УДК 514.18
DOI: 10.32347/0131-579X.2024.107.42-53
к. т. н., доц. **Воронцов О.В.**[1],
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
д .т. н., проф. **Усенко В.Г.**[1],
valery_usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4937-6442
к. пед. н., **Воронцова І.В.**[2],
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816
[1]*Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»*
[2]*Полтавський коледж нафти і газу*

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ СУПЕРПОЗИЦІЇ ДЛЯ ДИСКРЕТНОГО ФОРМУВАННЯ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ

Управління формою дискретно представленої кривої (ДПК) у статико-геометричному методі можна здійснювати не тільки за рахунок варіювання функціонального зовнішнього навантаження, а й за рахунок коефіцієнтів в обчислювальних шаблонах, які є основою для складання систем скінчено-різницевих рівнянь формування ДПК і показують дольову участь суміжних вузлів у формуванні шуканого.

У статті запропоновано загальний підхід до створення обчислювальних шаблонів моделювання геометричних образів (ГО) суперпозиціями точкових множин з метою подальшого дослідження впливу коефіцієнтів суперпозиції, як довільних, так і суміжних вузлів числових послідовностей на формування дискретних аналогів елементарних функціональних залежностей.

Однією із задач даної роботи є продовженні досліджень моделювання дискретних геометричних образів (ДГО) на основі класичного методу скінчених різниць, статико-геометричного методу і геометричного апарату суперпозицій.

Оскільки будь-який поліном n-го ступеня задається $n+1$ точкою, для того, щоб визначити ординату будь якої точки за даною абсцисою необхідно у рівняння поліноміальної функції підставити координати $n+1$ точки. Внаслідок чого одержують систему алгебраїчних рівнянь, що містять $n+1$ рівняння та $n+1$ змінну. Розв'язуючи цю систему рівнянь знаходять коефіцієнти поліному a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , ... , a_n . На відміну від вищезазначеного, запропонована у даній роботі рекурентна формула і формула визначення величин коефіцієнтів суперпозиції дозволяють визначити ординату довільної точки поліному n-го ступеня за даною абсцисою без складання і розв'язання системи із $n+1$ рівняння. Ордината будь-якої точки кривої визначаються як суперпозиції ординат $n+1$ точки.

У запропонованому способі геометричного моделювання кривих ліній коефіцієнти суперпозиції визначаються із систем рівнянь, що містять на

одно рівняння менше ніж рівняння із яких визначають коефіцієнти поліномів, оскільки $\sum_1^n k_i = 1$.

Створено обчислювальні шаблони для дискретного формування поліноміальних функціональних залежностей суперпозиціями координат суміжних точок.

Запропонований у статті підхід може бути використаний для одержання аналогічних формулам (3) виразів обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції суміжних точок поліномів двох змінних.

Варіювання величинами коефіцієнтів суперпозиції в одержаних обчислювальних шаблонах дозволить дослідити вплив коефіцієнтів суперпозиції, як довільних, так і суміжних вузлів числових послідовностей на формування дискретних аналогів елементарних функціональних залежностей.

Ключові слова: статико-геометричний метод; геометричний апарат суперпозицій; дискретні геометричні образи; коефіцієнти суперпозиції; обчислювальні шаблони; поліноми.

Постановка проблеми. Процес геометричного моделювання *(ДГО)* у більшості випадків супроводжується трудомісткими операціями складання та розв'язання великих систем лінійних і нелінійних рівнянь.

Створення обчислювальних шаблонів для дискретного формування поліноміальних функціональних залежностей суперпозиціями координат суміжних точок та подальше варіювання величинами коефіцієнтів суперпозиції в одержаних обчислювальних шаблонах дозволить дослідити вплив коефіцієнтів суперпозиції, як довільних, так і суміжних вузлів числових послідовностей на формування дискретних аналогів елементарних функціональних залежностей.

Аналіз останніх досліджень. Питанням застосування геометричного апарату суперпозицій в поєднанні з класичним методом скінченних різниць для дискретного моделювання *ГО* присвячено роботи [1, 2, 3, 4]. Крім зазначеного апарату в геометричному моделюванні широко використовується й статико-геометричний метод (СГМ) проф. Ковальова С.М. За допомогою цього методу вирішуються задачі дискретної інтерполяції як на площині [5, 6], так і у просторі [7, 8, 9]. Дискретному моделюванню одновимірних геометричних образів з використанням апарату суперпозицій та статико-геометричного присвячено роботи [10, 11]. Але, необхідність складання великих систем лінійних і нелінійних рівнянь за СГМ примушує дослідників шукати нові шляхи для вирішення задач інтерполяції й спрощення розрахунків, в процесі розв'язання поставлених задач. Так, для ліквідації описаних вище недоліків та урізноманітнення задач дискретного моделювання *ГО* автори представленого дослідження використовують поєднання геометричного апарату суперпозицій, статико-геометричного методу та математичного апарату числових послідовностей. Займаються дослідженнями закономірностей зміни величин коефіцієнтів суперпозиції у процесі інтерполяції [12].

Формулювання цілей та завдання статті. Метою даної статті є створення обчислювальних шаблонів для дискретного формування поліноміальних функціональних залежностей суперпозиціями координат суміжних точок з подальшим дослідженням впливу величин коефіцієнтів суперпозиції у даних шаблонах на формоутворення ДГО.

Основна частина. Для послідовності n-го порядку (1):

$$y_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 + a_3 i^3 + \cdots + a_k i^k + \cdots + a_n i^n \,, \qquad (1)$$

рекурентна формула, що зв'язує значення кінцевого ряду довільних членів даної послідовності матиме вигляд:

$$y_{i+p} = k_1 y_{i+p_1} + k_2 y_{i+p_2} + k_3 y_{i+p_3} + \cdots + k_k y_{i+p_k} + \cdots +$$
$$+ k_n y_{i+p_n} + k_{n+1} y_{i+p_{n+1}} \,, \qquad (2)$$

де вирази для обчислення коефіцієнтів $k_1,\ k_2,\ k_3, \dots,\ k_k, \dots,\ k_n, \dots\ ,\ k_{n+1}$, при умові:

$$k_1 + k_2 + k_3 + \cdots + k_k + \cdots + k_n + \cdots + k_{n+1} = 1 \,,$$

можемо одержати розв'язавши відповідні системи рівнянь подібні наведеним у [1]. Дані вирази матимуть вигляд:

$$k_1 = (-1)^n \frac{(p-p_2)(p-p_3)(p-p_4)\dots(p-p_k)\dots(p-p_n)(p-p_{n+1})}{(p_2-p_1)(p_3-p_1)(p_4-p_1)\dots(p_k-p_1)\dots(p_n-p_1)(p_{n+1}-p_1)} \,;$$

$$k_2 = (-1)^n \frac{(p-p_1)(p-p_3)(p-p_4)\dots(p-p_k)\dots(p-p_n)(p-p_{n+1})}{(p_1-p_2)(p_3-p_2)(p_4-p_2)\dots(p_k-p_2)\dots(p_n-p_2)(p_{n+1}-p_2)} \,;$$

$$k_3 = (-1)^n \frac{(p-p_1)(p-p_2)(p-p_4)\dots(p-p_k)\dots(p-p_n)(p-p_{n+1})}{(p_1-p_3)(p_2-p_3)(p_4-p_3)\dots(p_k-p_3)\dots(p_n-p_3)(p_{n+1}-p_3)} \,;$$

………………………………………………………….. ;

$$k_s = (-1)^n \frac{(p-p_1)(p-p_2)(p-p_3)(p-p_4)\dots(p-p_{s-1})(p-p_{s+1})\dots(p-p_n)(p-p_{n+1})}{(p_1-p_s)(p_2-p_s)(p_3-p_s)(p_4-p_s)\dots(p_{s-1}-p_s)(p_{s+1}-p_s)\dots(p_n-p_s)(p_{n+1}-p_s)} \,;$$

……………………………………………………………………..……. ;

$$k_n = (-1)^n \frac{(p-p_1)(p-p_2)(p-p_3)(p-p_4)\dots(p-p_k)\dots(p-p_{n-1})(p-p_{n+1})}{(p_1-p_n)(p_2-p_n)(p_3-p_n)(p_4-p_n)\dots(p_k-p_n)\dots(p_{n-1}-p_n)(p_{n+1}-p_n)} \,;$$

$$k_{n+1} =$$
$$(-1)^n \frac{(p-p_1)(p-p_2)(p-p_3)(p-p_4)\dots(p-p_k)\dots(p-p_{n-1})(p-p_n)}{(p_1-p_{n+1})(p_2-p_{n+1})(p_3-p_{n+1})(p_4-p_{n+1})\dots(p_k-p_{n+1})\dots(p_{n-1}-p_{n+1})(p_n-p_{n+1})} \,,$$

які можна записати у найбільш компактному вигляді:

$$k_1 = \frac{(-1)^n \prod_{i=1}^{n+1}(p-p_i)}{(p-p_1)\prod_{i=2}^{n+1}(p_i-p_1)} ;$$

$$k_2 = \frac{(-1)^n \prod_{i=1}^{n+1}(p-p_i)}{(p-p_2)(p_1-p_2)\prod_{i=3}^{n+1}(p_i-p_2)} ;$$

$$k_3 = \frac{(-1)^n \prod_{i=1}^{n+1}(p-p_i)}{(p-p_3)\prod_{i=1}^{2}(p_i-p_3)\prod_{i=4}^{n+1}(p_i-p_3)} ;$$

$$k_4 = \frac{(-1)^n \prod_{i=1}^{n+1}(p-p_i)}{(p-p_4)\prod_{i=1}^{3}(p_i-p_4)\prod_{i=5}^{n+1}(p_i-p_4)} ;$$

;

$$k_s = \frac{(-1)^n \prod_{i=1}^{n+1}(p-p_i)}{(p-p_s)\prod_{i=1}^{s-1}(p_i-p_s)\cdot\prod_{i=s+1}^{n+1}(p_i-p_s)}, \text{ де } s = 2, n+1 . \qquad (3)$$

;

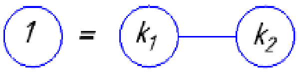
$$k_n = \frac{(-1)^n \prod_{i=1}^{n+1}(p-p_i)}{(p-p_n)(p_{n+1}-p_n)\prod_{i=1}^{n-1}(p_i-p_n)} ;$$

$$k_{n+1} = \frac{(-1)^n \prod_{i=1}^{n}(p-p_i)}{\prod_{i=1}^{n}(p_i-p_{n+1})} ;$$

Рекурентна формула, що зв'язує значення кінцевого ряду довільних членів послідовності першого порядку має вигляд:

$$y_i = k_1 y_{i-1} + k_2 y_{i+1} , \qquad (4)$$

або у вигляді обчислювального шаблону:



.

Величини коефіцієнтів суперпозиції k_1, k_2 обчислюються за формулами:

$$k_1 = \frac{p_2-p}{p_2-p_1} \ ; \ k_2 = \frac{p-p_1}{p_2-p_1} , \qquad (5)$$

Враховуючи одиничний крок по осі абсцис, у формулах (5), зможемо записати: p – ∀ (∀ – квантор загальності); $p_1=p-1$; $p_2=p+1$.

Тоді:

$$k_1 = \frac{p+1-p}{p+1-(p-1)} = \frac{1}{2} \ ; \ k_2 = \frac{p-(p-1)}{p+1-(p-1)} = \frac{1}{2} .$$

Формула (4) матиме вигляд:

$$y_i = 0{,}5 y_{i-1} + 0{,}5 y_{i+1} , \qquad (6)$$

або у вигляді обчислювального шаблону:

,

і буде тотожною скінчено-різницевій триточковій залежності:

$$2y_i = 1y_{i-1} + 1y_{i+1} ,$$

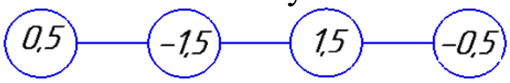
обчислювальний шаблон для центральної різниці якої має вигляд:

Оскільки скінчена різниця третього порядку утворюється як різниця між двома скінченими різницями другого порядку, то із (6) одержимо:

$$y_i - y_{i+1} + 0{,}5y_i - 0{,}5y_{i-1} + 0{,}5y_{i+2} - 0{,}5y_{i+1} = 0 \Rightarrow ;$$

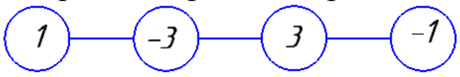
$$\Rightarrow 0{,}5y_{i-1} - 1{,}5y_i + 1{,}5y_{i+1} - 0{,}5y_{i+2} = 0 \ ,$$

або у вигляді обчислювального шаблону:



,

що тотожний шаблону центральної різниці третього порядку:

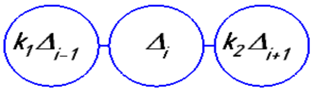


.

Аналогічно, із формули (4), одержимо:

$$y_i - y_{i+1} + k_1(y_i - y_{i-1}) + k_2(y_{i+2} - y_{i+1}) = 0 \ ; \qquad (7)$$

або у вигляді обчислювального шаблону:



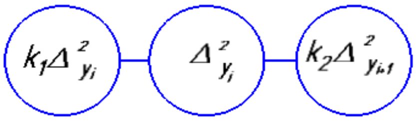
.

Скінчена різниця четвертого порядку утворюється як різниця між двома скінченими різницями третього порядку, тому:

$$y_i - y_{i+1} - y_{i+1} + y_{i+2} + k_1(y_i - y_{i-1} - y_{i+1} + y_i) + k_2(y_{i+2} - y_{i+1} - y_{i+3} + y_{i+2}) = y_i - 2y_{i+1} + y_{i+2} +$$

$$+k_1(2y_i - y_{i-1} - y_{i+1}) + k_2(2y_{i+2} - y_{i+1} - y_{i+3}) = 0 \ . \qquad (8)$$

Обчислювальний шаблон матиме вигляд:

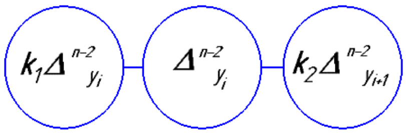


.

Для скінченої різниці n-го порядку:

$$\Delta^{n-2}y_i - k_1\Delta^{n-2}y_i - k_2\Delta^{n-2} = 0 \ , \qquad (9)$$

обчислювальний шаблон матиме вигляд:



.

Рекурентна формула (2), що зв'язує значення кінцевого ряду довільних членів послідовності n-го порядку (1), для послідовності другого порядку, має вигляд:

$$y_{i+p} = k_1y_{i+p_1} + k_2y_{i+p_2} + k_3y_{i+p_3} \ ,$$

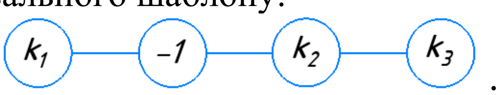
або:

$$k_1y_{i+p_1} - y_{i+p} + k_2y_{i+p_2} + k_3y_{i+p_3} = 0 \ . \qquad (10)$$

Формула (10) для суміжних членів послідовності другого порядку запишеться у вигляді

$$k_1y_{i-1} - y_i + k_2y_{i+1} + k_3y_{i+2} = 0 \ , \qquad (11)$$

або у вигляді обчислювального шаблону:



.

Враховуючи одиничний крок по осі абсцис, у формулах обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції (3):

$$k_1=\frac{(p-p_2)(p-p_3)}{(p_2-p_1)(p_3-p_1)}\,;\;\; k_2=\frac{(p-p_1)(p-p_3)}{(p_1-p_2)(p_3-p_2)}\,,\;\; k_3=\frac{(p-p_1)(p-p_2)}{(p_1-p_3)(p_2-p_3)}\,;$$

зможемо записати: $p-\forall$; $p_1=p-1$; $p_2=p+1$; $p_3=p+2$.

Тоді:

$$k_1=\frac{((p-(p+1))((p-(p+2))}{((p+1)-(p-1))((p+2)-(p-1))}=\frac{1}{3};$$

$$\mathrm{k}_2=\frac{((\mathrm{p}-(\mathrm{p}-1))((\mathrm{p}-(\mathrm{p}+2))}{((\mathrm{p}-1)-(\mathrm{p}+1))((\mathrm{p}+2)-(\mathrm{p}+1))}=1\,;$$

$$k_3=\frac{((p-(p-1))((p-(p+1))}{((p-1)-(p+2))((p+1)-(p+2))}=-\frac{1}{3}\,.$$

Формула (11) матиме вигляд:

$$\frac{1}{3}y_{i-1}-1y_i+1y_{i+1}-\frac{1}{3}y_{i+2}=0\,,$$

або у вигляді обчислювального шаблону:

$$1/3 \;—\; -1 \;—\; 1 \;—\; -1/3\,,$$

що тотожний шаблону центральної різниці третього порядку:

$$1 \;—\; -3 \;—\; 3 \;—\; -1\,.$$

Рекурентна формула (2), що зв'язує значення кінцевого ряду довільних членів послідовності n-го порядку (1), для послідовності третього ($n=3$) порядку, має вигляд :

$$k_1y_{i+p_1}-y_{i+p}+k_2y_{i+p_2}+k_3y_{i+p_3}+k_4y_{i+p_4}\,. \qquad (12)$$

Формула (12) для суміжних членів послідовності третього порядку запишеться у вигляді

$$k_1y_{i-1}-1y_i+k_2y_{i+1}+k_3y_{i+2}+k_4y_{i+3}=0\,. \qquad (13)$$

або у вигляді обчислювального шаблону:

$$k_1 \;—\; -1 \;—\; k_2 \;—\; k_3 \;—\; k_4$$

Тоді, при умові одиничного кроку по осі абсцис, у формулах обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції (3) :

$$k_1=\frac{1}{4}\,;\;\; k_2=\frac{3}{2}\,,\;\; k_3=-1\,;\;\; k_4=\frac{1}{4}\,,$$

формула (13) матиме вигляд:

$$\frac{1}{4}y_{i-1}-1y_i+\frac{3}{2}y_{i+1}-1y_{i+2}+\frac{1}{4}y_{i+3}\,,$$

або у вигляді обчислювального шаблону:

$$1/4 \;—\; -1 \;—\; 3/2 \;—\; -1 \;—\; 1/4\,,$$

що тотожний шаблону центральної різниці четвертого порядку:

$$1 \;—\; -4 \;—\; 6 \;—\; -4 \;—\; 1\,.$$

При умові одиничного кроку по осі абсцис, у формулах обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції (3) для послідовності четвертого порядку ($n=4$) :

$$k_1 = \frac{1}{5}\,;\; k_2 = 2\,;\; k_3 = -2\,;\; k_4 = 1\,;\; k_5 = -\frac{1}{5}\,,$$

або у вигляді обчислювального шаблону:

1/5 — -1 — 2 — -2 — 1 — -1/5 .

Значення величин коефіцієнтів суперпозиції при умові одиничного кроку по осі абсцис, у формулах (3) для послідовностей порядків $1 \le s \le 8$ наведені у таблиці 1.

Таблиця 1

Значення величин коефіцієнтів суперпозиції
для послідовностей порядків $1 \le s \le 8$

n	k_1	$\boldsymbol{k_{y_i}}$	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
1	$\frac{1}{2}$	***-1***	$\frac{1}{2}$							
2	$\frac{1}{3}$	***-1***	$1 = \frac{2}{2}$	$-\frac{1}{3}$						
3	$\frac{1}{4}$	***-1***	$\frac{3}{2}$	-1	$\frac{1}{4}$					
4	$\frac{1}{5}$	***-1***	$2 = \frac{4}{2}$	-2	1	$-\frac{1}{5}$				
5	$\frac{1}{6}$	***-1***	$\frac{5}{2}$	$-\frac{10}{3}$	$\frac{5}{2}$	-1	$\frac{1}{6}$			
6	$\frac{1}{7}$	***-1***	3	-5	5	-3	1	$-\frac{1}{7}$		
7	$\frac{1}{8}$	***-1***	$\frac{7}{2}$	-7	$\frac{35}{4}$	-7	$\frac{7}{2}$	-1	$\frac{1}{8}$	
8	$\frac{1}{9}$	***-1***	4	$-\frac{28}{3}$	14	-14	$\frac{28}{3}$	-4	1	$-\frac{1}{9}$

Аналізуючи зміст таблиці 1, можна визначити наступні вирази для обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції:

1. Для послідовності першого порядку (n=*1*) :
$$k_1 = \frac{1}{n+1}\,;\; k_2 = \frac{n}{2}\,;$$
2. Для послідовності другого порядку (n=*2*) :
$$k_1 = \frac{1}{n+1}\,;\; k_2 = \frac{n}{2}\,;\; k_3 = -\frac{1}{3}C_n^2\,;$$
3. Для послідовності третього порядку (n=*3*) :
$$k_1 = \frac{1}{n+1}\,;\; k_2 = \frac{n}{2}\,;\; k_3 = -\frac{1}{3}C_n^2\,;\; k_4 = \frac{1}{4}C_n^3\,;$$
4. Для послідовності четвертого порядку (n=*4*) :
$$k_1 = \frac{1}{n+1}\,;\; k_2 = \frac{n}{2}\,;\; k_3 = -\frac{1}{3}C_n^2\,;\; k_4 = \frac{1}{4}C_n^3\,;\; k_5 = -\frac{1}{5}C_n^4\,.$$
5. Для послідовності n-го порядку (для довільного n) :

$$k_1 = \frac{1}{n+1}\,;\;;\; k_{s+1} = (-1)^{s+1}\cdot\frac{1}{s+1}\cdot C_n^s\,,\;\; s \in N, 1 < s \le n, \forall\, n \in N\,. \qquad (14)$$

За аналогією з трикутником Паскаля з біноміальними коефіцієнтами можна скласти трикутник коефіцієнтів суперпозиції для поліномів різних степенів. В кожному рядку цього трикутника коефіцієнти будуть розташовані згідно відповідних шаблонів:

Степінь поліному	Коефіцієнти суперпозиції														
1						1/2		-1		1/2					
2					1/3		-1		1		-1/3				
3				1/4		-1		3/2		-1		1/4			
4			1/5		-1		2		-2		1		-1/5		
$\vdots$		…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	
n	$\frac{C_n^0}{n+1}$		$\frac{C_n^1}{n+1}$										$\frac{C_n^{n-1}}{n+1}$		$\frac{C_n^n}{n+1}$

Висновки.

Оскільки будь-який поліном n-го ступеня задається $n+1$ точкою, для того, щоб визначити ординату будь якої точки за даною абсцисою необхідно у рівняння (1) підставити координати $n+1$ точки. Внаслідок чого одержують систему алгебраїчних рівнянь, що містять $n+1$ рівняння та $n+1$ змінну. Розв'язуючи цю систему рівнянь знаходять коефіцієнти поліному a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , … , a_n . На відміну від вищезазначеного, запропонована у даній статті рекурентна формула (2) і формула (3) дозволяють визначити ординату довільної точки поліному n-го ступеня за даною абсцисою без складання і розв'язання системи із $n+1$ рівняння. Ордината будь-якої точки кривої визначаються як суперпозиції ординат $n+1$ точки.

У запропонованому способі геометричного моделювання кривих ліній коефіцієнти суперпозиції визначаються із систем рівнянь, що містять на одно рівняння менше ніж рівняння із яких визначають коефіцієнти поліномів, оскільки $\sum_1^n k_i = 1$.

Створено обчислювальні шаблони для дискретного формування поліноміальних функціональних залежностей суперпозиціями координат суміжних точок.

Перспективи подальших досліджень. Запропонований у статті підхід може бути використаний для одержання аналогічних формулам (3) виразів обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції суміжних точок поліномів двох змінних.

Варіювання величинами коефіцієнтів суперпозиції в одержаних обчислювальних шаблонах дозволить дослідити вплив коефіцієнтів суперпозиції, як довільних, так і суміжних вузлів числових послідовностей на формування дискретних аналогів елементарних функціональних залежностей.

Література

1. *Воронцов, О.В., Тулупова Л.О., Воронцова І.В.* Дискретна інтерполяція геометричних образів суперпозиціями двовимірних точкових множин на прикладі параболічних поверхонь. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2019. Вип. 95. С. 61-66.
2. *Воронцов О.В., Воронцова І.В.* Закономірності зміни величин коефіцієнтів суперпозиції у процесі інтерполяції гіперболічними функціями. *Прикладні питання математичного моделювання.* Херсон: ХНТУ, Т.4, №1. 2021. С. 59 – 66. https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.6
3. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Modeling of shell type spatial structural forms by superpositions of support nodes coordinates. *Lecture Notes in Civil Engineering.* Volume 73. 2019. Pages 501-513. https://doi.org/10.1007/978-3-030-42939-3
4. *Воронцов, О.В., Воронцова І.В.* Залежності величини скінченної різниці та величин коефіцієнтів суперпозиції при формуванні одновимірних геометричних образів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2023. Вип. 105. С. 62-80. DOI: https://doi.org/10.32347/0131-579x.2023.105
5. *Ботвіновська С.І.* Вплив коефіцієнтів натяжіння або стиску у ланках дискретно визначеної кривої на її форму. Міжвідомчий науково-технічний збірник *«Прикладна геометрія та інженерна графіка»*. Київ : КНУБА. 2016. Вип. 92, С. 25-31.
6. *Ботвіновська С.І.* Варіювання формою дискретно визначеної кривої за заданим законом розподілу коефіцієнтів натяжіння або стиску її ланок. Міжвідомчий науково-технічний збірник *«Сучасні проблеми архітектури та містобудування»* : Наук.-техн. збірник/ Відп. Ред. Дьомін М.М. Київ : КНУБА. 2015. Вип. 45, С. 332-339.
7. *Ковальов С.М., Ботвіновська С.І., Золотова А.В.* Геометричне моделювання поверхонь Із заданими властивостями у дизайні та архітектурі. *Управління розвитком складних систем*. Київ : КНУБА, 2016. № 25. С. 121 – 126. https://urss.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-25/25_3_2.pdf
8. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Discrete modeling of building structures geometric image. *International Journal of Engineering & Technology*. Vol. 7 No. 3.2. 2018. P. 727 – 731. DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467

9. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. International Journal of Engineering & Technology. №7 (4.8), Special Issue №8. 2018. Pages 560-565. DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27306
10. *Воронцов, О.В., Воронцова І.В.* Визначення величин коефіцієнтів суперпозиції координат чотирьох точок на прикладі поліномів двох змінних. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Київ : КНУБА, 2024. Вип. 106. С. 67-81. DOI: https://doi.org/10.32347/0131-579x.2024.106
11. *Воронцов, О.В., Воронцова І.В.* Формування одновимірних геометричних образів суперпозиціями точкових множин за даними крайовими умовами і величиною скінченої різниці. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2023. Вип. 104. С. 59-79. DOI: https://doi.org/10.32347/0131-579x.2023.104.59-79
12. *Воронцов О.В.* Визначення рекурентної залежності між членами числових послідовностей взятими із нерівномірним кроком. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2012. Вип. 90. С. 68-73.

References

1. *Vorontsov, O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Dyskretna interpoliatsiia heometrychnykh obraziv superpozytsiiamy dvovymirnykh tochkovykh mnozhyn na prykladi parabolichnykh poverkhon. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv : KNUBA, 2019. Vyp. 95. S. 61-66. {in Ukrainian}.
2. *Vorontsov O.V., Vorontsova I.V.* Zakonomirnosti zminy velychyn koefitsiientiv superpozytsii u protsesi interpoliatsii hiperbolichnymy funktsiiamy. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia*. Kherson : KhNTU, T.4, №1. 2021. S. 59 – 66. https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.6 {in Ukrainian}.
3. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Modeling of shell type spatial structural forms by superpositions of support nodes coordinates. *Lecture Notes in Civil Engineering.* Volume 73. 2019. Pages 501-513. https://doi.org/10.1007/978-3-030-42939-3{in English}.
4. *Vorontsov, O.V., Vorontsova I.V.* Zalezhnosti velychyny skinchennoi riznytsi ta velychyn koefitsiientiv superpozytsii pry formuvanni odnovymirnykh heometrychnykh obraziv. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika.* Kyiv : KNUBA, 2023. Vyp. 105. S. 62-80. DOI: https://doi.org/10.32347/0131-579x.2023.105 {in Ukrainian}.
5. *Botvinovska S.I.* Effect of tension or compression coefficients in links of a discretely defined curve on its shape. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv : KNUBA, 2016. Vyp 92, C. 25-31. {in Ukrainian}.
6. *Botvinovska S.I.* Variation of the shape of a discretely defined curve according to a given law of distribution of tension coefficients or compression of its links. *Modern problems of architecture and urban planning*. Nauk.-tekhn.

zbirnyk/ Vidp. Red. Domin M.M. Kyiv : KNUBA. 2015. Vyp 45, S. 332-339. {in Ukrainian}
7. *Kovalev, Sergej, Botvinovska, Svitlana, Zolotova, Alla*. (2016). Geometric modeling of the surfaces with given properties in design and architecture. *Management of Development of Complex Systems*, 25, 121 – 126. https://urss.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-25/25_3_2.pdf {in Ukrainian}
8. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Discrete modeling of building structures geometric images. *International Journal of Engineering & Technology*. Vol. 7 No. 3.2. 2018. P. 727 – 731. DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467. {in English}.
9. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. *International Journal of Engineering & Technology*. №7 (4.8), Special Issue №8. 2018. Pages 560-565. DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27306 {in English}.
10. *Vorontsov, O.V., Vorontsova I.V.* Vyznachennia velychyn koefitsiientiv superpozytsii koordynat chotyrokh tochok na prykladi polinomiv dvokh zminnykh. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika.* Kyiv : KNUBA, 2024. Vyp. 106. S. 67-81. DOI: https://doi.org/10.32347/0131-579x.2024.106 {in Ukrainian}
11. *Vorontsov, O.V., Vorontsova I.V.* Formuvannia odnovymirnykh heometrychnykh obraziv superpozytsiiamy tochkovykh mnozhyn za danymy kraiovymy umovamy i velychynoiu skinchenoi riznytsi. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv : KNUBA, 2023. Vyp. 104. S. 59-79. DOI: https://doi.org/10.32347/0131-579x.2023.104.59-79 {in Ukrainian}.
12. *Vorontsov O.V.* Vyznachennia rekurentnoi zalezhnosti mizh chlenamy chyslovykh poslidovnostei vziatymy iz nerivnomirnym krokom. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv : KNUBA, 2012. Vyp. 90. S. 68-73. {in Ukrainian}.

PhD, assistant professor **Oleg Vorontsov**[1]
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
Ph.D., prof. **Valeriy Usenko**[1]
valery_usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4937-6442
PhD, lecturer **Iryna Vorontsova**[2]
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816
Poltava Oil and Gas College of
[1]*National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»*
[2]*National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»*

DETERMINATION OF SUPERPOSITION COEFFICIENTS FOR DISCRETE FORMATION OF POLYNOMIAL FUNCTIONAL DEPENDENCIES

The shape control of a discretely represented curve (DRC) in the static-geometric method can be achieved not only by varying the functional external load but also through the coefficients in computational templates. These templates form the basis for constructing systems of finite-difference equations for DRC formation and indicate the proportional contribution of adjacent nodes to the desired formation.

This article proposes a general approach to creating computational templates for modeling geometric objects (GOs) using superpositions of point sets. This aims to further study the influence of superposition coefficients, both arbitrary and of adjacent nodes of numerical sequences, on the formation of discrete analogs of elementary functional dependencies.

One of the objectives of this study is to continue exploring the modeling of discrete geometric objects (DGOs) based on the classical finite difference method, the static-geometric method, and the geometric apparatus of superpositions.

Since any polynomial of degree n is defined by n+1 points, determining the ordinate of any point given its abscissa requires substituting the coordinates of n+1 points into the polynomial function equation. This results in a system of algebraic equations containing n+1 equations and n+1 variables. Solving this system yields the polynomial coefficients a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , ... , a_n *are found.*

In contrast to this approach, the recursive formula and the formula for determining the superposition coefficients proposed in this study allow for calculating the ordinate of any point of a polynomial of degree n given its abscissa without constructing and solving a system of n+1 equations. The ordinate of any curve point is determined as a superposition of the ordinates of n+1 points.

In the proposed method of geometric curve modeling, the superposition coefficients are derived from systems of equations that contain one equation fewer than those used to calculate polynomial coefficients$\sum_1^n k_i = 1$.

Computational templates have been developed for the discrete formation of polynomial functional dependencies using superpositions of adjacent points' coordinates. The approach presented in the article can be used to obtain expressions similar to formula (3) for calculating superposition coefficients for adjacent points of polynomials with two variables.

Varying the superposition coefficients in the developed computational templates allows for studying the impact of these coefficients, both arbitrary and for adjacent nodes of numerical sequences, on the formation of discrete analogs of elementary functional dependencies.

Keywords: static-geometric method; geometric apparatus of superpositions; discrete geometric objects; superposition coefficients; computational templates; polynomials.