

д. т. н. професор **Ботвіновська С. І.**,
botvinovska.si@knuba.edu.ua, ORCID: 0000-0002-1832-1342

к. т. н., доцент **Золотова А.В.**,
zolotova.av@knuba.edu.ua, ORCID: 0000-0001-8014-3834
Київський національний університет будівництва і архітектури

ВИКОРИСТАННЯ ПРОСТОРОВОГО ПРОЄКТИВНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ У СТАТИКО-ГЕОМЕТРИЧНОМУ МЕТОДІ

Це перша стаття із циклу статей, яка представляє собою рекомендації щодо узагальнення статико-геометричного методу та розширення його можливостей за рахунок усунення недоліків параболічної інтерполяції. Пропонується використання найпростішого проєктивного перетворення, а саме просторового перспективного перетворення для моделювання дискретних каркасів. За результатами досліджень можна стверджувати, що властивості перетворення суттєво впливають на процес дискретного моделювання криволінійної поверхні. За рахунок використання такого перетворення виникає можливість моделювання дискретних каркасів кривих ліній із заданими вертикальними дотичними. Або моделювання дискретних каркасів поверхонь із заданими вертикальними дотичними площинами або заданими вертикальними прямими лініями, дотичними до поверхні. Таке перетворення належить до взаємно-однозначних. Сподіваємось на те, що описаний у роботі підхід дозволить за вихідними умовами та властивостями перетворення досліджувати властивості змодельованих геометричних об'єктів. Наведений конструктивний алгоритм дозволяє наочно продемонструвати особливості просторового перспективного перетворення та допоможе конструювати дискретні каркаси архітектурних оболонок складної форми.

Слід також зазначити, що використання прямих та зворотних формул перетворення в процесі дискретного моделювання може стати потужним інструментом для моделювання поверхонь із заданими властивостями. Важливо лише встановити правила відповідності модельованих об'єктів та обраного перетворення, визначити закон перетворення заданих точок та ліній.

Використання просторового проєктивного перетворення у вигляді просторової гомології може слугувати ефективним засобом появи нових кривих ліній і поверхонь, та вивчення їх властивостей.

Ключові слова: статико-геометричний метод (СГМ); перетворення простору; розширюване просторове перетворення; просторова гомологія; дискретна модель поверхні; дискретна сітка.

Постановка проблеми. Будь-яка криволінійна поверхня може бути представлена дискретним каркасом, що сформований статико-геометричним методом (СГМ). Дискретна сітка, нанесена на поверхню, складена з вузлів та ребер, буде виступати дискретним аналогом модельованої криволінійної поверхні. Нові криволінійні поверхні можна отримати за допомогою використання відповідного перетворення. Проективне перетворення має широкі можливості щодо усунення недоліків параболічної інтерполяції, яка саме лежить в основі СГМ. Тому, використання такого перетворення може слугувати ефективним засобом появи нових кривих ліній та поверхонь та вивчення їх властивостей. Такі дослідження є актуальними на сьогодні.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Зараз багато досліджень присвячено використанню різноманітних методів прикладної геометрії для розв'язання практичних задач у різних галузях науки і техніки. Так, демонстрацією практичного застосування проективного перетворення для розв'язання інженерних завдань, зокрема для моніторингу будівельних споруд присвячено роботу [1]. Стаття представляє нову методику точного вимірювання сейсмічних переміщень будівельних конструкцій за рахунок використання проективного перетворення. У роботі [2] показано, що для певних типів будівельних конструкцій, таких як ферми, фундаментальні принципи рівноваги можуть бути описані та збережені через менш обмежувальні проективні перетворення. Основа дослідження полягає в тому, що статична рівновага конструкції може залишатись інваріантною під час певних проективних перетворень. Це означає, якщо існує конструкція в рівновазі, можна перетворити її в іншу геометрію за допомогою проективного перетворення, і нова конструкція також буде в рівновазі, за умови відповідної трансформації зусиль. Робота відкриває нові можливості для генерації нових геометричних форм, без повторного статичного аналізу для кожної з них. Це дослідження має значення для інженерної механіки, архітектурного проектування та комп'ютерної графіки в інженерії. За допомогою теорії проективної геометрії можна аналізувати складні геометричні композиції [3], де важливі не лише метричні властивості, а й співвідношення між точками та лініями у просторі. Автори обговорюють складні проблеми, з якими традиційні геометричні методи не можуть впоратись. Тому у статті з'являються поняття «нескінченно віддалена точка», «нескінчена пряма», які дозволяють розглядати паралельні лінії та окремі об'єкти. Використання проективної геометрії може призвести до більш ефективного та точного моделювання та аналізу будівельних конструкцій. Проективно-інваріантні локальні властивості гладких кривих і поверхонь розглядаються у роботі [4]. В цій роботі пропонується потужний математичний апарат для розв'язання складних задач, пов'язаних з аналізом форми в умовах проективних спотворень. Автори використовують проективні перетворення як теоретичну основу для встановлення інваріантів та опису

локальних форм поверхонь та їх контурів. Такий підхід може використовуватись в комп'ютерному моделюванні, пов'язаному з розпізнаванням об'єктів та відновленням їхньої 3D-форми за 2D-зображенням, незалежно від точки огляду. Особливу увагу проєктивним перетворенням евклідової площини присвячено в роботі [5]. Розглядаються ключові геометричні характеристики геометричних об'єктів, обговорюються однорідні координати. Автори досліджують, як перетворення, що зберігають колінеарність та подвійне відношення можуть бути застосовані до евклідової площини, розширюючи її можливості для трансформації та аналізу геометричних об'єктів. Це дослідження демонструє можливості використання теоретичних основ при розв'язанні багатьох прикладних задач.

Аналіз приведених досліджень показав, що дуже мало робіт присвячено дискретному моделюванню каркасів різноманітних криволінійних поверхонь [6-10]. А саме дискретне моделювання дозволяє створювати дискретні каркаси поверхонь, аналітичне рівняння для яких записати неможливо. Використанню проєктивного перетворення для створення дискретної моделі кривої лінії присвячено роботу [11]. Дослідження демонструють можливості об'єднання декартових прямокутних координат, які обрано за вихідні умови з апаратом перспективного проєкціювання. У роботі приведено графічний алгоритм, який наочно демонструє ідею використання перспективного перетворення для дискретного моделювання СГМ. Роботу [12] присвячено нелінійним трансформаціям тривимірного простору з особливою властивістю. Автори розглядають не лише математичні формули перетворення, але й досліджують їх візуалізацію та побудову, а також їхні фундаментальні властивості. Продемонстрований підхід показує, як такі нелінійні перетворення можна використовувати для моделювання або аналізу складних, вигнутих поверхонь, що часто зустрічаються у технічному дизайні або архітектурі. Дослідження розширюють теоретичні можливості прикладної геометрії, а саме використання розшарованих алгебраїчних перетворень.

Усі представлені роботи демонструють зв'язок між теоретичними математичними концепціями та їхніми практичними застосуваннями у інженерії та архітектурі. Але автори не займаються побудовою дискретних каркасів поверхонь та вивченням властивостей або умов появи нових дискретних аналогів криволінійних поверхонь.

Цілі та завдання статті. Метою роботи є дослідження просторового проєктивного перетворення. Показати можливості використання проєктивного перетворення на прикладі перспективного перетворення для геометричного моделювання дискретних аналогів об'єктів, що мають складну форму, яка не може бути описана стандартним статико-геометричним методом.

Основна частина. Для комп'ютерної обробки та візуалізації

важливим аспектом залишається заміна складних неперервних моделей поверхонь на простіші дискретні форми. Саме такий підхід дозволяє працювати з поверхнями, що не мають простого аналітичного опису. У загальному випадку при дискретному моделюванні поверхонь із заданими властивостями можуть виникати проблеми, пов'язані з особливостями того чи іншого методу. Оскільки в основі СГМ лежить параболічна інтерполяція, моделювання дискретних каркасів кривих ліній та поверхонь стикається з деякими проблемами, наприклад: неможливістю забезпечити монотонну зміну кривини для об'єкта, що моделюється; моделювання кривих ліній з паралельними дотичними; моделювання кривих поверхонь з паралельними дотичними площинами.

Розглянемо більш детально використання проективного перетворення, в рамках дискретного моделювання СГМ, яке дозволить уникнути недолік, притаманних цьому способу.

За СГМ кожний вузол сітки знаходиться у рівновазі під дією зовнішніх зусиль, прикладених до кожного з вузлів. Рівновага вузлів довільної двовимірної дискретної сітки описується системою рівнянь:

$$u_{i,j,1} + u_{i,j,2} + u_{i,j,3} + \dots + u_{i,j,\ell} + \dots + u_{i,j,n-1} + u_{i,j,n} - nu_{i,j,0} + kP_{i,j,0} = 0, \quad (1)$$

де n – число вузлів зірки сітки, які оточують центральний вузол зірки на дискретній сітці (рис. 1); $u_{i,j}$ – узагальнене позначення координат x, y, z . Із [12] відомо, що кожен координату $u_{i,j}$ в рівнянні рівноваги (1) можна вважати функцією відповідних координат вузлів сітки:

$$\begin{aligned} & F_1(x_{i,j,1}) + F_1(x_{i,j,2}) + F_1(x_{i,j,3}) + \dots + F_1(x_{i,j,\ell}) + \dots \\ & + F_1(x_{i,j,n-1}) + F_1(x_{i,j,n}) - nF_1(x_{i,j}) + kP_{i,j,x} = 0; \\ & F_2(y_{i,j,1}) + F_2(y_{i,j,2}) + F_2(y_{i,j,3}) + \dots + F_2(y_{i,j,\ell}) + \dots \\ & + F_2(y_{i,j,n-1}) + F_2(y_{i,j,n}) - nF_2(y_{i,j}) + kP_{i,j,y} = 0; \\ & F_3(z_{i,j,1}) + F_3(z_{i,j,2}) + F_3(z_{i,j,3}) + \dots + F_3(z_{i,j,\ell}) + \dots \\ & + F_3(z_{i,j,n-1}) + F_3(z_{i,j,n}) - nF_3(z_{i,j}) + kP_{i,j,z} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

При такому підході функції F_1, F_2, F_3 аналітично описують певні перетворення координат вузлів сітки. При заміні координат вузлів сітки функціями від цих координат матимемо:

$$x'_{i,j,\ell} = F_1(x_{i,j,\ell}); \quad y'_{i,j,\ell} = F_2(y_{i,j,\ell}); \quad z'_{i,j,\ell} = F_3(z_{i,j,\ell}), \quad (3)$$

де i, j – нумерація вузлів сітки у прийнятій системі відліку вузлів; ℓ – номер вузла зірки сітки у локальній системі відліку, відносно центрального вузла зірки (рис. 1).

Властивість. Заміна координат вузлів функціями від цих координат у

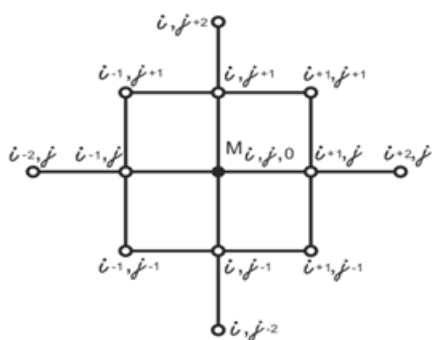


Рис. 1. Зірка і центральний вузол дискретної сітки

рівняннях рівноваги відповідає певному перетворенню рівноважної дискретної сітки, що описується системою (1).

Саме за рахунок цього можна розширити можливості СГМ щодо моделювання дискретних моделей поверхонь. Геометричне моделювання дискретних моделей поверхонь в такому випадку буде тісно пов'язане з властивостями перетворення та його конструктивними особливостями.

Геометричні перетворення дуже різноманітні, тому розглянемо взаємно-однозначне проєктивне перетворення на прикладі перспективного. Пропонуємо використати просторову гомологію, яка розширюється на пучок площин (рис. 2, а). У кожній площині пучка проєктивне перетворення задається: центром S гомології – точкою, яка в результаті перетворення не змінює своє положення у просторі; площиною Γ – подвійних точок; та однією парою відповідних точок на осі пучка (рис. 2, б). Конічна огортаюча поверхня або перетинні площини перетворюються, відповідно, на циліндричну поверхню або паралельні площини, якщо хоча б одній власній точці прообразу відповідатиме невласна точка образу.

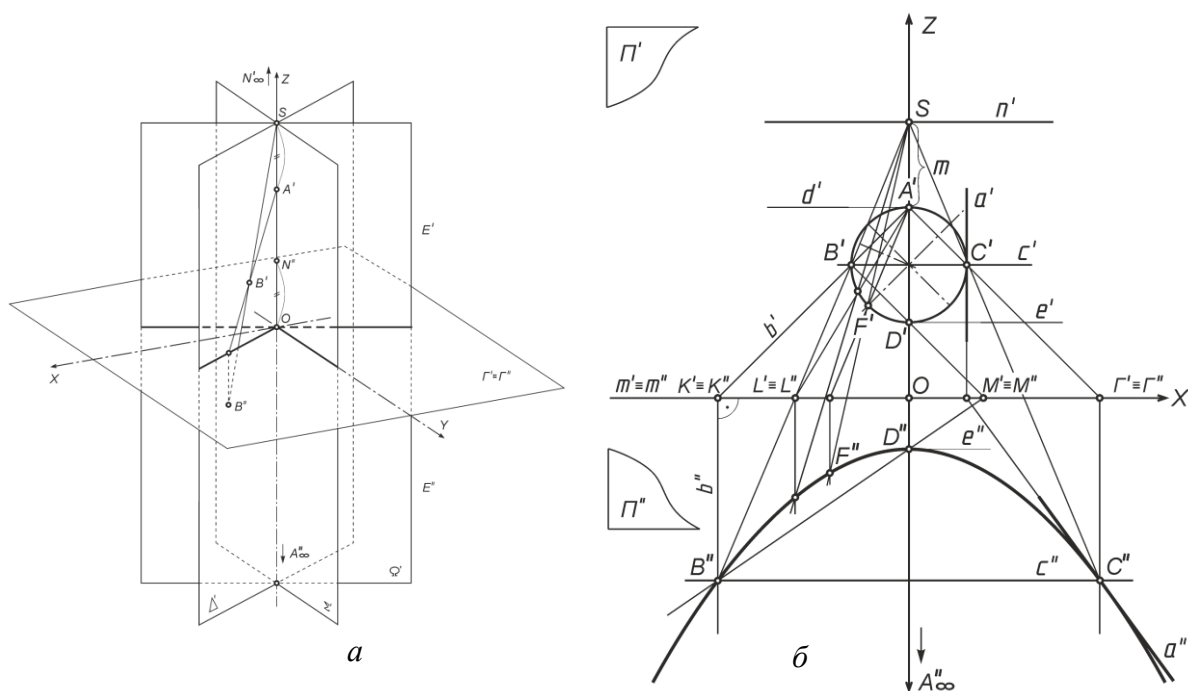


Рис. 2. Конструктивна схема просторового проєктивного перетворення

Так у вихідному положенні точка A' є прообразом невласної точки A'' образу. Вісь гомології проходить через точки S та A' .

Будь-яка пряма b' , що проходить через точку A' поля E' , перетворюється у пряму b'' , перпендикулярну осі гомології. Пряма c' , яка

паралельна осі гомології, перетворюється у пряму c'' , паралельну осі гомології. Пряма d' , яка проходить через точку A' поля Π' і паралельна осі гомології перетворюється на невластну пряму d''_∞ . Пряма a' , яка перпендикулярна осі гомології і не проходить через точку A' , переходить у похилу пряму a'' . Пряма Oz , яка перпендикулярна осі гомології і проходить через точку A' переходить сама в себе.

Невластна пряма e'_∞ (рис. 3, а) поля Π' перетворюється на пряму e'' поля Π'' , яка паралельна осі гомології $m' \equiv m''$ і знаходиться від неї на відстані SA' . Дійсно, для того щоб прообразом точки E'' була невластна точка E'_∞ промінь гомології SE'' повинен бути паралельним прямій $A'F''$, а чотирикутник $A'SE''F''$ є паралелограмом.

Тоді, дві довільні прямі a'' та b'' , які належать полю Π'' і перетинаються у точці N'' , що належить прямій e'' , перетворюються на дві паралельні прямі відповідно a' і b' поля Π' .

Якщо, точка N'' є точкою перетину прямої e'' з віссю Oz (рис. 3, б), то дві перетинні прямі a'' і b'' після перетворення стають перпендикулярними до осі $m' \equiv m''$ гомології. Дійсно, невластним точкам G'' і H'' , відповідно прямих a'' , b'' поля Π'' відповідають точки G' і H' перетину прямих a' і b' з прямою d' , а чотирикутники $SN''L'H'$ і

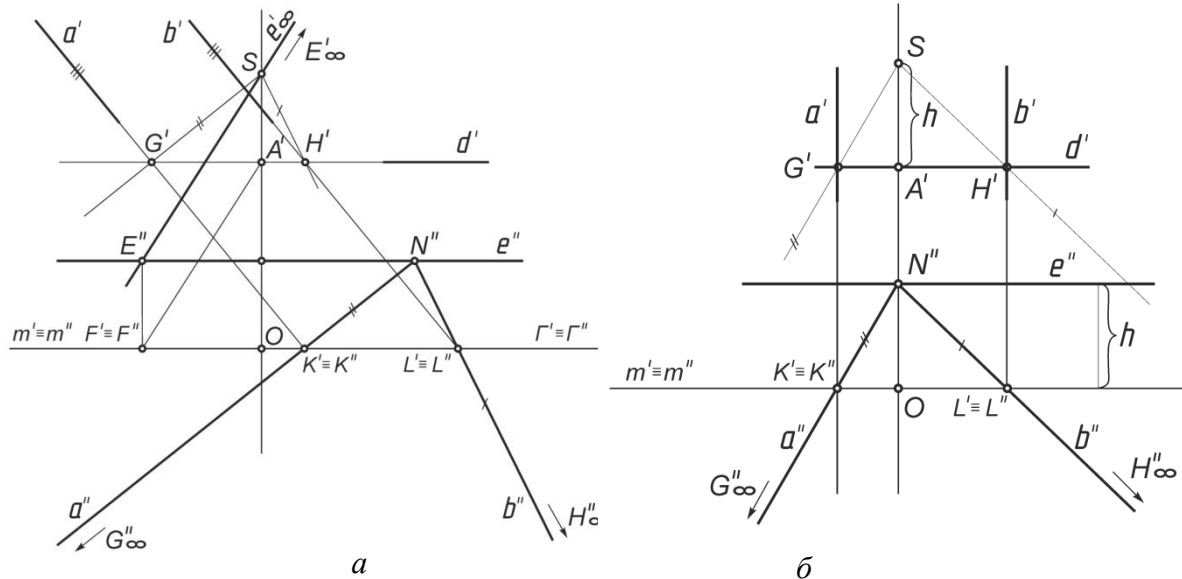


Рис. 3. Проективне перетворення прямих ліній в площини

$SG'K''N''$ є паралелограмами.

Властивості просторової гомології [13] можна визначити з урахуванням розглянутих властивостей гомології у площині. Площина, що проходить через точку A' , переходить у площину, яка буде перпендикулярною площині подвійних точок. Площина, яка проходить

через точку A' і є паралельною площині подвійних точок, переходить у невласну площину. Площина, яка паралельна площині подвійних точок і не проходить через точку A' , переходить у площину, паралельну площині подвійних точок. Площина, яка перпендикулярна до площини подвійних точок і не проходить через точку A' , переходить у похилу площину. Площина, яка проходить через промінь SA переходить сама в себе.

У просторовій гомології дві площини простору, лінія перетину яких проходить через точку N'' на осі гомології і паралельна площині подвійних точок $\Gamma' \equiv \Gamma''$, переходять у дві паралельні площини, які перпендикулярні площині $\Gamma' \equiv \Gamma''$.

Тоді, кінчна поверхня, вершиною якої є точка N'' на осі гомології, перетворюється на циліндричну поверхню, твірні якої перпендикулярні до подвійної площини $\Gamma' \equiv \Gamma''$, а основою є лінія перерізу кінчної поверхні площиною $\Gamma' \equiv \Gamma''$.

Якщо, апарат перспективного перетворення простору прив'язати до прямокутної декартової системи координат, яку показано на рис. 2, а, то можна вивести формули перетворення координат точок простору E' на простір E'' :

$$x'' = \frac{x'z'_A}{z'_A - z'}; \quad y'' = \frac{y'z'_A}{z'_A - z'}; \quad z'' = \frac{z'(z'_A - z_S)}{z'_A - z'}, \quad (4)$$

де z'_A – апліката заданої точки A' у просторі E' , що перетворюється на невласну точку A''_∞ простору E'' ; z_S – апліката центра гомології.

Формули зворотного перетворення переходу від простору E'' до простору E' матимуть вигляд, відповідно:

$$x' = \frac{x''(z'_A - z_S)}{z'' + z'_A - z_S}; \quad y' = \frac{y''(z'_A - z_S)}{z'' + z'_A - z_S}; \quad z' = \frac{z''(z'_A - z_S)}{z'' + z'_A - z_S}. \quad (5)$$

Нижче представимо послідовність розв'язання задачі моделювання дискотечного каркаса поверхні із заданими властивостями:

1. За зворотними формулами перетворення (5) потрібно перерахувати всі параметри заданих вихідних умов.
2. Сформулювати і розв'язати лінійну систему (1) рівнянь рівноваги вузлів СГМ за перетвореними параметрами вихідних умов.
3. За прямими формулами проєктивного перетворення (4) перерахувати координати вузлів отриманої сітки і побудувати дискретний каркас поверхні.

Приклад побудови таких дискретних каркасів криволінійних поверхонь та деякі додаткові властивості перспективного перетворення будуть представлено в наступних роботах.

Висновки та перспективи досліджень. Спираючись на матеріал, який було представлено вище, можна зазначити, що використання розшарованого проєктивного перетворення дозволяє розширити можливості статико-геометричного методу щодо проєктування у просторі

дискретних каркасів поверхонь з вертикальними дотичними площинами. Наведений конструктивний алгоритм дозволяє наочно продемонструвати особливості просторового перспективного перетворення та допоможе конструювати дискретні каркаси архітектурних оболонок складної форми.

Слід також зазначити, що використання прямих та зворотних формул перетворення в процесі дискретного моделювання може стати потужним інструментом для моделювання поверхонь із заданими властивостями. Важливо лише встановити правила відповідності модельованих об'єктів та обраного перетворення, визначити закон перетворення заданих точок та ліній.

Література

1. Guo, J., Xiang, Y., Fujita, K., & Takewaki, I. (2020). Vision-Based Building Seismic Displacement Measurement by Stratification of Projective Rectification Using Lines. *Sensors (Basel)*, 20(20), 5775. DOI: 10.3390/s20205775. <https://doi.org/10.3390/s20205775>
2. Falkenstein, C., & Ramm, E. (2016). Projective Transformations of Structural Equilibrium. *International Journal of Space Structures*, 31(3-4), 163-176. DOI: 10.1177/0266351116670868
3. Song, X. Z., Lu, M. L., & Qin, T. (2012). Projective Geometry on the Structure of Geometric Composition Analysis Application. *Applied Mechanics and Materials*, 166-169, 127–130. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.166-169.127.
4. Lazebnik, S., & Ponce, J. (2003). The Local Projective Shape of Smooth Surfaces and their Outlines. In *Proceedings of the Ninth IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2003)* (Vol. 1, pp. 83–89). IEEE https://lear.inrialpes.fr/people/triggs/events/iccv03/cdrom/iccv03/0083_lazebnik.pdf
5. Пришляк, О., & Білун, С. (2024). Геометрія та топологія проєктивної площини. *У Світі Математики*, 1(1). С. 72-78. DOI: 10.17721/1029-4171.2024/1.8
6. Kovalyov S.N. Discrete geometry of curves and surfaces. *The 10TH International Conference on Geometry and Graphics*. Volume 1. 2002. Kyiv, Ukraine. p. 132-133.
7. Ботвіновська С.І. Формування дискретної моделі просторової оболонки з використанням конхкоїдального перетворення / Наук. зб. *Управління розвитком складних систем*. Розділ «Інформаційні технології проектування». Київ: КНУБА. 2016. № 26. С. 135–140.
8. Ковальов С.М., Ботвіновська С.І., Золотова А.В. Геометричне моделювання поверхонь СГМ за допомогою перетворення інверсії / *Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праці МДПУ ім. Б. Хмельницького*. Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького. 2016. № 5. С. 47–57.

9. Ботвіновська С.І. Конхоїдальне перетворення, як приклад активного перетворення координат при дискретному моделюванні поверхонь / *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь, МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2019. Випуск 16. С.25-38. DOI: <https://doi.org/10.33842/2313-125X-2019-16>.
10. Ботвіновська С.І. Аналіз можливостей використання геометричних перетворень при моделюванні дискретних каркасів поверхонь / *Сучасні проблеми моделювання*; зб. наук. праць; гол. ред. кол. А.В. Найдиш. Мелітополь. Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2018. Вип. 13. 201с. С. 19-29. <https://magazine.mdpu.org.ua/index.php/spm/article/view/2639>
11. Малий, В. М. (2016). Взаємно однозначні нелінійні перетворення простору з тотожною площиною. *Наука та прогрес транспорту*, (3(63)), С. 181–190.
12. Ботвіновська, С. І. (2019). Теоретичні основи формоутворення в дискретному моделюванні об'єктів архітектури та дизайну /... дис. д-ра техн. наук. Київський національний університет будівництва і архітектури. с. 526.
13. Гомологическое преобразование кривых второго порядка: веб сайт *Книги для всех*. URL: <http://lib4all.ru/base/B2156/B2156Part23-91.php> (дата звернення: 19.06.2021). § 21 Гомологическое преобразование кривых второго порядка.

References

1. Guo, J., Xiang, Y., Fujita, K., & Takewaki, I. (2020). Vision-Based Building Seismic Displacement Measurement by Stratification of Projective Rectification Using Lines. *Sensors (Basel)*, 20(20), 5775. DOI: 10.3390/s20205775. <https://doi.org/10.3390/s20205775>
2. Falkenstein, C., & Ramm, E. (2016). Projective Transformations of Structural Equilibrium. *International Journal of Space Structures*, 31(3-4), 163-176. DOI: 10.1177/0266351116670868
3. Song, X. Z., Lu, M. L., & Qin, T. (2012). Projective Geometry on the Structure of Geometric Composition Analysis Application. *Applied Mechanics and Materials*, 166-169, 127–130. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.166-169.127.
4. Lazebnik, S., & Ponce, J. (2003). The Local Projective Shape of Smooth Surfaces and their Outlines. In *Proceedings of the Ninth IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2003)* (Vol. 1, pp. 83–89). IEEE https://lear.inrialpes.fr/people/triggs/events/iccv03/cdrom/iccv03/0083_lazebnik.pdf
5. Pryshliak, O., & Bilun, S. (2024). Геометрія та топологія проєктивної площини. У *Світі Математики*, 1(1). С. 72-78. DOI: 10.17721/1029-4171.2024/1.8

6. Kovalyov S.N. Discrete geometry of curves and surfaces. *The 10TH International Conference on Geometry and Graphics*. Volume 1. 2002. Kyiv, Ukraine. p. 132-133.
7. Botvinovska S.I. Formuvannia dyskretnoi modeli prostorovoi obolonky z vykorystanniam konkhoidalnoho peretvorennia / *Nauk. zb. Upravlinnia rozvytkom skladnykh system*. Rozdil «Informatsiini tekhnolohii proektuvannia». Kyiv: KNUBA. 2016. № 26. S. 135–140.
8. Kovalov S.M., Botvinovska S.I., Zolotova A.V. Heometrychne modeliuvannia poverkhon SHM za dopomohoiu peretvorennia inversii / *Suchasni problemy modeliuvannia: zb. nauk. pratsi MDPU im. B. Khmelnytskoho*. Melitopol: MDPU im. B. Khmelnytskoho. 2016. № 5. S. 47–57.
8. Botvinovska S.I. Konkhoidalne peretvorennia, yak pryklad aktyvnogo peretvorennia koordynat pry dyskretnomu modeliuvanni poverkhon / *Suchasni problemy modeliuvannia*. Melitopol, MDPU im. B. Khmelnytskoho, 2019. Vypusk 16. S.25-38. DOI: <https://doi.org/10.33842/2313-125X-2019-16>.
9. Botvinovska S.I. Analiz mozhlyvostei vykorystannia heometrychnykh peretvoren pry modeliuvanni dyskretnykh karkasiv poverkhon / *Suchasni problemy modeliuvannia; zb. nauk. prats; hol. red. kol. A.V. Naidysh*. Melitopol. Vydavnytstvo MDPU im. B. Khmelnytskoho, 2018. Vyp. 13. 201s. S. 19-29. <https://magazine.mdpu.org.ua/index.php/spm/article/view/2639>
10. Botvinovska S.I. Analiz mozhlyvostei vykorystannia heometrychnykh peretvoren pry modeliuvanni dyskretnykh karkasiv poverkhon / *Suchasni problemy modeliuvannia; zb. nauk. prats; hol. red. kol. A.V. Naidysh*. Melitopol. Vydavnytstvo MDPU im. B. Khmelnytskoho, 2018. Vyp. 13. 201s. S. 19-29. <https://magazine.mdpu.org.ua/index.php/spm/article/view/2639>
11. Malyi, V. M. (2016). Vzaiemno odnoznachni neliniini peretvorennia prostoru z totozhnoi ploshchynoiu. *Nauka ta prohres transportu*, (3(63)), S. 181–190.
12. Botvinovska, S. I. (2019). Teoretychni osnovy formoutvorennia v dyskretnomu modeliuvanni obektiv arkhitektury ta dyzainu /... dys. d-ra tekhn. nauk. Kyivskyi natsionalnyi universytet budivnytstva i arkhitektury. s. 526.
13. Homolohycheskoe preobrazovanye kryvykh vtoroho poriadka: veb sait Knyhy dlia vsekh. URL: <http://lib4all.ru/base/B2156/B2156Part23-91.php> (data zvernennia: 19.06.2021). § 21 Homolohycheskoe preobrazovanye kryvykh vtoroho poriadka.

Doctor of Technical Sciences, Professor **Botvinovska Svitlana**,
 botvinovska.si@knuba.edu.ua, ORCID: 0000-0002-1832-1342
 Cand.Sc. or C.Sc., Associate Professor **Alla Zolotova**,
 zolotova.av@knuba.edu.ua, ORCID: 0000-0001-8014-3834

Kyiv National University of Construction and Architecture

USING SPATIAL PROJECTIVE TRANSFORMATION IN THE STATICS-GEOMETRIC METHOD

Abstract. This is the first in a series of articles providing recommendations for generalizing the statics-geometric method and expanding its capabilities by eliminating the shortcomings of parabolic interpolation. It proposes using the simplest projective transformation, namely spatial perspective transformation, for modeling discrete frameworks. Research results suggest that the properties of the transformation significantly impact the process of discrete modeling of curved surfaces. By employing such a transformation, it becomes possible to model discrete frameworks of curved lines with specified vertical tangents. Alternatively, it allows for modeling discrete frameworks of surfaces with specified vertical tangent planes or specified vertical straight lines tangent to the surface. This transformation is one-to-one. We hope that the approach described in this work will allow for investigating the properties of modeled geometric objects based on initial conditions and transformation properties. The presented constructive algorithm visually demonstrates the features of spatial perspective transformation and will help construct discrete frameworks of complex architectural shells.

It should also be noted that the use of direct and inverse transformation formulas in the process of discrete modeling can become a powerful tool for modeling surfaces with desired properties. The only crucial step is to establish rules for the correspondence between the modeled objects and the chosen transformation, and to define the transformation law for given points and lines.

The application of spatial projective transformation in the form of spatial homology can serve as an effective means for generating new curved lines and surfaces, and for studying their properties.

Keywords: statics-geometric method (SGM); space transformation; stratified spatial transformation; spatial homology; discrete surface model; discrete mesh.