

д. т. н., професор **Вірченко Г. А.**¹,
kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538

д. т. н., професор **Плоский В. О.**²,
ploskyivo@ukr.net, ORCID: 0000-0002-2632-8085

к. т. н. **Терещук М. О.**²,
nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677

¹ Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
² Київський національний університет будівництва і архітектури

ДО ПИТАННЯ ПРОЄКТУВАННЯ ТА ВІДНОВЛЕННЯ КУЛЬТОВИХ АРХІТЕКТУРНИХ ОБ'ЄКТІВ

Для нашої держави нинішній історичний період доволі важкий, що пов'язано з війною, яка приносить горе і страждання, руйнує та знищує інфраструктуру міст і сіл. Не виключенням є й різноманітні культові будівлі, такі як православні храми, костьоли, мечеті, синагоги та ін. У цей тяжкий час усе більше людей звертаються за підтримкою до всевишніх сил, прагнуть відновити святі місця, звести нові релігійні архітектурні об'єкти, наприклад каплички на кладовищах, у лікарнях, військових частинах, навчальних закладах тощо.

У багатьох випадках невід'ємну частину культових будівель становлять куполи, що мають суттєве символічне значення для віруючих, оскільки уособлюють собою небо, де знаходяться божества. При спорудженні сакральних архітектурних об'єктів наявні, з одного боку, певні канонічні релігійні вимоги, а з іншого, зазвичай, існує потреба в забезпеченні належної індивідуальності вказаних будівель. Зазначеними фактами обумовлене, зокрема, велике розмаїття форм, розмірів, кількості та оформлення куполів православних християнських храмів, найпоширеніших в Україні культових архітектурних об'єктів.

У попередніх публікаціях авторів розглянуто автоматизоване варіантне проєктування куполів засобами структурно-параметричного формоутворення з метою покращення якості вказаних будівельних конструкцій, зменшення витрат на їхнє проєктування, виготовлення та експлуатацію. Проаналізовано аспекти ефективного застосування комп'ютерного геометричного моделювання для вирішення проблеми збереження та відновлення архітектурної спадщини України. Це стосується максимального охоплення однією структурно-параметричною моделлю можливих різновидів форм і розмірів куполів православних храмів для дефініції оптимального варіанта згідно з конкретними обставинами. Наведено необхідний математичний апарат для обчислення геометричних

властивостей проєктованих куполів (довжин твірних і напрямних ліній, площ поверхонь, обмежуваних ними об'ємів тощо). Запропоновано використання викладеного підходу в середовищі нинішніх прогресивних комп'ютерних BIM (Building Information Modeling) технологій з урахуванням існуючих релігійних архітектурних традицій. У даній публікації здійснено розвиток поданої тематики шляхом опрацювання такого естетичного елемента оформлення куполів, як варіантне паркетування їхніх зовнішніх поверхонь. Окреслено перспективи проведення подальших відповідних наукових досліджень.

Ключові слова: архітектурне формоутворення; геометричне моделювання; культові будівлі; куполи; розгортки поверхонь; BIM-технології.

Постановка проблеми. У важке для України воєнне сьогодення актуальним постає питання щодо відбудови зруйнованих та зведення нових культових архітектурних об'єктів. Підвищенню популярності останніх сприяє збільшення числа людей, які звертаються за підтримкою до всевишніх сил. Успішному подоланню вказаної проблеми сприяють комп'ютерні BIM-технології. Одним із напрямків здешевлення виконання описаних завдань з одночасним дотриманням умов стосовно реалізації унікальності, а не типовості сакральних будівель, є варіантне паркетування поверхонь їхніх куполів. Сформульована задача розглядається в цій науковій статті.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Видання [1] присвячено існуючим православним архітектурним канонам, поєднанню історичних і прогресивних сучасних прийомів відповідного формоутворення. У праці [2] викладено комплексний підхід до проєктування та відновлення сакральних будівель. Дослідженням [3] показано провідну символічну роль куполів у якості базових об'ємно-просторових компонентів християнських, мусульманських та іудейських храмів. Публікації [4, 5] аналізують можливість використання BIM-технологій для підтримання в належному стані історичних будівель. Структурно-параметричне геометричне моделювання куполів православних храмів викладається в роботах [6, 7]. Деякі питання щодо збереження та відновлення культурної спадщини України засобами архітектурного формоутворення містять видання [8-10].

Цілі та завдання статті полягають у поданні запропонованих способів, прийомів та алгоритмів комп'ютерного варіантного структурно-параметричного паркетування поверхонь куполів сакральних будівель на прикладі православних християнських храмів. Гнучкість і продуктивність наведених засобів сприяє підвищенню естетичної індивідуальності вказаних об'єктів з відносно невеликими потрібними для цього матеріальними та фінансовими витратами.

Основна частина. Проілюструємо напрацьовані матеріали на засадах розглянутого в роботах [6, 7, 11], див. рис. 1, двоярусного банного завершення православного храму.

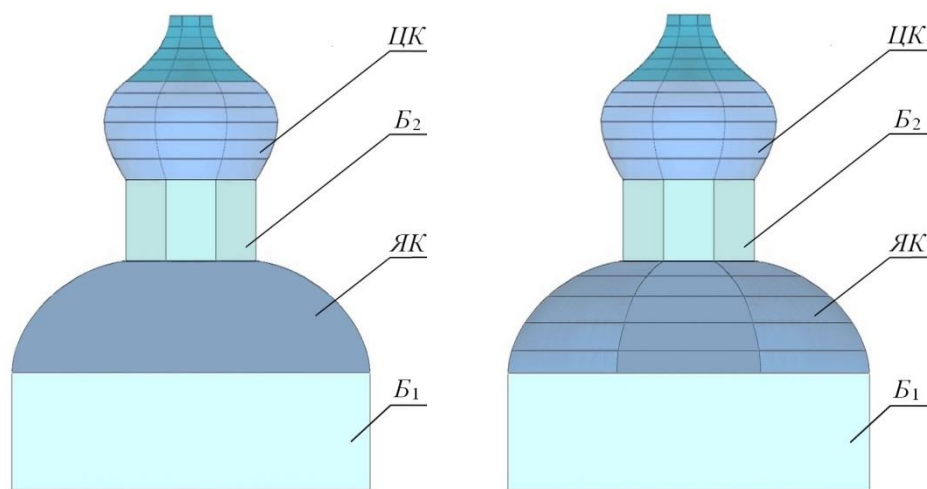


Рис 1. Двоярусне банне завершення

При цьому маємо два варіанти з багатьох можливих проєктних різновидів комп'ютерного структурно-параметричного архітектурного формоутворення. На вказаному аспекті більш зупинятися не будемо, оскільки головне завдання даної статті полягає у висвітленні запропонованих способів, прийомів та алгоритмів паркетування поверхонь куполів сакральних будівель. Зауважимо, що необхідний математичний апарат, який визначає наведені вище геометричні фігури викладено в зазначених публікаціях. Створюваний об'єкт на першому ярусі складається з нижнього циліндричного барабана B_1 та гладкого або гранчастого яйцеподібного купола $ЯК$ над ним, а на другому – з гранчастого барабана B_2 та такого ж цибульчастого купола $ЦК$ зверху.

Куполи культових будівель, зазвичай, мають форму поверхонь обертання або відповідних гранчастих поверхонь. Перші з них нерозгортні, а другі – розгортні. Досить часто обрання певного різновиду залежить від багатьох проєктних, виробничих та експлуатаційних чинників. Для виконання цієї умови структурно-параметричні геометричні моделі куполів повинні реалізовувати обидва такі варіанти. У публікації [11] здійснено заміну нижнього гладкого (ліве зображення рис. 1) яйцеподібного купола $ЯК$ на гранчастий з числом граней $n=8$ (праве зображення рис. 1), було побудовано належну розгортку.

Нагадаємо, що в барабана B_1 радіус основи $R=3000$ мм та висота $H=2000$ мм. Купол $ЯК$ є поверхнею обертання, має вісь z і твірну криву другого степеня у векторній параметричній формі

$$\mathbf{r}(u) = \frac{(1-u)^2 \mathbf{r}_0 + 2w_1(1-u)u\mathbf{r}_1 + u^2 \mathbf{r}_2}{(1-u)^2 + 2w_1(1-u)u + u^2}, \quad (1)$$

де $\mathbf{r}_0=(x_0, y_0, z_0)$, $\mathbf{r}_1=(x_1, y_1, z_1)$, $\mathbf{r}_2=(x_2, y_2, z_2)$ – радіус-вектори вершин характеристичної ламаної у прямокутній декартовій системі координат

$Oxyz$ із початком у центрі основи барабана B_1 та направленою праворуч віссю x і вертикально віссю z ;

$w_1 \geq 0$ – ваговий коефіцієнт вершини r_1 ;

$u \in [0, 1]$ – параметр.

В опрацьовуваному випадку $r_0=(3000, 0, 2000)$, $r_1=(3000, 0, 4000)$, $r_2=(1200, 0, 4000)$, де координати в мм, $w_1=0,7071$.

На рис. 2 показано два приклади паркетування даної поверхні купола за наступним алгоритмом. Для потрібної кількості Ne елементів на кожному горизонтальному рівні, починаючи з низу, розраховуються відповідні хорди. Для цього вздовж кривої (1) обирається довжина, яка дорівнює половині поточної хорди. Цим визначається розташування наступного вертикального рівня. Отримані належні вершини (кінці хорд) з'єднуються відрізками прямих. Отже, як наслідок, маємо множину просторових чотирикутників квадратоподібної форми. На практиці останні, з описаними сторонами, вирізаються з плоских заготованок, які при монтажних роботах дещо згинаються.

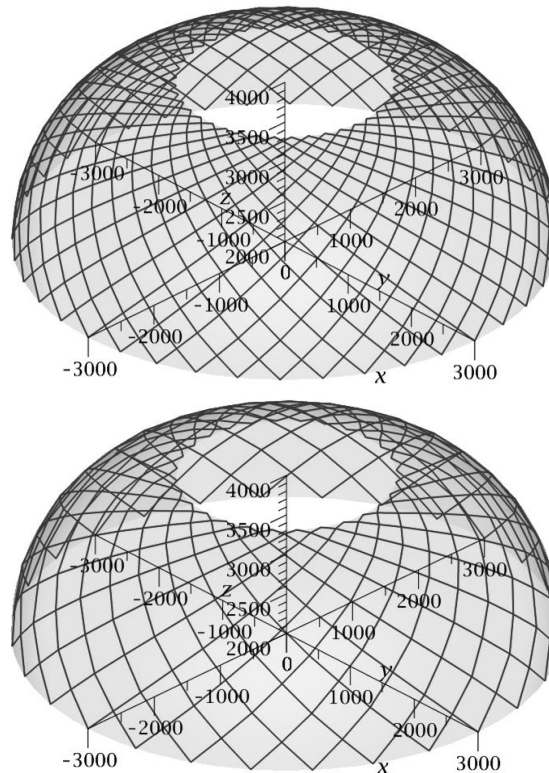


Рис 2. Параметричні комп'ютерні варіанти паркетування купола

На рис. 2 для першого зображення $Ne=40$, а для другого – $Ne=28$. Аналогічним чином виконується паркетування й інших схожих куполів. Дещо більш складний спосіб пропонується в публікації [12], але його використання обмежується тільки сферами. Розглянемо далі паркетування зазначеної вище гранчастої поверхні купола. Оскільки вона розгортається, то вказаний процес здійснюється на площині. Створення належної розгортки кожної з восьми граней докладно викладено у статті [11]. Відповідний результат показано на рис. 3.

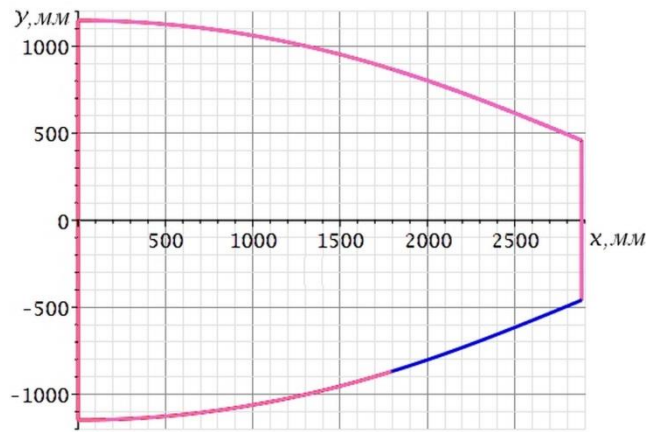


Рис 3. Розгортка поверхні грані купола

Приділимо деяку увагу точності аналітичного опису цієї розгортки. Уздовж осі x її довжина $L=2882,99$ мм, половина лівої сторони $b_n=1148,0503$ мм, а половина правої – $b_g=459,22012$ мм. Подання верхньої дуги у вигляді полінома третього степеня

$$a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 5977,68714797123 \cdot 10^{-12} \cdot x^3 - 1059,08169852968 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 + 1626,36187251985 \cdot 10^{-5} \cdot x + 1145,37925 \quad (2)$$

реалізує похибку, наведену на лівому зображенні рис. 4.

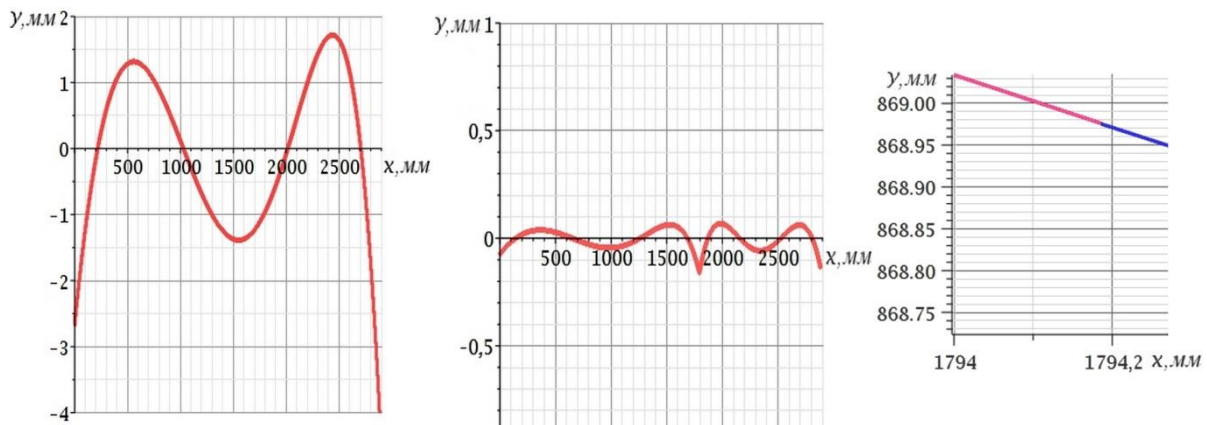


Рис 4. Похибки апроксимації розгортки

Застосування замість однієї кривої (2) двох вигляду

$$a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 6240,38989233472 \cdot 10^{-14} \cdot x^3 - 8714,86554369829 \cdot 10^{-8} \cdot x^2 + 657055335339329 \cdot 10^{-7} \cdot x + 1147.97737;$$

$$a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 2515,59348963134 \cdot 10^{-11} \cdot x^3 - 2271,2017199947 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 + 2656,32001729777 \cdot 10^{-4} \cdot x + 978,2132; \quad (3)$$

уявлення про які, з урахуванням симетричності розгортки відносно осі x , надає нижня частина рис. 3, реалізує показані на середньому зображенні рис. 4 відхилення. При цьому праве зображення вказаного рисунка

ілюструє характер поєднання кривих (3). Належна абсциса $x=1794,185924$ мм, а ординати $y_1=868,97616$ мм, $y_2=868,97551$ мм. Тобто різниця дорівнює $0,00065$ мм. Для $x=0$ мм та $x=L=2882,99$ мм маємо $y=1147,97737$ мм та $y=459,08406$ мм. Похибка становить відповідно $0,073$ мм і $0,136$ мм. З метою виключення цього в комп'ютерній програмі на додаток до формул (3) можна використати логічну функцію, яка для вказаних кінцевих абсцис повертає точні величини b_n та b_v .

Тепер перейдемо до конкретних варіантів паркетування докладно проаналізованої розгортки, див. рис. 5. Перші два зображення традиційні, полягають у застосуванні однакових прямокутників усіляких розмірів, а третє – ромбів. Четверте є спрощеним випадком за рахунок зменшення числа компонентів. П'яте та шосте дещо ускладнені через наявність різних елементів.

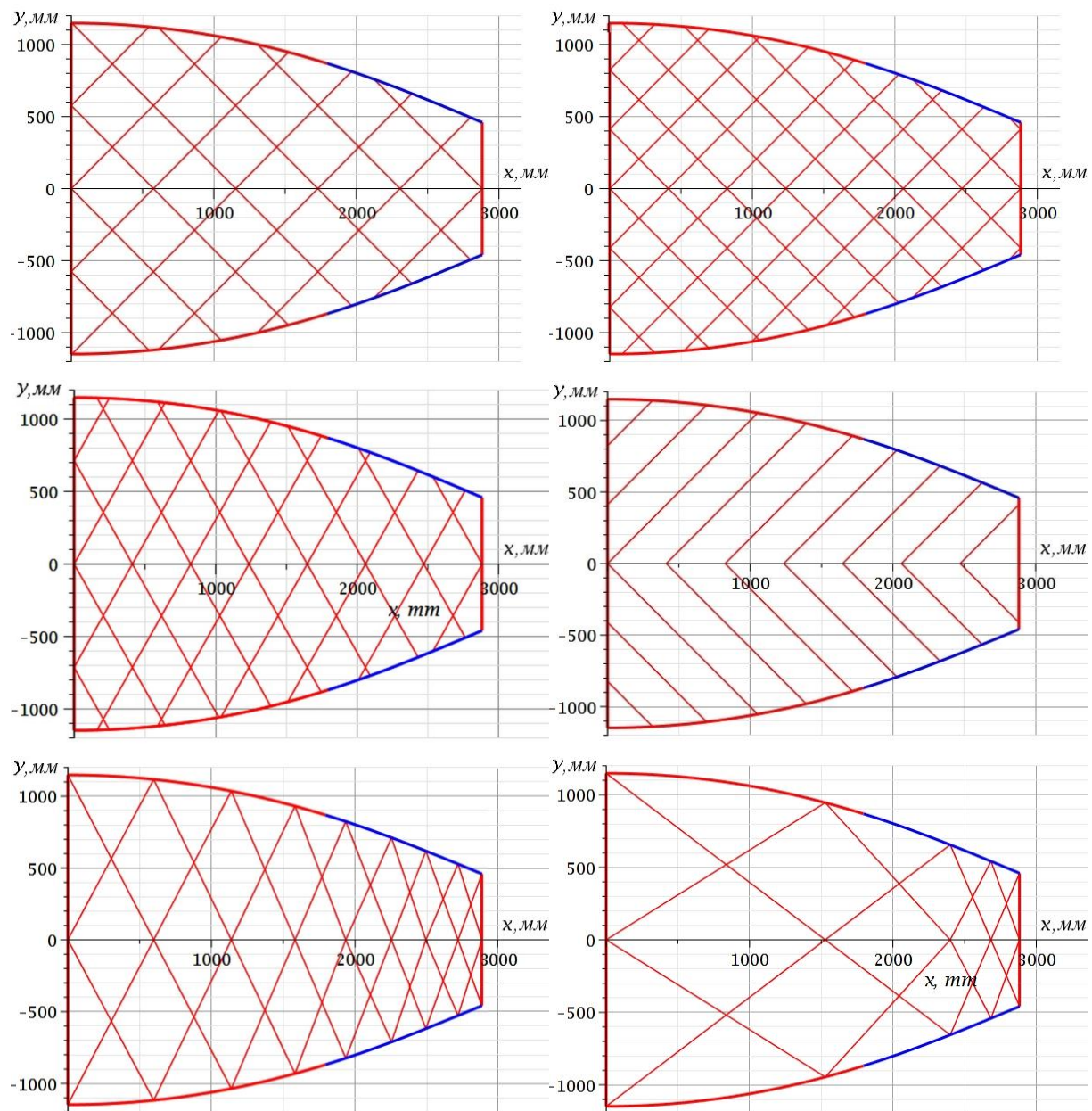


Рис 5. Деякі різновиди паркетування розгортки грані купола

Остання схема полягає в тому, що довжина L розгортки поділяється на кілька довільних блоків, кожен з яких включає діагональні прямі лінії та вписаний чотирикутник. Для двох крайніх зображень маємо відповідно 4 та 2 такі блоки. У першому випадку координати їхніх правих кінців уздовж осі x є сумами належних членів геометричної прогресії зі знаменником 0,7, а у другому – довжина першого блоку дорівнює 2400 мм.

При згинанні розгорток прямі лінії паркетування купола перетворюються в геодезичні криві, які будуються обчислювальними методами. Комп'ютерні засоби дозволяють наочно оцінити отримані результати, див. рис. 6 для двох останніх розгорток, завдяки наявному динамічному позиціонуванню у просторі зазначених об'єктів.

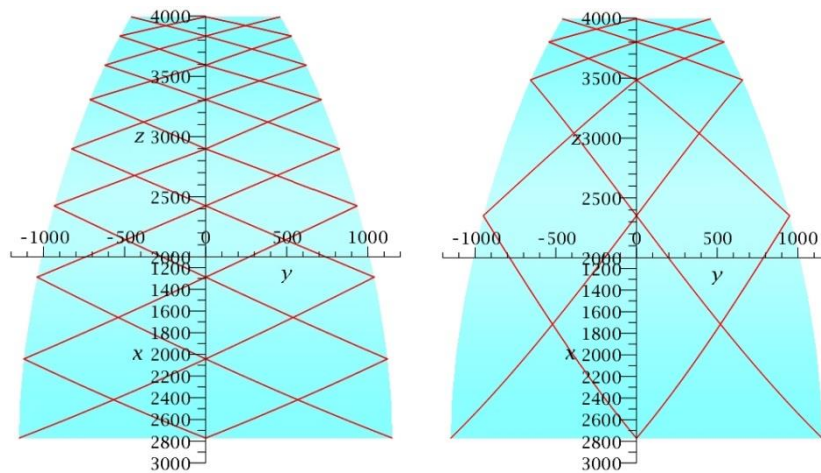


Рис 6. Види на проєктовані грані купола

Через обмежений обсяг статті на цьому завершимо виклад матеріалу з обраної тематики.

Висновки й перспективи досліджень. Наведені вище відомості засвідчують досягнення поставленої мети стосовно опису запропонованих нових способів, прийомів та алгоритмів автоматизованого варіантного паркетування поверхонь куполів культових будівель на засадах структурно-параметричного підходу. Перспективами проведення подальших наукових досліджень з розглянутої тематики щодо застосування геометричного моделювання для архітектурного формоутворення під час проєктування нових і реконструкції та реставрації зруйнованих сакральних об'єктів може слугувати напрямок побудови відповідних комп'ютерних твердотільних конструкцій у середовищі сучасних BIM-технологій.

Література

1. Куцевич, В.В. Канонічна структура побудови православних храмів. *Українська академія мистецтва*. 2021. Вип. 30. С. 5–13.
2. Слєпцов, О. С. Архітектурне проектування і реконструкція православних храмів. Київ: А+С, 2014. 272 с.

3. Жовква, О. І. Символічний зміст сакральних об'єктів світових релігій. *Вісник Національної академії керівних кадрів культури і мистецтв*. 2020. № 1. С. 31–34.
4. Vitasek, S. The use of the BIM method for sustainable care of historic buildings: Methodological framework. *SHS Web of Conferences*. 2022. Vol. 132, 01023. DOI: 10.1051/shsconf/202213201023.
5. Penjor, T., Banihashemi, S., Hajirasouli, A., Golzad, H. Heritage building information modeling (HBIM) for heritage conservation: framework of challenges, gaps, and existing limitations of HBIM. *Digital Applications in Archaeology and Cultural Heritage*. 2024. Vol. 35, e00366. DOI: 10.1016/j.daach.2024.e00366.
6. Терещук, М. О. Структурно-параметричний спосіб формоутворення куполів православних храмів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2022. Вип. 103. С. 201–208. DOI: 10.32347/0131-579x.2022.103.201-208.
7. Терещук, М. О. Структурно-параметричні геометричні моделі поверхонь куполів православних храмів. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2022. Вип. 5.1. С. 95–100. DOI: 10.32782/mathematical-modelling/2022-5-1-12.
8. Вірченко, Г. А., Мартинов, В. Л., Терещук, М. О. До питання архітектурного формоутворення православних храмів Чернігівщини. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2023. Вип. 105. С. 53–61. DOI: 10.32347/0131-579x.2023.105.53-61.
9. Терещук, М. О. Деякі аспекти застосування геометричного моделювання для збереження та відновлення архітектурної спадщини України. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2024. Вип. 107. С. 162–171. DOI: 10.32347/0131-579X.2024.107.162-171.
10. Використання технології heritage building information Modelling у підготовці фахівців для роботи з пам'ятками Архітектури / Л. С. Іванова, С. І. Ботвіновська, О. В. Левченко, Р. О. Косаревська. *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2025. Том 106, № 2. С. 35-57. DOI: 10.33407/itlt.v106i2.5896. URL: <https://surl.lu/yzhswa>.
11. Вірченко, Г. А., Терещук, М. О. Деякі аспекти застосування геометричних моделей для проєктування куполів православних храмів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2024. Вип. 106. С. 57–66. DOI: 10.32347/0131-579x.2024.106.57-66.
12. Пилипака, С. Ф., Несвідомін, А. В. Паркетування сфери плоскими елементами квадратної форми. У: *Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання»*. Київ: НУБіП, 2023. С. 6–8.

References

1. Kutsevych, V. (2021). Kanonichna struktura pobudovy pravoslavnykh khramiv. *Ukrainska akademiia mystetstva*, 30, 5–13. [in Ukrainian]

2. *Slieptsov, O. S.* (2014). *Arkhitekturne proektuvannia i rekonstruktsiia pravoslavnykh khramiv*. Kyiv: A+S. [in Ukrainian]
3. *Zhovkva, O. I.* (2020). Symvolichnyi zmist sakralnykh ob'ektiv svitovykh rehlii. *Visnyk Natsionalnoi akademii kerivnykh kadrov kultury i mystetstv*, (1), 31–34. [in Ukrainian]
4. *Vitasek, S.* (2022). The use of the BIM method for sustainable care of historic buildings: Methodological framework. *SHS Web of Conferences*, 132, 01023. DOI: 10.1051/shsconf/202213201023 [in English]
5. *Penjor, T., Banihashemi, S., Hajirasouli, A., & Golzad, H.* (2024). Heritage building information modeling (HBIM) for heritage conservation: framework of challenges, gaps, and existing limitations of HBIM. *Digital Applications in Archaeology and Cultural Heritage*, 35, e00366. DOI: 10.1016/j.daach.2024.e00366 [in English]
6. *Tereshchuk, M. O.* (2022). Strukturno-parametrychnyi sposib formoutvorennia kupoliv pravoslavnykh khramiv. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 103, 201–208. DOI: 10.32347/0131-579x.2022.103.201-208 [in Ukrainian]
7. *Tereshchuk, M. O.* (2022). Strukturno-parametrychni heometrychni modeli poverkhon kupoliv pravoslavnykh khramiv. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання*, 5(1), 95–100. DOI: 10.32782/mathematical-modelling/2022-5-1-12 [in Ukrainian]
8. *Virchenko, H. A., Martynov, V. L., & Tereshchuk, M. O.* (2023). Do pytannia arkhitekturnoho formoutvorennia pravoslavnykh khramiv Chernihivshchyny. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 105, 53–61. DOI: 10.32347/0131-579x.2023.105.53-61 [in Ukrainian]
9. *Tereshchuk, M. O.* (2024). Deiaki aspekty zastosuvannia heometrychnoho modeliuвання dlia zberezhennta ta vidnovlennia arkhitekturnoi spadshchyny Ukrainy. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 107, 162–171. DOI: 10.32347/0131-579X.2024.107.162-171 [in Ukrainian]
10. *Ivanova, L. S., Botvinovska, S. I., Levchenko, O. V., & Kosarevska, R. O.* (2025). Vykorystannia tekhnolohii heritage building information Modelling u pidhotovtsi fakhivtsiv dlia roboty z pamiatkamy Arkhitektury. *Informatsiini tekhnolohii i zasoby navchannia*, 106(2), 35-57. DOI: 10.33407/itlt.v106i2.5896. Retrieved from <https://surl.lu/yzhswa> [in Ukrainian]
11. *Virchenko, H. A., & Tereshchuk, M. O.* (2024). Deiaki aspekty zastosuvannia heometrychnykh modelei dlia proektuvannia kupoliv pravoslavnykh khramiv. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 106, 57–66. DOI: 10.32347/0131-579x.2024.106.57-66 [in Ukrainian]
12. *Pylypaka, S. F., & Nesvidomin, A. V.* (2023). Parketuvannia sfery ploskymy elementamy kvadratnoi formy. In *Zbirnyk tez dopovidei XVII Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Obukhivski chytannia»* (pp. 6–8). Kyiv: NUBiP. [in Ukrainian]

Doctor of Technical Sciences, Professor **Gennadii Virchenko**¹,
kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538

Doctor of Technical Sciences, Professor **Vitalii Ploskyi**²,
ploskyivo@ukr.net, ORCID: 0000-0002-2632-8085

Doctor of Philosophy **Mykola Tereschuk**²,
nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677

¹ National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

² Kyiv National University of Construction and Architecture

ON THE ISSUE OF DESIGN AND RESTORATION OF CULTURAL ARCHITECTURAL OBJECTS

The current historical period is quite difficult for our state, which is associated with the war, which brings grief and suffering, destroys and annihilates the infrastructure of cities and villages. Various religious buildings are no exception, in particular, Orthodox and Catholic temples, mosques, synagogues, etc. In this difficult time, more and more people are turning to the Almighty Powers for support, seeking to restore holy places, to build new religious architectural objects, such as chapels in cemeteries and hospitals, in military units and educational institutions, etc.

In many cases, domes are an integral part of religious buildings and have great symbolic significance for believers, as they represent the sky where the deities reside. When constructing sacred architectural objects, there are, on the one hand, certain canonical religious requirements, and on the other, there is usually a need to ensure the proper individuality of these buildings. The above facts determine the diversity of shapes, sizes, numbers and designs of domes of Orthodox Christian temples, the most common religious architectural objects in Ukraine.

In previous publications of the authors, automated variant design of domes using structural-parametric shaping methods was considered in order to improve the quality of these building structures and reduce the costs of their design, manufacture, and operation. The aspects of the effective application of computer geometric modeling to solve the problem of preserving and restoring of the architectural heritage of Ukraine are analyzed. This concerns the maximum coverage by one structural-parametric model of possible varieties of shapes and sizes of domes of Orthodox temples to define the optimal option according to specific circumstances. The necessary mathematical apparatus for calculating the geometric properties of designed domes (lengths of the generating and directing lines, the surface areas, the volumes bounded by them, etc.) is presented. The use of the presented approach in the environment of current progressive computer BIM (Building Information Modeling) technologies, taking into account existing religious architectural traditions, is proposed. This publication develops the presented topic by studying such an aesthetic element of dome design as the variant parquetry of their external surfaces. Prospects for further relevant scientific research are outlined.

Key words: architectural shaping; geometric modeling; religious buildings; domes; surface unfolding; BIM-technologies.