УДК 514.18
DOI 10.32347/0131-579x.2024.106.301-318
д. т. н., професор **Скочко В. І.**
vladimir.and.friends@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1709-2621
к. т. н. **Кожедуб С. А.**
ksa.knuba@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6315-8161
к. е. н., доцент **Сотніков Д. А.**
0973220569@ukr.net, ORCID: 0009-0004-3379-0747
Мартиновський К. В.
kiril75839@gmail.com, ORCID: 0009-0000-9065-614X
Київський національний університет будівництва і архітектури

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕНЕРГОРЕСУРСОЕФЕКТИВНИХ ОГОРОДЖУВАЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ ОБ'ЄКТІВ АРХІТЕКТУРИ

У даній роботі досліджуються можливості використання інструментів дискретного геометричного моделювання як засобів оптимізаційного проектування будівельних оболонок з метою подальшої мінімізації енерго- та ресурсо- затрат на різних етапах її життєвого циклу. Зокрема, аналізуються наукові методи та підходи, які дозволяють підвищити енергоефективність теплових оболонок будівель шляхом зниження тепловтрат за рахунок зменшення площі поверхні модельованої оболонки та мінімізації використання конструктивних матеріалів на її зведення. Симбіотичне поєднання зазначених підходів до проектування дає змогу не лише скоротити споживання енергетичних ресурсів на етапі експлуатації будівлі, але й опосередковано дозволяє знизити витрати енергоносіїв на стадії безпосереднього виготовлення будівельних конструкцій та виробів. Останнє, в сою чергу, веде до зменшення викидів парникових газів та інших забруднюючих речових у атмосферне повітря, що робить запропонований підхід привабливим для сучасного екологічно будівництва і таким, що повністю відповідає принципам зеленого будівництва та сприяє зменшенню вуглецевого сліду об'єктів архітектури, забезпечуючи водночас поступове досягнення щонайменше 9-ти цілей сталого розвитку.

З математичної точки зору вирішення завдання одночасної мінімізації витрат конструктивних матеріалів та максимальне зниження тепловтрат здійснюється шляхом побудови цільової функції, представленої сумою об'єму відповідних будівельних матеріалів, та пошуку її екстремальних значень із накладанням спеціальних функціональних умов. Цими умовами є дискретні функціональні аналоги диференціальних властивостей (а саме значення середньої кривизни поверхні) мінімальних поверхонь, що мають найменшу можливу площу на заданому опорному контурі. У процесі моделювання дискретно представлені оболонки

розглядаються як аналоги просторових стрижневих безмоментних конструкцій або сітчастих структур, елементи яких працюють лише на стиск або розтяг. Вбачається, що робота усіх елементів відповідних конструкцій відбувається у межах пружних деформацій без втрати стійкості.

Ключові слова: *дискретне геометричне моделювання; формоутворення; сітчасті структури; архітектурні оболонки; енергоресурсозбереження.*

Постановка проблеми. Зростаюче споживання енергоресурсів і підвищення вимог до енергоефективності будівель у всьому світі є одним з найактуальніших викликів для будівельної галузі. В той же час на енергетичні та ресурсні витрати, пов'язані зі зведенням будівель і споруд, а також їх подальшими експлуатацією, ремонтами і реконструкціями, в найбільшій мірі впливають закладені на етапі проєктування архітектурні та конструктивні рішення. Так, геометрична форма зовнішньої оболонки будівлі, сформована її огороджувальними конструкціями, а також конструктивні рішення, що забезпечують стійкість та міцність цієї оболонки, залишаються незмінними впродовж всього життєвого циклу будівлі, на відміну від проектних рішень з теплоізоляції огороджувальних конструкцій та облаштування будівлі внутрішніми інженерними системами життєзабезпечення, які можуть бути замінені, модернізовані або переоснащені з плином часу. Відтак, проблема оптимізації архітектурної форми будівлі з метою мінімізації тепловтрат знаходиться на одному рівні пріоритетності із задачею максимального скорочення матеріалів її конструктивних елементів. Комплексне вирішення цих двох завдань дозволяє підвищити не лише рівень енергоефективності будівлі, але й досягти високих показників ресурсозбереження. Розробка підходів до вирішення задач такого рівня потребує додаткових досліджень відповідних методів геометричного моделювання та управління формою дискретними образами, що інтерпретують оболонки огороджувальних конструкцій (або оболонок) енергоефективних будівель, із урахуванням додатково накладених умов формоутворення.

Відтак, зупиняючись саме на огороджувальних конструкціях будівель, розглянемо принципи забезпечення їх найвищих показників енергоресурсозбереження та відповідні математичні засоби досягнення цього завдання. Зважаючи на те, що огороджувальні конструкції будівель, як правило, представляють собою комбінацію відсіків площин та/або окремих фрагментів криволінійних поверхонь (або оболонок), доцільно у якості інструментів їх комплексної оптимізації розглядати методи та алгоритми дискретного геометричного моделювання.

Ціль статті. Дослідити способи геометричного формоутворення сітчастих структур, які інтерпретують дискретно представлені оболонки зовнішніх огороджувальних конструкцій енергоефективних будівель, із використанням мінімальної кількості конструктивних матеріалів. Запропонувати підхід до оптимізації форми огороджувальних конструкцій представлених у формі дискретних поверхонь за двома критеріями:

- мінімізація використання конструктивних матеріалів;
- максимально можливе скорочення тепловтрат.

Аналіз основних досліджень і публікацій. У зв'язку із тим, що ключовим об'єктом дослідження, аналізу та оптимізації енергоефективної будівлі є її тепловий баланс, який по суті відображає рівновагу між тепловтратами та надходженнями теплової енергії, одним із найважливіших завдань енергозбереження у будівництві є максимальне зменшення інтенсивності теплообміну будівлі із зовнішнім середовищем, при чому як у холодну, так і теплу пори року. Загалом, з точки зору будівельної фізики [1, 2], теплопередача може відбуватися трьома способами (або їх комбінацією):

1) кондуктивно (або трансмісійно) – через щільні матеріали огороджувальних конструкцій;

2) конвективно – завдяки конвекції та локальному руху повітряних мас;

3) радіаційно – через передачу теплової енергії шляхом радіаційного сонячного опромінення та завдяки зворотному випроміненню теплової енергії поверхнею огороджувальних конструкцій.

І якщо на другий та третій способи можна впливати шляхом регулювання режимів провітрювання завдяки роботі вентиляційних систем та обладнання, системами сонцезахисту, а також кольоровою гамою та технологіями нанесення спеціальних сітловідбиваючих чи світлопоглинаючих покриттів і матеріалів на поверхні огороджувальних конструкцій, то на перший можна впливати двома шляхами:

1) шляхом підвищення опору теплопередачі огороджувальних конструкцій;

2) шляхом зміни форми огороджувальних конструкцій.

У роботі [3] було детально проаналізовано плив форми огороджувальних конструкцій, а також їх теплотехнічних характеристик на теплообмін будівлі в цілому. Зокрема, були запропоновані як інструменти формоутворення теплових оболонок будівель на основі методів оптимізації, так і математичні основи визначення оптимального розподілу утеплювача по дискретно представленій поверхні огороджувальних конструкцій при умові, що будівля знаходиться у деякому заданому тепловому полі. Згідно з [3] тепловий баланс *B* тіла із зовнішнім середовищем є різницею між потоком тепла *P*, що надходить до поверхні тіла, та потоком тепла *Q*, що випромінює це тіло у зовнішнє середовище:

$$B = P - Q. \qquad (1)$$

У оригінальному джерелі для позначення теплового балансу, замість символу *B* застосовувався символ Δ, який у даній роботі використовуватиметься для позначення різницевих співвідношень. Окрім того, у [3] вводиться визначення оптимального тіла Ω_{opt} заданого об'єму V, для якого тепловий баланс із зовнішнім середовищем має найменше абсолютне значення B_{opt}:

$$B_{\text{opt}} = \min_{\Omega}(|B_{\Omega}|). \qquad (2)$$

Автором зазначається, що у разі, якщо цій умові відповідає декілька тіл, то із них оптимальним буде вважатися те із них, площа поверхні якого найменша. Вочевидь, чим меншою є поверхня, через яку відбувається теплообмін із навколишнім середовищем, тим меншими будуть тепловтрати через цю поверхню, а значить і теплонадходження для компенсації тепловтрат будуть меншими.

У зв'язку із цим стає очевидним те, що у разі, якщо необхідно створити будівлю із високими показниками енергоефективності, то кожен фрагмент огороджувальних конструкцій, обмежений деякими контурами, обумовленими особливостями конструктивних та об'ємно-планувальних рішень, слід намагатися прийняти із найменшою можливою площею. Заради справедливості слід додати, що у роботі [3] автор керується набагато більш комплексними і системними міркуваннями, й мінімізація поверхні будівлі не є основним завданням даної роботи, а, скоріше, одним із супутніх наслідків.

Водночас, слід зазначити, що поверхні огороджувальних конструкцій, які мають найменші тепловтрати та мінімальні площі, можуть мати досить складну форму та потребувати просторових конструктивних рішень на базі стрижневих каркасів. Відповідні каркаси повинні витримувати усі види нормативних навантажень та забезпечувати міцність і стійкість огороджувальних конструкцій. Це в свою чергу може вимагати використання значної кількості конструктивних матеріалів та спричиняти збільшення вуглецевого сліду від спорудження будівлі в цілому.

Усе вищесказане можна підсумувати таким чином: при проектуванні енергоефективних будівель може виникнути певне протиріччя, яке полягає у тому, що проектні рішення, які мають підвищувати рівень енергоефективності будівлі можуть призводити до нераціонального збільшення витрат конструктивних матеріалів на реалізацію цих рішень.

Для вирішення даного протиріччя необхідно у якості об'єкту оптимізації розглядати не лише енергетичні ресурси, що втрачатимуться на опалення (або навпаки охолодження, якщо мова йде про холодну пору року) будівлі в процесі їх експлуатації, але й обсяги конструкційних матеріалів, що знадобляться для зведення та подальшого ремонту каркасу огороджувальних конструкцій будівлі. Більше того, такий підхід забезпечить техніко-економічну обґрунтованість проектних рішень на усіх етапах життєвого циклу будівлі, оскільки мінімізуючи обсяги матеріалів, ми також досягаємо скорочення фінансових, енергетичних та людських трудовитрат на виготовлення, зберігання, транспортування, монтаж, обслуговування, демонтаж і утилізацію або повторне використання будівельних конструкцій.

Розглянемо параметричну форму задання поверхні із застосуванням криволінійних координат u та v. Вона має вид [4]:

$$\begin{cases} x = f_x(u,v), \\ y = f_y(u,v), \\ z = f_z(u,v), \end{cases} \text{або } s = f_s(u,v). \tag{3}$$

Тут і надалі: s – скорочене позначення координат (x, y та z).

Як відомо, якщо поверхня, що побудована на деякому довільному опорному контурі, має мінімальну можливу площу – це мінімальна поверхня. Згідно з [4], мінімальна поверхня Ω має нульові значення середньої кривизни H у кожній її точці:

$$H = (L\cdot G - 2\cdot F\cdot M + E\cdot N) \big/ [2\cdot(E\cdot G - F^2)] = 0, \tag{4}$$

де E, F та G, а також L, M та N – це, відповідно компоненти першої та другої квадратичної форм поверхні, які визначаються за наступними формулами:

$$E = (\partial x/\partial u)^2 + (\partial y/\partial u)^2 + (\partial z/\partial u)^2, \tag{5}$$

$$F = (\partial x/\partial u)\cdot(\partial x/\partial v) + (\partial y/\partial u)\cdot(\partial y/\partial v) + (\partial z/\partial u)\cdot(\partial z/\partial v), \tag{6}$$

$$G = (\partial x/\partial v)^2 + (\partial y/\partial v)^2 + (\partial z/\partial v)^2, \tag{7}$$

$$L = l\cdot(E\cdot G - F^2)^{-1/2}, \tag{8}$$

$$M = m\cdot(E\cdot G - F^2)^{-1/2}, \tag{9}$$

$$N = n\cdot(E\cdot G - F^2)^{-1/2}. \tag{10}$$

Тут складові l, m та n мають вид:

$$l = \begin{vmatrix} \partial^2 x/\partial u^2 & \partial^2 y/\partial u^2 & \partial^2 z/\partial u^2 \\ \partial x/\partial u & \partial y/\partial u & \partial z/\partial u \\ \partial x/\partial v & \partial y/\partial v & \partial z/\partial v \end{vmatrix}, \tag{11}$$

$$m = \begin{vmatrix} \partial^2 x/\partial u\partial v & \partial^2 y/\partial u\partial v & \partial^2 z/\partial u\partial v \\ \partial x/\partial u & \partial y/\partial u & \partial z/\partial u \\ \partial x/\partial v & \partial y/\partial v & \partial z/\partial v \end{vmatrix}, \tag{12}$$

$$n = \begin{vmatrix} \partial^2 x/\partial v^2 & \partial^2 y/\partial v^2 & \partial^2 z/\partial v^2 \\ \partial x/\partial u & \partial y/\partial u & \partial z/\partial u \\ \partial x/\partial v & \partial y/\partial v & \partial z/\partial v \end{vmatrix}. \tag{13}$$

Згідно з [7], якщо вважати, що вузли дискретного образу шуканої мінімальної поверхні Ω, належать регулярній сітці ІІ-го типу (з чотирикутними чарунками), то можна умовно виділити на цій сітці два сімейства кривих, які проходять у i-му та j-му напрямках та є дискретними аналогами координатних кривих u та v. В такому разі, усі часткові похідні у формулах (5) – (7) та (11) – (13) можуть бути замінені скінченно-різницевими співвідношеннями [4, 9, 10]:

$$\partial s/\partial u \approx \Delta s/\Delta i = (s_{i+1,j} - s_{i-1,j})/2, \tag{14}$$

$$\partial s/\partial v \approx \Delta s/\Delta j = (s_{i,j+1} - s_{i,j-1})/2, \tag{15}$$

$$\partial^2 s/\partial u^2 \approx \Delta^2 s/\Delta i^2 = s_{i-1,j} - 2\cdot s_{i,j} + s_{i+1,j}, \tag{16}$$

$$\partial^2 s/\partial v^2 \approx \Delta^2 s/\Delta j^2 = s_{i,j-1} - 2\cdot s_{i,j} + s_{i,j+1}, \tag{17}$$

$$\partial^2 s/\partial u\partial v \approx \Delta^2 s/\Delta i\Delta j = (s_{i+1,j+1} - s_{i-1,j+1} - s_{i+1,j-1} + s_{i-1,j-1})/4. \tag{18}$$

де Δ – позначення різниць при заміні диференціальних операторів на дискретні у форму скінченно-різницевих співвідношень.

З іншого боку, існує також поняття мінімальної сітки (що є частковим випадком шматково-лінійної геодезичної сітки [5]). Дана сітка характеризується тим, що при заданих крайових умовах та топології, сумарна довжина її ланок є мінімальною. Спосіб отримання мінімальної сітки ґрунтується на концепції вирішенні задачі пошуку оптимального положення деякої точки $P_i(x_i, y_i, z_i)$. Прийнято вважати, що оптимальним приймається таке положення відносно усіх інших точок $P_j(x_j, y_j, z_j)$, де $j = 1, 2,\ldots, n$, при якому загальна сума відстаней $\delta_{i,j}$ від точки $P_i(x_i, y_i, z_i)$ до усіх інших суміжних n точок є мінімальною. Тобто, має бути досягнутий мінімум функції:

$$f_i = \varsigma(x_i, y_i, z_i) = \sum_{j=1}^{n}\delta_{i,j} = \sum_{j=1}^{n}\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}. \tag{19}$$

Необхідні умови існування екстремуму цієї функції визначаються наступними умовами:

$$\partial f_i/\partial s_i = \partial\sum_{j=1}^{n}\delta_{i,j}\Big/\partial s_i = 0, (s = x, y, z) \tag{20}$$

або, після диференціювання:

$$\sum_{j=1}^{n}(s_i - s_j)/\delta_{i,j} = 0. (s = x, y, z) \tag{21}$$

Рівняння (21) можуть мати високу нелінійність і їх вирішення залежить значною мірою від вибору нульового наближення (яке визначає 7початкове положення координат на початку розв’язання та являє собою початкові умови даної задачі). Якщо у якості початкового наближення обрати центр ваги усіх інших точок $P_j(x_j, y_j, z_j)$, суміжних із шуканою $P_i(x_i, y_i, z_i)$, координати якого визначаються за формулою:

$$s_i^{(0)} = (1/n)\cdot\sum_{j=1}^{n}s_j, (s = x, y, z) \tag{22}$$

то визначення оптимального місця положення точки $P_i(x_i, y_i, z_i)$ можна буде виконати за наступною ітераційною формулою (яка є наслідком спрощення тотожності (21) шляхом розкриття дужок):

$$s_i^{(r)} = \sum_{j=1}^{n} \left(s_j / \delta_{i,j}^{(r-1)} \right) \Big/ \left(1/\delta_{i,j}^{(r-1)} \right), \ (s = x, y, z) \qquad (23)$$

де r – поточний порядковий номер ітераційного числення, а $\delta_{i,j}^{(r-1)}$ має вид:

$$\delta_{i,j}^{(r-1)} = \sqrt{(x_j - x_i^{(r-1)})^2 + (y_j - y_i^{(r-1)})^2 + (z_j - z_i^{(r-1)})^2}\ . \qquad (24)$$

Якщо ж система точок представлена не одним (деяким i-м), а w вільними вузлами, то й кількість рівнянь типу (21) для просторового випадку складатиме $3\times w$. При цьому, слід враховувати, що тепер кожен i-й вільний вузол сполучатиметься із n_i суміжними вузлами.

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n_1} (s_1 - s_j)/\delta_{1,j} = 0,\ \ s_1 = (x_1, y_1, z_1), \\ \sum_{j=1}^{n_2} (s_2 - s_j)/\delta_{2,j} = 0,\ \ s_2 = (x_2, y_2, z_2), \\ \qquad \dots \\ \sum_{j=1}^{n_w} (s_w - s_j)/\delta_{w,j} = 0,\ \ s_w = (x_w, y_w, z_w). \end{cases} \qquad (25)$$

Ця ж система у згорнутій (скороченій) формі матиме вид:

$$\sum_{j=1}^{n_i} (s_i - s_j)/\delta_{i,j} = 0.\ (i = \overline{1, w};\ s_i = x_i, y_i, z_i) \qquad (26)$$

З рівнянь типу (25) також можна отримати ітераційні формули, типу (23), для поступового уточнення координати вільних вузлів, як це було продемонстровано у [5]. Загалом, розв’язання системи рівнянь типу (25) або (26) дозволяє відтворити сітчасту структуру із мінімальною сумою довжин стрижнів (ланок). Однак, це абсолютно не гарантує, що загальний обсяг матеріалу, який буде використаний на зведення каркасу огороджувальної конструкції, буде мінімальним.

Зокрема, у роботі [6] було висловлене припущення про те, що для досягнення найбільш раціонального характеру роботи стрижневих конструкцій під час їх експлуатації (коли мова йде про шарнірне сполучення усіх ланок та вбачається, що останні працюють виключно на стиск або на розтяг), необхідно прагнути мінімізувати сумарні значення внутрішніх зусиль у всіх стрижнях, оскільки саме внутрішні зусилля обумовлюють необхідну кількість конструктивного матеріалу в процесі проектування. В якості цільової функції було запропоновано розглядати суму абсолютних величин внутрішніх зусиль $R_{i,j}$ в усіх стрижнях моделі, а за мету оптимізації ставити мінімізацію виразу:

$$F = \varsigma(x, y, z) = \sum R_{i,j} = \sum_{k=1}^{m} R_k\ , \qquad (27)$$

де m – кількість стрижнів досліджуваної конструкції.

Тоді, якщо виражати величини внутрішніх зусиль $R_{i,j}$ через показники щільності сил $\aleph_{i,j}$ і довжини стрижнів $\delta_{i,j}$:

$$R_{i,j} = \aleph_{i,j} \cdot \delta_{i,j}, \quad (28)$$

то вираз (27) прийме наступний вигляд:

$$F = \varsigma(x, y, z) = \sum \aleph_{i,j} \cdot \delta_{i,j} = \sum_{k=1}^{m} \aleph_k \cdot \delta_k . \quad (29)$$

Для мінімізації виразу (29) необхідно знайти її екстремуми шляхом диференціювання по аналогії до (20):

$$\partial(\sum \aleph_{i,j} \cdot \delta_{i,j}) \big/ \partial s_i = \partial\left(\sum_{k=1}^{m} \aleph_k \cdot \delta_k\right) \Big/ \partial s_i = 0, \ (i = \overline{1,w};\ s_i = x_i, y_i, z_i). \quad (30)$$

З урахуванням того, що при диференціюванні суми внутрішніх зусиль відносно координат кожного i-го вільного вузла моделі решта членів суми, яка не міститиме відповідних координат, скорочуватиметься, буде отримано систему з $w\times3$ рівнянь, які у скороченій формі (по аналогії до (26)) записуватимуться так:

$$\sum_{j=1}^{n_i} (s_i - s_j) \cdot \aleph_{i,j} \big/ \delta_{i,j} = 0, \ (i = \overline{1,w};\ s_i = x_i, y_i, z_i). \quad (31)$$

В той же час, для накладання на рівняння (31) функціональних умов та обмежень $\varphi_{i,h}$ (тут h = 1, 2, …, t_i – порядковий номер накладеної функціональної умови, загальна кількість яких для кожного i-го вільного вузла складає t_i) було запропоновано приводити вихідну функцію (29), мінімум якої необхідно знайти, до форми функції Лагранжа $\Re_i$ із додатковими невідомими коефіцієнтами $\lambda_{i,h}$. Відповідна функція Лагранжа $\Re_i$ матиме наступну форму:

$$\Re_i = \sum_{j=1}^{n_i} \aleph_{i,j} \cdot \delta_{i,j} \pm \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \varphi_{i,h} + G_i^{/}, \quad (32)$$

де $G^{/}_i$ – деяка невизначена константа, що враховує введення додаткових функцій $\varphi_{i,h}$.

Визначаючи екстремуми функцій типу (32) в кожному i-му з w досліджуваних вільних вузлів стрижневої конструкції:

$$\partial \Re_i \big/ \partial \lambda_{i,h} = 0, (h = \overline{1,t_i}), \quad (33)$$

$$\partial \Re_i \big/ \partial s_i = 0, (s_i = x_i, y_i, z_i), \quad (34)$$

отримаємо:

$$\varphi_{i,h} = \varsigma_{i,h}(x_i, y_i, z_i) = 0, (i = \overline{1,w};\ h = \overline{1,t_i}), \quad (35)$$

$$\sum_{j=1}^{n_i} (s_i - s_j) \cdot \aleph_{i,j} \big/ \delta_{i,j} + \wp_{s\,i} = 0, (i = \overline{1,w};\ s_i = x_i, y_i, z_i), \quad (36)$$

де:

$$\wp_{si} = \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \Im_{s\,i,h} = \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \partial\varphi_{i,h} / \partial s_i, \ (i = \overline{1,w};\ s_i = x_i, y_i, z_i)\,. \qquad (37)$$

Беручи до уваги високу нелінійність системи рівнянь типу (35) – (37), у [5] було рекомендовано здійснювати її розв'язання шляхом циклічного ітераційного числення із введенням проміжної заміни змінної у кожному рівнянні у наступному вигляді:

$$K_{i,j} = \aleph_{i,j} / \delta_{i,j}\,, \ (i = \overline{1,w})\,. \qquad (38)$$

Враховуючи (38) рівняння (36) набуває такої форми:

$$\sum_{j=1}^{n_i} (s_i - s_j) \cdot K_{i,j} + \wp_{si} = 0, \ (i = \overline{1,w};\ s_i = x_i, y_i, z_i)\,. \qquad (39)$$

Основна частина. На жаль, розв'язання системи рівнянь (35), (39) і (37) не завжди дає очікуваний результат, оскільки мінімізація суми внутрішніх зусиль $R_{i,j}$ не гарантує, що деякі з ланок (стрижнів) не будуть залишатися перенавантаженими (або перенапруженими) під дією зовнішніх впливів. А це в свою чергу означає, що перевитрата матеріалу на виготовлення відповідних перенапружених елементів може призвести до прийняття не найбільш раціональних конструктивних рішень, хоч в середньому, зусилля будуть зменшені. При цьому, цілком ймовірним є те, що існуватимуть такі конструктивні рішення, при яких матеріалоємність спорудження стрижневої системи (сітчастої структури) буде меншою, ніж при мінімізації суми зусиль, оскільки окремі значення внутрішніх сил не перевищуватимуть величин, при яких для забезпечення міцності та стійкості відповідних стрижнів (ланок) потребуватиметься надмірний обсяг будівельним матеріалів та виробів.

Для того, щоб вирішити цю проблему, необхідно інакше підійти до вибору самої цільової функції [11-15]. Зважаючи на те, що вартість зведення, експлуатації, демонтажу та утилізації (чи повторного використання після обробки чи переробки) конструкцій напряму або опосередковано залежить від обсягів будівельних матеріалів, найдоцільніше у якості цільової функції обрати сумарні витрати конструктивних матеріалів, які необхідні для виготовлення каркасу досліджуваного фрагменту огороджувальної конструкції:

$$F = \varsigma(x, y, z) = \sum V_{i,j} = \sum_{k=1}^{m} V_k\,, \qquad (40)$$

де $V_{i,j}$ – об'єм матеріалів, який потребується для виготовлення деякого k-го із m стрижнів, що сполучає i-й та j-й вузли стрижневої системи огороджувальної конструкції, та визначається за формулою:

$$V_{i.j} = \delta_{i.j} \cdot A_{i.j}\,. \qquad (41)$$

Тут $A_{i,j}$ – площа поперечного перерізу відповідного стрижня (ланки).

Враховуючи те, що площа поперечного перерізу стержнів (ланок) залежить від характеру їх роботи, та величини внутрішніх зусиль $R_{i,j}$ [5], а також виходячи з найгіршого сценарію роботи ланок на стиск (що в свою чергу може призвести до втрати стійкості), пропонується визначати відповідну площу з наступної тотожності:

$$\sigma \geq R_{i,j} \big/ (A_{i,j} \cdot \varphi_{i,j}), \tag{42}$$

де: σ – гранично допустимі нормальні напруження, $\varphi_{i,j}$ – коефіцієнт стійкості при центральному стиску.

Замінюючи у формулі (42) знак «≥» на «=» виразимо звідси площу поперечного перерізу стрижня $A_{i,j}$:

$$A_{i,j} = R_{i,j} \big/ (\sigma \cdot \varphi_{i,j}). \tag{43}$$

Враховуючи формули (41) та (43), цільова функція (40) набуде наступної форми:

$$F = \varsigma(x,y,z) = \sum \delta_{i.j} \cdot A_{i.j} = \sum \left(\delta_{i.j} \cdot {}^{R_{i,j}} \Big/ {}_{(\sigma \cdot \varphi_{i,j})} \right) = \sum_{k=1}^{m} \left(\delta_k \cdot {}^{R_k} \Big/ {}_{(\sigma \cdot \varphi_k)} \right). \tag{44}$$

Вдаючись до мінімізації виразу (44) знайдемо його екстремуми шляхом диференціювання по аналогії до (20) і (30):

$$\partial \left(\sum \left[\delta_{i,j} \cdot \frac{R_{i,j}}{\sigma \cdot \varphi_{i,j}} \right] \right) \Big/ \partial s_i = \partial \left(\sum_{k=1}^{m} \left[\delta_k \cdot \frac{R_k}{\sigma \cdot \varphi_k} \right] \right) \Big/ \partial s_i = 0. \tag{45}$$

$$(i = \overline{1, w}\,;\ s_i = x_i, y_i, z_i)$$

Отримаємо систему з $w \times 3$ рівнянь, що у скороченій формі матимуть наступний вид:

$$\sum_{j=1}^{n_i} (s_i - s_j) \cdot \left[\frac{R_{i,j}}{\sigma \cdot \varphi_{i,j}} \right] \Big/ \delta_{i,j} = 0,\ \ (i = \overline{1, w};\ s_i = x_i, y_i, z_i). \tag{46}$$

Розв’язання системи рівнянь типу (46) дозолить визначити координати вільних вузлів дискретно представленого образу каркасу огороджувальної конструкції, із застосуванням мінімальних обсягів будівельних матеріалів. Однак, це не вирішує у другу складову поставленого завдання, що стосується мінімізації тепловтрат.

Далі, по аналогії з підходом, який було запропоновано для мінімізації суми внутрішніх зусиль, побудуємо функцію Лагранжа $\Re_i$ із додатковими невідомими коефіцієнтами $\lambda_{i,h}$. У даній функції також будуть присутні і традиційні функціональні умови та обмеження $\varphi_{i,h}$ для кожного i-го вузла моделі. Ця функція матиме наступний игляд:

$$\Re_i = \sum_{j=1}^{n_i} \left[\delta_{i,j} \cdot \frac{R_{i,j}}{\sigma \cdot \varphi_{i,j}} \right] \pm \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \varphi_{i,h} + G_i^{/}, \tag{47}$$

де $G^{/}_i$ – те ж саме, що й у (32).

Саме тепер можна надати цілком конкретного осмисленого значення функціональним умовам та обмеженням $\varphi_{i,h}$. Справа в тому, що згідно з визначеними цілями даної роботи необхідно не лише мінімізувати кількість конструктивних матеріалів для виготовлення каркасів огороджувальних конструкцій (шляхом пошуку екстремальних значень першої складової правої половини виразу (47)), але й врахувати необхідність максимального можливого скорочення тепловтрат. Як було зазначено у вище наведеному аналізі попередніх досліджень, найвищим потенціалом до мінімізації трансмісійних тепловтрат мають мінімальні поверхні, кожна точка яких має задовільнять диференціальній умові (4), тобто нульовим значенням середньої кривизни $H_i = 0$. Вочевидь, так як інших функціональних умов для мінімізації площі поверхні не накладається, можна припустити, що серед усіх можливих $\varphi_{i,h}$ для побудови функції Лагранжа $\Re_i$, яка задовольнятиме обом вищезазначеним умовам, можна ввести лише по одній функціональній умові (і водночас обмеженню) для кожного i-го вузла дискретно представленої моделі досліджуваного фрагменту оболонки огороджувальної конструкції:

$$\varphi_i = H_i = (L_i \cdot G_i - 2 \cdot F_i \cdot M_i + E_i \cdot N_i) \big/ [2 \cdot (E_i \cdot G_i - F_i^2)] = 0, \qquad (48)$$

Таким чином, враховуючи (48), функція (47) прийме наступну форму:

$$\Re_i = \sum_{j=1}^{n_i} \left[\delta_{i,j} \cdot \frac{R_{i,j}}{\sigma \cdot \varphi_{i,j}} \right] \pm \lambda_i \cdot H_i \, . \qquad (49)$$

Тут константу G'_i було свідомо прибрано, оскільки ми зрозуміло, що формула (49) була отримана не шляхом інтегрування, а шляхом композиції цілком передбачуваних компонентів, серед яких немає невизначених складових.

Визначаючи екстремуми функцій типу (32) в кожному i-му з w досліджуваних вільних вузлів стрижневої конструкції:

$$\partial \Re_i \big/ \partial \lambda_i = 0, \, (i = \overline{1,w}; \, s_i = x_i, y_i, z_i) \, , \qquad (50)$$

$$\partial \Re_i \big/ \partial s_i = 0, \, (i = \overline{1,w}; \, s_i = x_i, y_i, z_i) \, , \qquad (51)$$

отримаємо (по аналогії до (35) – (37)):

$$H_i = (L_i \cdot G_i - 2 \cdot F_i \cdot M_i + E_i \cdot N_i) \big/ [2 \cdot (E_i \cdot G_i - F_i^2)] = 0, \, (i = \overline{1,w}) \, , \qquad (52)$$

$$\sum_{j=1}^{n_i} (s_i - s_j) \cdot \left[\frac{R_{i,j}}{\sigma \cdot \varphi_{i,j}} \right] \Big/ \delta_{i,j} + \wp_{s\,i} = 0, \, (i = \overline{1,w}; \, s_i = x_i, y_i, z_i) \, , \qquad (53)$$

де:

$$\wp_{si} = \lambda_i \cdot \partial H_i \big/ \partial s_i \, , \, (i = \overline{1,w}; \, s_i = x_i, y_i, z_i) \, . \qquad (54)$$

Так як система рівнянь типу (52) – (54) також матиме високу нелінійність та потребуватиме здійснення циклічного ітераційного числення задля її розв’язання, то, як і у випадку системи рівнянь типу (35) – (37), пропонуєтся ввести проміжну заміну змінної у кожному рівнянні в наступному вигляді:

$$K_{i,j} = \left[\frac{R_{i,j}}{\sigma \cdot \varphi_{i,j}} \right] \Big/ \delta_{i,j} \, , \, (i = \overline{1,w}) \, . \qquad (55)$$

Враховуючи (55) рівняння (53) набуває такої форми аналогічної до (39):

$$\sum_{j=1}^{n_i}(s_i - s_j)\cdot K_{i,j} + \wp_{si} = 0, \; (i = \overline{1,w};\; s_i = x_i, y_i, z_i)\,. \tag{56}$$

У розгорнутій формі для усіх w вільних вузлів моделі оптимізаційна система рівнянь типу (52) та (54) – (56) матиме наступний вигляд:

$$\begin{cases} H_1 = 0, \\ H_2 = 0, \\ \quad \ldots \\ H_w = 0, \\ \sum\limits_{j=1}^{n_1}(s_1 - s_j)\cdot K_{1,j} + \wp_{s_1} = 0, \; K_{1,j} = \left[\dfrac{R_{1,j}}{\sigma\cdot\varphi_{1,j}}\right]\Big/\delta_{1,j}, \; s_1 = (x_1, y_1, z_1), \\ \sum\limits_{j=1}^{n_2}(s_2 - s_j)\cdot K_{2,j} + \wp_{s_2} = 0, \; K_{2,j} = \left[\dfrac{R_{2,j}}{\sigma\cdot\varphi_{2,j}}\right]\Big/\delta_{2,j}, \; s_2 = (x_2, y_2, z_2), \\ \qquad \ldots \\ \sum\limits_{j=1}^{n_w}(s_w - s_j)\cdot K_{w,j} + \wp_{s_w} = 0, \; K_{w,j} = \left[\dfrac{R_{w,j}}{\sigma\cdot\varphi_{w,j}}\right]\Big/\delta_{w,j}, \; s_w = (x_w, y_w, z_w), \\ \wp_{s_1} = \lambda_1 \cdot \partial H_1/\partial s_1, \; (s_1 = x_1, y_1, z_1), \\ \wp_{s_2} = \lambda_2 \cdot \partial H_2/\partial s_2, \; (s_2 = x_2, y_2, z_2), \\ \qquad \ldots \\ \wp_{s_w} = \lambda_w \cdot \partial H_w/\partial s_w, \; (s_w = x_w, y_w, z_w). \end{cases} \tag{57}$$

Спираючись на усе вищевикладене, а також беручи до уваги той факт, що рішення системи рівнянь (57) має бути справедливим для напружено деформованого стану конструкцій, що перебувають під дією нормативних експлуатаційних навантажень, сформулюємо алгоритм дій, який дозволить виконувати формоутворення дискретних образів оболонок огороджувальних конструкцій об’єктів будівництва та враховувати характер роботи стрижнів моделі під заданими навантаженнями. Інакшими словами, наведемо алгоритм розв’язання системи (57).

1. Задаємо координати усіх вузлів стрижневої конструкції в її початковій формі або здійснюємо первинне формоутворення на основі попередньо заданих топологічних ознак, початкових та крайових умов. Цей етап розрахунку вважатимемо нульовим і застосовуватимемо по відношенню до нього індекс поточного кроку ітераційного числення рівний 0.

2. Виконуємо розрахунок внутрішніх зусиль у стрижнях конструкції $R_{i,j}$ під дією усіх заданих зовнішніх навантажень на основі застосування методів чисельного моделювання (наприклад, методу скінченних елементів [17]) або будь-якого іншого методу моделювання компонентів напружено-деформованого стану будівельних конструкцій, що пропонує будівельна механіка (наприклад, класичні метод сил, метод переміщень або ін.) [16]. Якщо конструкцію було формоутворено, то використовуємо формулу (28) для визначення зусиль $R_{i,j}$. Якщо дана дія відноситься не до нульового кроку ітераційного числення, то вважатимемо його деяким (r–1)-м.

3. Визначаємо об'єм конструктивних матеріалів, необхідний для забезпечення міцності та стійкості визначеної на деякому (r–1)-му кроці ітераційного числення форми дискретного образу каркасу досліджуваного фрагменту огороджувальної конструкції за формулою (44):

$$V_{\Sigma}^{(r-1)} = \sum \left(\delta_{i.j}^{(r-1)} \cdot R_{i.j}^{(r-1)} \Big/ \left(\sigma \cdot \varphi_{i.j}^{(r-1)}\right) \right) = \sum_{k=1}^{m} \left(\delta_{k}^{(r-1)} \cdot R_{k}^{(r-1)} \Big/ \left(\sigma \cdot \varphi_{k}^{(r-1)}\right) \right). \qquad (58)$$

4. Визначаємо поточні значення змінних $K_{i,j}$ за формулою (55).

5. Складаємо та розв'язуємо відносно координат вільних вузлів моделі (x_i, y_i та z_i) систему рівнянь типу (56), вважаючи показники $K_{i,j}$ незмінними на поточному етапі числення.

6. Виконуємо повторний розрахунок внутрішніх зусиль $R_{i,j}$ у стрижнях конструкції під дією заданих зовнішніх навантажень, але для нової форми конструкції, відповідно до оновлених на попередньому (r–1)-му етапі алгоритму координат вільних вузлів.

7. Після цього знову визначаємо об'єм конструктивних матеріалів, необхідний для забезпечення міцності та стійкості визначеної на поточному r-му кроці ітераційного числення форми дискретного образу каркасу досліджуваного фрагменту огороджувальної конструкції за формулою (44):

$$V_{\Sigma}^{(r)} = \sum \left(\delta_{i.j}^{(r)} \cdot R_{i.j}^{(r)} \Big/ \left(\sigma \cdot \varphi_{i.j}^{(r)}\right) \right) = \sum_{k=1}^{m} \left(\delta_{k}^{(r)} \cdot R_{k}^{(r)} \Big/ \left(\sigma \cdot \varphi_{k}^{(r)}\right) \right). \qquad (59)$$

8. Визначаємо значення похибки поточного r-го етапу (кроку) ітераційного числення, як відносну похибку $\sigma^{(r)}$ між значеннями загального об'єму конструктивного матеріалу на поточному (r-му) та попередньому ((r–1)-му) етапах числення:

$$\sigma^{(r)} = [\,| V_{\Sigma}^{(r)} - V_{\Sigma}^{(r-1)} | / V_{\Sigma}^{(r)}\,] \cdot 100\,\%. \qquad (60)$$

9. Повторюємо виконання пунктів 2 – 8 алгоритму доти, доки не буде досягнуто встановлених похибок ітераційного числення, тобто доки значення відносної похибки числення $\sigma^{(r)}$ (на основі аналізу значень об'ємів конструктивних матеріалів на поточному і попередньому етапах розрахунку) не буде дорівнювати або меншим за задану величину ε (%):

$$\sigma^{(r)} \le \varepsilon. \qquad (61)$$

10. Остаточно перевіряємо виконання умов міцності та стійкості усіх стрижнів конструкції відповідно до вимог нормативних документів.

Запропонований алгоритм оптимізації форми досліджуваного фрагменту огороджувальних конструкцій на основі стрижневого каркасу дозволяє не лише зменшити обсяги витрат матеріалів для його виготовлення при умові мінімізації площі поверхні, але й забезпечити надійну роботу даного каркасу при подальшій експлуатації під дією заданих навантажень.

Потрібно розуміти, що поступове досягнення умови (61) не гарантує того, що витрати матеріалу за результатами розрахунків стануть найменшими із усіх можливих варіантів, оскільки розв'язання системи (57) спрямоване в першу чергу на мінімізацію площі поверхні огороджувальних конструкцій. При цьому, об'єм конструктивного матеріалу зменшується рівно на стільки, на скільки це можливо при умові мінімізації площі поверхні. На жаль, саме такий компроміс лежить у основі постановки даної задачі.

Висновки та перспективи. Запропонований підхід до моделювання дискретних образів каркасів досліджуваних фрагментів огороджувальних конструкцій дозволяє не лише мінімізувати площу їх поверхні, але й досягнути найменших можливих показників витрати конструктивних матеріалів, зважаючи на обов'язковість умови мінімальності площі. Це дозволяє не лише мінімізувати трансмісійні тепловтрати огороджувальних конструкцій у процесі експлуатації, але й подбати про високі показники економії матеріальних ресурсів, необхідних для виготовлення, транспортування, монтажу, ремонту, обслуговування, демонтажу та утилізації усіх конструктивних елементів каркасу. Завдяки цьому опосередковано досягаються й високі показники екологічного та соціального ефектів сталого розвитку (що виражається у значно нижчих фінансових та енерговитратах на усіх стадіях життєвого циклу будівлі, скороченні людських трудовитрат, а також на зменшенні впливу будівлі на довкілля).

Значний інтерес для подальших досліджень представляє визначення менш громіздких функціональних умов, які б також дозволяли досягти мінімізації площі поверхні огороджувальних конструкцій, проте при меншій кількості математичних операцій. Окрім того, важливо дослідити можливість накладання й інших функціональних умов та обмежень, які б дозволяли враховувати додаткові вимоги до будівлі й, зокрема, її конструктивних, об'ємно-планувальних та інженерних рішень.

Література

1. *Сергейчук О. В.* Геометричне моделювання фізичних процесів при оптимізації форми енергоефективних будинків: Дис... д-ра техн. наук: 05.01.01, К.: КНУБА, 2008.

2. *Богославский В. Н.* Строительная теплофизика (теплофизические основы отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха): Учебник для вузов. Изд. 2 е, перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1982. – 415 с.
3. *Сергейчук О. В*. Архітектурно-будівельна фізика. – К.: Такі справи, 1999. – 156 с.
4. *Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. Изд. перераб. [под ред. Г. Гроше, и В. Циглера]. М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. 976 с.
5. *Ковалёв С. Н.* Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций. Дис. … доктора техн. наук. 05.01.01. М. : МАИ, 1986. 348 с.
6. *Скочко В. І.* Методи інтерпретаційного геометричного моделювання сітчастих структур та їх застосування. Дис. … доктора техн. наук : 05.01.01. К. : КНУБА, 2021.
7. *Скочко В. І.* Практичні аспекти дослідження та корегування сітчастих структур, побудованих шляхом геометричного формоутворення [Текст]. Сучасні проблеми архітектури та містобудування. К. : КНУБА, 2018. Вип. 51. С. 498-506
8. *Яворский Б. М.* Справочник по физике: для инженеров и студентов. Изд. 7-е, испр. / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. – 944 с.
9. *Анпилогова В. А*. Построение сети линий кривизны на поверхности с помощью асимптотической сети [Текст]. *Прикладная геометрия и инженерная графика*. К. : Издательство «Будівельник», 1982. Вып. 34. С. 51-53.
10. *Рихтмайер Р., Мортон К.* Разностные методы решения краевых задач. Перевод с англ. Под ред. Б. М. Бурдака, А. Д. Горбунова. М. : Мир, 1972. 420 с.
11. *Аністратенко В. О., Федоров В. Г.* Математичне планування експериментів в АПК. Київ: Вища школа, 1993.- 375 с.
12. *Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В.* Вычислительные методы для инженеров. Учеб. пособие. Высш. шк., 1994. 544 с.
13. *Tangian A.* and *Gruber J.* (2002). Constructing and Applying Objective Functions. Proceedings of the Fourth International Conference on Econometric Decision Models Constructing and Applying Objective Functions, University of Hagen, held in Haus Nordhelle, August, 28 — 31, 2000. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. Vol. 510. Berlin: Springer. doi:10.1007/978-3-642-56038-5. ISBN 978-3-540-42669-1.
14. *Tangian A.* (2004). A model for ordinally constructing additive objective functions. *European Journal of Operational Research*. 159 (2): 476–512. doi:10.1016/S0377-2217(03)00413-2.
15. *DeGroot M.* (2004). Optimal Statistical Decisions. Wiley Classics Library. ISBN 978-0-471-68029-1. 1970, 2004. MR 2288194.

16. *Рабинович И. М.* Курс строительной механики стержневых систем. Часть 2. Статически неопределимые системы. Издание 2-е. перераб. М. : Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1954. 548 с., ил.
17. *Баженов В. А. , Сахаров О. С. , Мельниченко Г. Й., Чорний С. М.* Метод скінченних елементів у задачах будівельної механіки : Навч. посібник. К. : КНУБА, 1994. 368 с.

References

1. *Serheichuk O. V.* Heometrychne modeliuvannia fizychnykh protsesiv pry optymizatsii formy enerhoefektyvnykh budynkiv: Dissertation of ScD in Tech.: 05.01.01, K.: KNUCA, 2008.
2. *Bohoslavskyi V. N.* Stroitelnaia teplofizyka (teplofizicheskie osnovy otopleniia, ventiliatsii i konditsionirovaniia vozdukha): Textbook for high education institution. 2nd edition, – M.: Vysshaia shkola, 1982. – 415 p.
3. *Serheichuk O. V.* Arkhitekturno-budivelna fizyka. – K.: Taki spravy, 1999. – 156 p.
4. *Bronshtein I. N., Semendiaiev K. A.* Spravochnik po matematike dlia inzhenerov i uchashchikhsia vuzov. Revised edition. [edit. *G. Groshe, i V. Tsiglera*]. M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1980. – 976 p.
5. *Kovalev S. N.* Formirovanie diskretnykh modelei poverkhnostei prostranstvennykh arkhitekturnykh konstruktsii. Dissertation of ScD in Tech.: 05.01.01. M.: MAI, 1986. – 348 p.
6. *Skochko V. I.* Metody interpretatsiinoho heometrychnoho modeliuvannia sitchastykh struktur ta yikh zastosuvannia. Dissertation of ScD in Tech.: 05.01.01. K.: KNUCA, 2021.
7. *Skochko V. I.* Praktychni aspekty doslidzhennia ta korehuvannia sitchastykh struktur, pobudovanykh shliakhom heometrychnoho formoutvorennia [Tekst]. *Suchasni problemy arkhitektury ta mistobuduvannia.* K.: KNUCA, 2018. Issue 51. – pp. 498-506.
8. *Yavorskyi B. M.* Spravochnik po fizike: dlia inzhenerov i studentov. 7th edition, revised. / *B. M. Yavorskyi, A. A. Detlaf.* – M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1979. – 944 p.
9. *Anpilohova V. A.* Postroenie seti linii krivizny na poverkhnosti s pomoshchiu asimptoticheskoi seti [Text]. Prykladnaia heometryia i inzhenernaia hrafika. K.: o “Budivelnyk”, 1982. Issue 34. – pp. 51-53.
10. *Rykhtmaier R., Morton K.* Raznostnye metody resheniia kraevykh zadach. Translated from English. Edit. *B. M. Burdaka, A. D. Horbunova. M.* : Mir, 1972. – 420 p.
11. *Anistratenko V. O., Fedorov V. H.* Matematychnye planuvannia eksperymentiv v APK. Kyiv: Vyshcha shkola, 1993. - 375 p.
12. *Amosov A. A., Dubinskyi Yu. A., Kopchenova N. V.* Vychyslitelnye metody dlia inzhenerov. Textbook. Vyssh. shk., 1994. – 544 p.

13. *Tangian A. and Gruber J.* (2002). Constructing and Applying Objective Functions. Proceedings of the Fourth International Conference on Econometric Decision Models Constructing and Applying Objective Functions, University of Hagen, held in Haus Nordhelle, August, 28 — 31, 2000. Lecture Notes in *Economics and Mathematical Systems.* Vol. 510. Berlin: Springer. doi:10.1007/978-3-642-56038-5. ISBN 978-3-540-42669-1.
14. *Tangian A.* (2004). A model for ordinally constructing additive objective functions. *European Journal of Operational Research.* 159 (2): 476–512. doi:10.1016/S0377-2217(03)00413-2.
15. *DeGroot M.* (2004). Optimal Statistical Decisions. Wiley Classics Library. ISBN 978-0-471-68029-1. 1970, 2004. MR 2288194.
16. *Rabynovych I. M.* Kurs stroitelnoi mekhaniky sterzhnevykh system. Part 2. Staticheski neopredelimyie sistemy. 2nd edition. revised. M. : Hossudarstvennoe izdatelstvo literatury po stroitelstvu i arkhitekture, 1954. – 548 p.
17. *Bazhenov V. A., Sakharov O. S., Melnychenko H. Y., Chornyi S. M.* Metod skinchennykh elementiv u zadachakh budivelnoi mekhaniky: Textbook. K.: KNUCA, 1994. – 368 p.

Dr. Sci. (Engin.), Professor **Volodymyr Skochko,**
vladimir.and.friends@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1709-2621
Ph. D., **Serhii Kozhedub,**
ksa.knuba@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6315-8161
Ph. D., associate professor **Dmytro Sotnikov**
0973220569@ukr.net, ORCID: 0009-0004-3379-0747
Kyrylo Martynovsky,
kiril75839@gmail.com, ORCID: 0009-0000-9065-614X
Kyiv National University of Construction and Architecture (KNUCA)

GEOMETRIC MODELING OF ENERGY EFFICIENT AND RESOURCE SAVING ENCLOSURE STRUCTURES OF ARCHITECTURAL OBJECTS

This work explores the possibilities of using discrete geometric modeling tools as a means of optimization design of building envelopes with the aim of further minimizing energy and resource costs at various stages of its life cycle. In particular, scientific methods and approaches are analyzed that allow to increase the energy efficiency of thermal envelopes of buildings by reducing heat loss due to reducing the surface area of the simulated envelope and minimizing the use of structural materials for its construction. The symbiotic combination of the mentioned design approaches not only allows to reduce the consumption of energy resources at the stage of operation of the building, but also indirectly allows to reduce the costs of energy carriers at the stage of direct production of building structures and products. That leads to a reduction in emissions of *greenhouse gases and other pollutants into the atmospheric air, which makes the proposed approach attractive for modern ecological construction and one that fully complies with the principles of green construction and contributes to reducing the carbon footprint of architectural objects, providing at the same time gradual achievement of at least 9 sustainable development goals.*

From the mathematical point of view, solving the problem of simultaneous minimization of costs of construction materials and maximum reduction of heat losses is carried out by constructing an objective function represented by the sum of the volume of relevant building materials and finding its extreme values with the imposition of special functional conditions. These conditions are discrete functional analogues of the differential properties (namely, the value of the average curvature of the surface) of minimal surfaces having the smallest possible area on a given reference contour. In the modeling process, discretely represented shells are considered as analogues of spatial rod momentless structures or mesh structures, the elements of which work only in compression or tension. It can be seen that the work of all elements of the corresponding structures takes place within the limits of elastic deformations without loss of stability.

Keywords: discrete geometric modeling; shaping; mesh structures; architectural shells; energy resource saving.