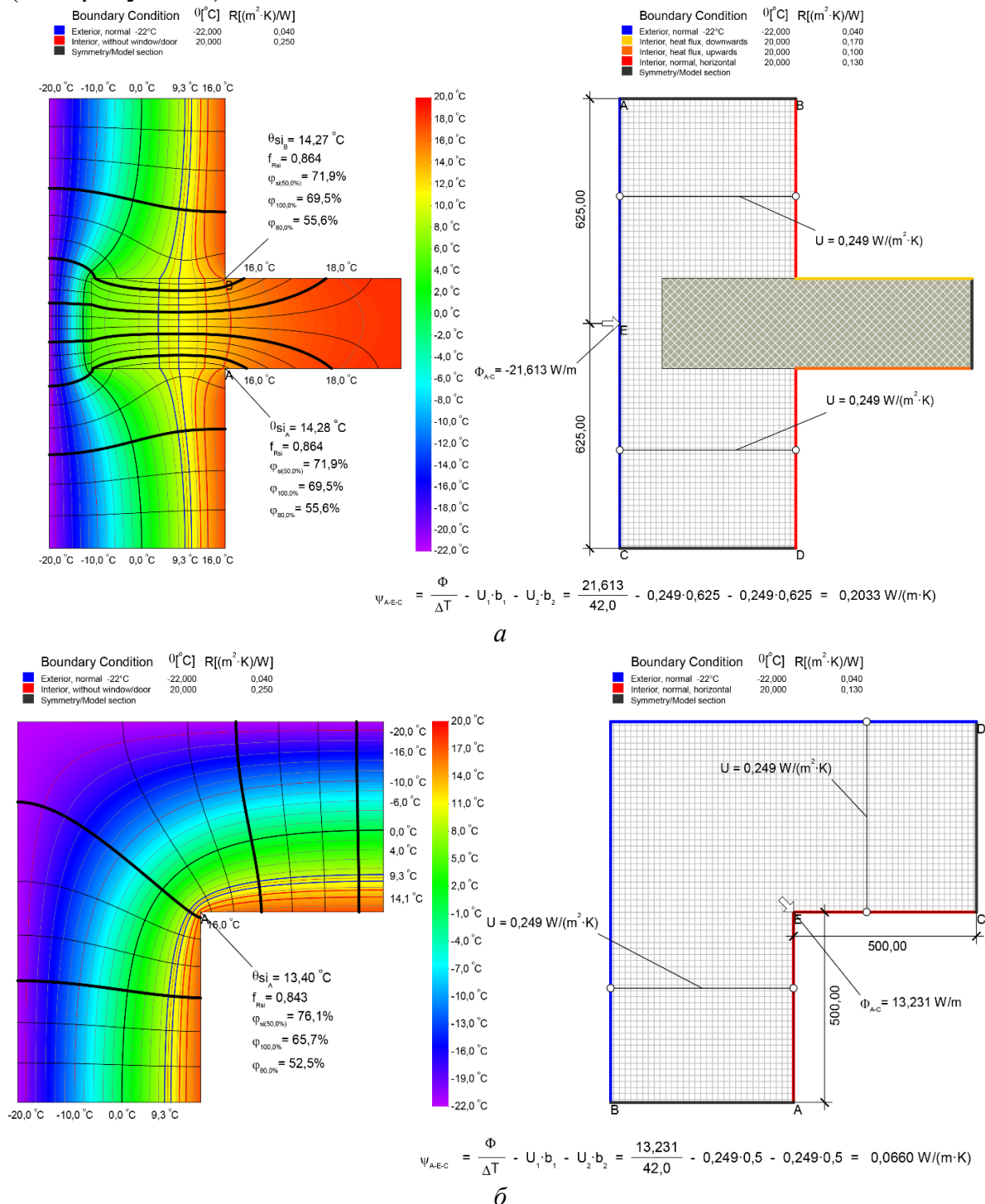


Рис. 3 Результати моделювання температурного поля поточного (неоптимізованого) стану вузла методом скінченних елементів за допомогою програмного забезпечення FLIXO: а) вузол примикання плити перекриття до зовнішньої стіни; б) вузол зовнішнього кутового сполучення.

Узагальнений для двовимірної інтерполяції поліном Лагранжа має вид :

$$F(x, y) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n L_{i,j}(x, y) \cdot z_{i,j}, \quad (2)$$

де $L_{i,j}(x, y)$ – багаточлени, що мають наступну форму:

$$L_{i,j}(x, y) = \prod_{p=0, p \neq i}^m \prod_{q=0, q \neq j}^n \frac{(x - x_i) \cdot (y - y_j)}{(x_p - x_i) \cdot (y_q - y_j)}. \quad (3)$$

Узагальнений для двовимірної інтерполяції поліном Ньютона має вигляд:

$$F(x, y) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{n-i} c_{i,j} \cdot N_{i,j}(x, y), \quad (4)$$

де $N_i(x)$ – багаточлени ступеню $m-1$, що мають наступну форму:

$$N_{i,j}(x, y) = \prod_{p=0}^{i-1} (x - x_p) \cdot \prod_{q=0}^{j-1} (y - y_q), \quad (5)$$

$c_{i,j}$ – позначення частинних поділених різниць (у тому числі й змішаних) $(i+j)$ -го порядку, які прийнято записувати у наступній формі:

$$c_{i,j} = [x_0 x_1 \dots x_i; y_0 y_1 \dots y_j] = [y_j y_{j-1} \dots y_0; x_i x_{i-1} \dots x_0]. \quad (6)$$

Частинні поділені різниці є деякою мірою дискретними аналогами часткових похідних для дискретно представлених поверхонь. Частинні поділені різниці першого порядку мають таку загальноприйнятну форму запису:

$$[x_i x_{i+1}; y_j] = (z_{i+1,j} - z_{i,j}) / (x_{i+1} - x_i), \quad (7)$$

$$[x_i; y_j y_{j+1}] = (z_{i,j+1} - z_{i,j}) / (y_{j+1} - y_j). \quad (8)$$

Поділені різниці другого порядку:

$$[x_i x_{i+1} x_{i+2}; y_j] = ([x_{i+1} x_{i+2}; y_j] - [x_i x_{i+1}; y_j]) / (x_{i+2} - x_i), \quad (9)$$

$$[x_i; y_j y_{j+1} y_{j+2}] = ([x_i; y_{j+1} y_{j+2}] - [x_i; y_j y_{j+1}]) / (y_{j+2} - y_j). \quad (10)$$

Змішані поділені різниці другого порядку:

$$[x_i x_{i+1}; y_j y_{j+1}] = ([x_i x_{i+1}; y_{j+1}] - [x_i x_{i+1}; y_j]) / (y_{j+1} - y_j), \text{ або:} \quad (11)$$

$$[x_i x_{i+1}; y_j y_{j+1}] = ([x_{i+1}; y_j y_{j+1}] - [x_i; y_j y_{j+1}]) / (x_{i+1} - x_i). \quad (12)$$

Поділені різниці вищих порядків одержують за аналогічним принципом.

Поліном Лагранжа дозволяє не лише вирішувати задачі інциденцій, а й враховувати значення будь-яких похідних у базових точках, тоді як застосування інтерполяційного полінома Ньютона дозволяє уникнути завищення степеня результуючої функції. Нагадаємо лише, що будь-яка суцільна інтерполяція може призводити до небажаних явищ осциляції.

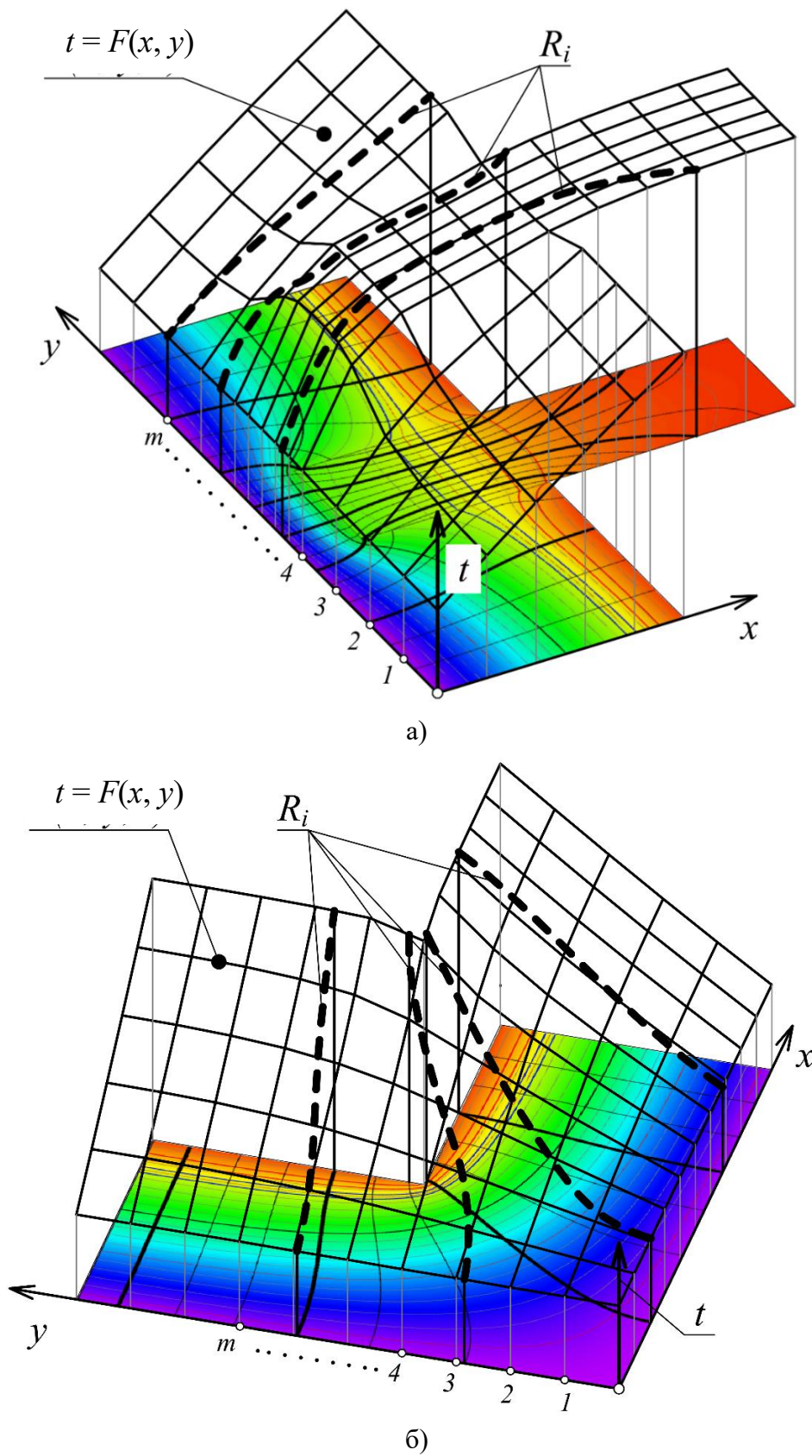


Рис. 4 Моделювання найшвидшого підйому значень функції (зростання значень температурного поля):

а) вузол примикання плити перекриття до зовнішньої стіни;

б) вузол зовнішнього кутового сполучення.

Інтерполяційний поліном Ньютона не лише відрізняється від полінома Лагранжа за формою запису, а й володіє беззаперечною перевагою перед ним з точки зору складнощів при обчисленні, так як послідовне збільшення кількості точок, через які має проходити графік шуканої функції, веде лише до збільшення членів полінома Ньютона. В той же час аналогічне зростання кількості базових точок при обчисленні полінома Лагранжа призведе до необхідності перерахунку усіх уже існуючих його членів.

Принцип дискретної інтерполяції на основі базисних функцій можна сформулювати наступним чином. На основі попередньо заданих вимог до геометричних особливостей дискретного образу, а також із урахуванням необхідної її точності та гладкості, необхідно обрати базисну функцію інтерполяції, у відповідності до кількості точок, що мають бути одночасно інцидентними цій функції. Таким чином, функція температурного поля може бути представлена сумою з M інтерполяційних або апроксимаційних радіально-базисних функцій [22], наприклад зворотних квадратичних (13) або мультіквадратичних (14) функцій:

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^M a_i / [1 + \varepsilon^2 \cdot ((x_i - x)^2 + (y_i - y)^2)] , \quad (13)$$

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^M a_i / \sqrt{1 + \varepsilon^2 \cdot ((x_i - x)^2 + (y_i - y)^2)} . \quad (14)$$

Тут a_i – значення питомих показників вартості у опорних точках з координатами x_i та y_i ; ε – коефіцієнт гладкості апроксимації між опорними точками функції $F(x, y)$.

Методика інтерполяції основі радіально-базисних функцій є найпростішою і найлегше реалізується. Однак вона має істотні недоліки, пов'язані з відсутністю алгоритмів запобігання явищам осциляції, які є досить непередбачуваними і можуть суттєво завадити наступним крокам даного алгоритму дій, оскільки осциляції призводять до появи неочікуваних і фізично необґрунтованих локальних, а інколи й глобальних екстремумів функції. Це, на жаль, може завадити використанню деяких із методів пошуку найшвидших траєкторій зростання/спадання функцій, або суттєво викривити остаточні результати обчислення значень приведених опорів теплопередачі.

3. Фіксуємо множину з m регулярних або специфічних точок на зовнішній поверхні досліджуваного архітектурно-конструктивного вузла, оскільки вона є відносно лінійною та має передбачуваний характер (див. рис. 4).

4. Здійснюємо моделювання найшвидшого підйому з використанням одновимірного пошуку, починаючи у обраних на попередньому етапі алгоритму точках зовнішніх поверхонь. При цьому застосовуємо наступні формули для визначення координат точок дискретних траєкторій зростання значень температурного поля:

$$x_i^{(k)} = x_i^{(k-1)} + (\mu \times v_{x_i}^{(k-1)}), \quad (i = \overline{1, m}; k = \overline{1, r}), \quad (15)$$

$$y_i^{(k)} = y_i^{(k-1)} + (\mu \times v_{y_i}^{(k-1)}), \quad (i = \overline{1, m}; k = \overline{1, r}), \quad (16)$$

де складові одиничного вектора градієнта $\bar{\mathbf{v}}$ визначаються за формулами:

$$v_{x_i} = \frac{\partial t}{\partial x_i} \cdot \left[\left(\frac{\partial t}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y_i} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (17)$$

$$v_{y_i} = \frac{\partial t}{\partial y_i} \cdot \left[\left(\frac{\partial t}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y_i} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (18)$$

В формулах (15) та (16): k – це номер поточного кроку переміщення уздовж траєкторії досліджуваного містка холоду, r – кількість кроків переміщення, а μ – параметр, абсолютні значення якого відраховуються в напрямку вектору градієнта $\bar{\mathbf{v}}$:

$$\bar{\mathbf{v}} = v_x \cdot \bar{\mathbf{e}}_x + v_y \cdot \bar{\mathbf{e}}_y \quad (19)$$

на кожному кроці спуску (чи підйому).

5. Розраховуємо опори теплопередачі досліджуваного вузла огорожувальних конструкцій, що потрапляють у визначені траєкторії містків холоду. Відповідні опори визначаємо за формулою:

$$R = \frac{1}{\alpha_3} + \sum_{k=1}^r \frac{\mu}{\lambda_{k,k-1}} + \frac{1}{\alpha_B}, \quad (20)$$

де: $\lambda_{k,k-1}$, α_3 та α_B – коефіцієнт теплопровідності на ділянці містка холоду між точками на k -му й $(k-1)$ -му кроках переміщення під час градієнтного спуску, коефіцієнти тепловіддачі зовнішньої та внутрішньої поверхонь досліджуваного вузла огорожувальних конструкцій відповідно.

6. Розраховуємо приведений опір теплопередачі вузла R_{np} за формулою:

$$R_{np} = \frac{\sum_{k=1}^r R_k}{m}. \quad (21)$$

Очевидно, що збільшення числа досліджуваних траєкторій найшвидшого витоку теплової енергії (містків холоду) буде вести до підвищення точності визначення приведенного опору теплопередачі досліджуваного вузла.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Побудова інтерполяційних функцій температурного поля виду $t = F(x, y)$ та визначення траєкторій найшвидшого витоку теплової енергії з подальшим обчисленням приведенного опору теплопередачі дозволить точніше обчислювати тепловтрати у архітектурно-конструктивних вузлах огорожувальної конструкції, і, як наслідок, розробляти їх більш

раціональними та ефективними з точки зору запобігання трансмісійним (кондуктивним) тепловтратам. Розглянутий підхід може стати дієвим інструментом підвищення енергоефективності теплової оболонки енергонезалежних будівель (зокрема NZEB/ZEB, ActiveHouse, PassiveHouse, а також об'єктів зеленого будівництва в цілому відповідно до рейтингових систем EPD-сертифікації тощо).

Окрім того, не менш ефективним може виявитися застосування функцій форм самих скінченних елементів для інтерполяції температурних показників у вузлах зі складними геометричними параметрами. Однак, такий підхід потребує додаткових досліджень та написання супровідних алгоритмів автоматизованої ідентифікації переходу операції пошуку найшвидшої траєкторії підйому від одного елемента до іншого для того, щоб алгоритм пошуку траєкторій містків холоду діяв саме в межах інтерполяції, а не екстраполяції функції форми кожного скінченного елемента.

Література

1. *Скочко В. І.* Пошук містків холоду у вузлах будівельної конструкції на основі спеціальних інтерполяційних функцій / *Енергозбереження в будівництві та архітектурі*. Вип. 4. Київ : КНУБА, 2013. С. 259-264.
2. *Якусевич С. Г., Плоский В.О.* Спосіб відтворення температурних полів конструктивних вузлів будівель та споруд / *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2018. Вип. 94. С. 88-94.
3. *Якусевич С. Г.* Алгоритм конструювання вузлів зовнішніх огорожувальних конструкцій при проектування теплової оболонки будівлі/ *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2018.
4. *Ковальов С. М., Воронцов О.В.* Конструювання сітчастих каркасів поверхонь із горизонталей і ліній найбільшого схилу / *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 1993. Вип. 54. С. 13-16.
5. *Плоский В. О., Скочко В.І.* Геометричне моделювання деяких процесів тепломасообміну / *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2012. Вип. 89. С. 285-295.
6. *Скочко В. І.* Спеціальні геометричні моделі процесів, що розвиваються у суцільному середовищі / Дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01. Київ : КНУБА, 2013. 269 с.
7. *Сергейчук О. В.* Архітектурно-будівельна фізика. Москва : Такі справи, 1999. 156 с.
8. *Fenner R. T.* Finite Element Method for Engineers. London: The Macmillan Press Ltd, 1975.
9. *Oden J. T.* An Introduction to the Mathematical Theory of Finite Elements / J. T. Oden, J. N. Reddy. New York – London: John Wiley & Sons, 1976.
10. *Трушин С. И.* Метод конечных элементов. Теория и задачи. Москва: Издательство АСВ, 2008. 256 с.

11. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. Москва : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971. 553 с.
12. Самарский А. А. Теория разностных схем. Москва : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 616 с.
13. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. Москва : Издательство ЛКИ, 2009. 480 с.
14. Метод граничных элементов / А. Г. Угодчиков, Н. М. Хуторянский. Казань: Издательство Казанского университета, 1986. 297 с.
15. Найдих В. М. Дискретна інтерполяція. Мелітополь: ВДП «Люкс», 2008. 250 с.
16. DIRECTIVE (EU) 2024/1275 OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL of 24 April 2024 on the energy performance of buildings
17. DIRECTIVE (EU) 2023/1791 OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL of 13 September 2023 on energy efficiency and amending Regulation (EU) 2023/955 (recast)
18. National applications of the NZEB definition – The complete overview of February 2018, – The Concerted Action EPBD
19. ЗУ Про енергетичну ефективність будівель – Відомості Верховної Ради (ВВР), 2017, № 33, ст.359
20. РОЗПОРЯДЖЕННЯ КМУ від 29 січня 2020 р. № 88-р «Про схвалення Концепції реалізації державної політики у сфері забезпечення енергетичної ефективності будівель у частині збільшення кількості будівель з близьким до нульового рівнем споживання енергії та затвердження Національного плану збільшення кількості будівель з близьким до нульового рівнем споживання енергії»
21. Скочко В. І. Методи інтерпретаційного геометричного моделювання сітчастих структур та їх застосування. Дис. ... доктора техн. наук : 05.01.01. Київ : КНУБА, 2021. 590 с.
22. Iske A. Radial basis functions: basics, advanced topics and meshfree methods for transport problems / *Rend. Sem. Mat. Univ. Pol., Torino*, 2003. № 61 (3). P. 247–284.

References

1. Skochko V. I. Spetsialni heometrychni modeli protsesiv, shcho rozvyvaiutsia u sutsilnomu seredovyshchi / *Enerhozberezhennia v budivnytstvi ta arkhitekturi*. – Kyiv : KNUBA, 2013. s. 259-264.
2. Yakusevych S. H., Ploskyi V. O. Sposib vidtvorennia temperaturnykh poliv konstruktyvnykh vuzliv budivel ta sporud / *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv : KNUBA, 2018. Vyp. 94. s. 88-94.
3. Yakusevych S. H. Alhorytm konstruiuvannia vuzliv zovnishnykh ohorodzhualnykh konstruktsii pry proiektuvannia teplovoi obolonky budivli / *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv : KNUBA, 2018.

4. Kovalov S. M., O. V. Vorontsov Konstruiuvannia sitchastykh karkasiv poverkhon iz horyzontalei i linii naibilshoho skhyly / *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv : KNUBA, 1993. Vyp. 54. s. 13-16.
5. Ploskyi V. O., V. I. Skochko Heometrychne modeliuvannia deiakykh protsesiv teplomasoobminu / *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv : KNUBA, 2012. Vyp. 89. s. 285-295.
6. Skochko V. I. Spetsialni heometrychni modeli protsesiv, shcho rozvyvaiutsia u sutsilnomu seredovyshchi / *Dys. ... kond. tekhn. nauk: 05.01.01*. Kyiv : KNUBA, 2013. 269 s.
7. Serheichuk O. V. Arkhitekturno-budivelna fizyka / Moscow : Taki spravy, 1999. 156 s.
8. Fenner R. T. Finite Element Method for Engineers. London: The Macmillan Press Ltd, 1975.
9. Oden J. T. An Introduction to the Mathematical Theory of Finite Elements / J. T. Oden, J. N. Reddy. New York – London: John Wiley & Sons, 1976.
10. Trushyn S. Y. Metod konechnykh elementov. Teoryia y zadachy. Moscow : Yzdatelstvo ASV, 2008. 256 s.
11. Samarskyi A. A. Vvedenye v teoryiu raznostnykh skhem / Moscow.: Nauka. Hl. red. fiz.-mat. lyt., 1971. 553 s.
12. Samarskyi A. A. Teoryia raznostnykh skhem / Moscow : Nauka. Hl. red. fiz.-mat. lyt., 1989. 616 s.
13. Samarskyi A. A., Vabyshchevych P. N. Chyslennyye metody resheniya obratnykh zadach matematycheskoi fizyky / Moscow : Yzdatelstvo LKY, 2009. 480 s.
14. Metod hranynnykh elementov / A. H. Uhodchikov, N. M. Khutorskiy. Kazan: Yzdatelstvo Kazanskoho unyversyteta, 1986. 297 s.
15. Naidysh V. M. Dyskretna interpoliatsiia. Melitopol : VDP «Liuks», 2008. 250 s.
16. DIRECTIVE (EU) 2024/1275 OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL of 24 April 2024 on the energy performance of buildings
17. DIRECTIVE (EU) 2023/1791 OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL of 13 September 2023 on energy efficiency and amending Regulation (EU) 2023/955 (recast)
18. National applications of the NZEB definition – The complete overview of February 2018, – The Concerted Action EPBD
19. ZU Pro enerhetychnu efektyvnist budivel – Vidomosti Verkhovnoi Rady (VVR), 2017, № 33, st.359
20. ROZPORIaDZhENNIa KMU vid 29 sichnia 2020 r. № 88-r «Pro skhvalennia Kontseptsii realizatsii derzhavnoi polityky u sferi zabezpechennia enerhetychnoi efektyvnosti budivel u chastyni zbilshennia kilkosti budivel z blyzkym do nulovoho rivnem spozhyvannia enerhii ta zatverdzhennia Natsionalnogo planu zbilshennia kilkosti budivel z blyzkym do nulovoho rivnem spozhyvannia enerhii»

21. *Skochko V. I.* Metody interpretatsiynoho heometrychnoho modelyuvannya sitchastykh struktur ta yikh zastosuvannya. Dis. ... doktora tekhn. nauk : 05.01.01. Kyiv : KNUBA, 2021. 590 s.
22. *Iske A.* Radial basis functions: basics, advanced topics and meshfree methods for transport problems / *Rend. Sem. Mat. Univ. Pol.*, Torino, 2003. № 61 (3). P. 247–284.

Doctor of Technical Science, Professor **Ploskyi Vitalii**
ploskyivo@ukr.net, ORCID: 0000-0002-2632-8085

PhD, doctoral student **Bezus Valerii**
vbezus@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9904-370X

Doctor of Technical Science, Professor **Skochko Volodymyr**,
vladimir.and.friends@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1709-2621

Shamilov Petro,
pit@shamiloff.com, ORCID: 0009-0009-6280-9263

Kyiv National University of Construction and Architecture

DETERMINATION OF REDUCED HEAT TRANSFER RESISTANCE OF ARCHITECTURAL AND STRUCTURAL DETAILS OF ENCLOSURE STRUCTURES ON THE BASIS OF GEOMETRIC MODELING OF TEMPERATURE FIELDS

The article considers one of the methods of determining the reduced resistance of heat transfer in architectural and structural nodes and zones of heat-conducting inclusions of enclosing structures for their further optimization according to the principle of the maximum possible reduction of heat loss.

The corresponding algorithm is studied, which involves a cyclical passage of several stages: analysis of the current state/design of the nodal solution by the method of finding the trajectories of the fastest heat loss (like modeling the lines of the fastest ascent or descent using a one-dimensional search) and determining the heat transfer resistances along the corresponding trajectories, based on which the calculation the value of the reduced heat transfer resistance. The process of searching for the trajectories of the fastest heat energy leaks is implemented by means of geometric modeling of special interpolation functions built on reference values of the temperature fields in the studied nodes.

Based on the results of the analysis of the obtained trajectories of the fastest thermal energy leaks, it is proposed to rationalize nodal design solutions by making constructive changes along the path of simulated heat loss trajectories (thermal bridges or cold bridges) and checking the effectiveness of the measures taken by recalculating and comparing the calculated reduced heat transfer resistances with normative indicators. taking into account regulatory requirements regarding the specific energy consumption of buildings.

Temperature fields are reproduced by one of the methods of numerical modeling (finite element method, finite difference method or boundary element method), for which it is permissible to use specialized software, or using integral formulas to determine temperature indicators in the studied architectural and structural nodes. To construct special interpolation functions of the temperature field, it is suggested to use one of the most widely used approaches based on Lagrange or Newton interpolation polynomials. Interpolation based on radial basis functions is also acceptable for the functional description of a discrete series of points on the plane.

The detection and localization of thermal bridges in the architectural and structural nodes of the enclosing structure is one of the most important tasks of building physics in the field of increasing the energy efficiency of buildings and, as a result, reducing their carbon footprint.

Keywords: thermal bridges; heat loss; heat transfer resistance; temperature fields; isotherms; method of fastest ascent or descent; thermal inclusion; numerical modeling method, interpolation function.