

СТІЙКІСТЬ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ПРЯМОКУТНОМУ ПЛАНІ, ЯКА СКЛАДАЄТЬСЯ З ДВОХ ПРЯМИХ ЛІНІЙ І ДВОХ ПІВКІВ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ

Бажання отримати оптимальну і економічну конструкцію приводить до створення нових оболонкових конструкцій на заданому контурі. В будівельній і прикладній механіки є намагання створювати конструкції зі зменшенням ваги за допомогою нових чисельних методів та методик. Питання стійкості таких тонкостінних просторових конструкцій знаходиться на важливому місці, а також важливе місце для визначення необхідної товщини оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі після проведення чисельного дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності.

Вивчення оболонок мінімальних поверхонь розглядається з урахуванням полів деформації та високим градієнтом напружень, чисельне дослідження таких оболонок пов'язана з великими технічними і математичними складнощами. Застосування класичної теорії оболонок для такого виду задач приводить до вирішення системи диференціальних рівнянь в частинних похідних високого порядку. Наявність сучасних розрахункового-графічних комплексів створюють гарні умови для вирішення таких задач із застосуванням чисельних методів.

Геометрично нелінійні називають задачі теорії пружності в яких враховується нелінійність в залежності від деформацій і переміщень, в той час як напруження і деформації пов'язані лінійно. Врахування нелінійних складових деформацій необхідно для розрахунку гнучких тонкостінних конструкцій.

У чисельному дослідженні стійкості за рахунок геометричної нелінійності вдалося зменшити товщину оболонки на 6% за рахунок врахування дійсних переміщень на кожному кроці перевірки стійкості. Це чисельне дослідження дає змогу в подальшому виконувати дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні з цільовими функціями вага і стійкість, при обмеженні коефіцієнта $\lambda=1.0$. Метод математичної оптимізації представлений у вигляді – метода градієнтного спуску. Цей метод дозволяє з легкістю знаходити екстремуми цільових функцій при багатокритеріальній параметричній оптимізації з урахуванням геометричної нелінійності.

У подальшому на базі цього чисельного дослідження можна проектувати дану просторову тонкостінну конструкцію яка може перекривати великі прольоти і бути ефективною та економічно доцільною для будівельних проектів. Ефективність методики дослідження стійкості просторових тонкостінних конструкцій підтверджується дослідженнями інших авторів.

Ключові слова: оболонка мінімальної поверхні, міцність оболонки, стійкість оболонки, геометрична нелінійність, термосилове навантаження, метод скінчених елементів, напруження по Мізесу, МСЕ, товщина оболонки мінімальної поверхні, метод градієнтного спуску.

Постановка проблеми. Тонкостінні оболонки мінімальних поверхонь широко використовуються в літакобудуванні та кораблебудування в якості для зберігання рідин і газів. Бажання отримати оптимальну і економічну конструкцію приводить до створення нових оболонкових конструкцій на заданому контурі. В будівельній і прикладній механіки є намагання створювати конструкції зі зменшенням ваги за допомогою нових чисельних методів та методик.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Питання стійкості таких тонкостінних просторових конструкцій знаходиться на важливому місці, а також важливе місце для визначення необхідної товщини оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі після проведення чисельного дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності [1].

Вивчення оболонок мінімальних поверхонь розглядається з урахуванням полів деформації та високим градієнтом напружень, чисельне дослідження таких оболонок пов'язана з великими технічними і математичними складнощами. Застосування класичної теорії оболонок для такого виду задач приводить до вирішення системи диференціальних рівнянь в частинних похідних високого порядку. Наявність сучасних розрахункового-графічних комплексів створюють гарні умови для вирішення таких задач із застосуванням чисельних методів. В останній час з розвитком сучасних розрахункових комплексів стали швидко розвиватися задачі параметричної та топологічної оптимізації просторових конструкцій, а також оптимізація їх форми. Перед оптимальним проектуванням необхідно визначити початкову точки оболонки мінімальної поверхні де будуть виконуватися всі міцнісні умови – в тому числі і стійкість просторової тонкостінної конструкції [2].

Велику роль під час дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності грає роль концентрація напружень, дослідження яких має під собою окремо проблему в будівельній і прикладній механіки. При дослідженні стійкості один із розповсюджених методів рішення нелінійних рівнянь є метод Ньютона-Канторовича. Велике значення для

застосування ітераційного процесу має проблема вибору початкового наближення, яка забезпечує збіжність даного методу. Відсутність достатньо зручних для практичного використання критерій вибору початкового наближення визивають труднощі, які пов'язані зі збільшенням об'єму обчислень. Відмічена складність зменшується за рахунок методу продовження по параметру, який був запропонований в роботі Д.Ф. Давиденко [3].

Основна частина. У теорії тонкостінних просторових оболонок мінімальних поверхонь. Рішення неklasичної теорії оболонок є можливим, якщо для серединної поверхні оболонки мінімальної поверхні вирішити відповідну задачу параметризації, а саме задачу підбору відповідної координатної поверхні і задання рівняння серединної поверхні у вигляді, який визначає координатні лінії даної поверхні, базисні вектори.

Застосування крокового процесу дозволяє вирішити систему нелінійних диференціальних рівнянь теорії тонких оболонок звести до розгляду системи лінеаризованих рівнянь з частинними похідними. Виконавши інтегрування цих рівнянь стійкості в замкнутому вигляді можливо лиш в простих випадках одномірних задач, коли рівняння мають постійні коефіцієнти.

Використовуючи метод скінченних елементів для чисельного дослідження стійкості оболонок мінімальних поверхонь. При побудові скінчено-елементної моделі, вона зводиться до алгебраїчних рівнянь, а похідну Фреше – до матриці Якобі. Приєднуючи до алгебраїчній системі рівняння граничні умови, до відповідних частин оболонки мінімальної поверхні, отримаємо загальну систему вирішуючих рівнянь. Вирішуючи цю систему одним із відомих методів, вираховуємо значення переміщень, напружень, коефіцієнта λ в усіх вузлах оболонки мінімальної поверхні для заданих її силових і геометричних параметрів. Граничне значення навантаження відповідає нульовому значенню Якобіану, яке характеризує критичний стан оболонки [4].

Застосування для дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні геометричну нелінійність обумовлює необхідністю визначення дійсних деформацій при втраті стійкості та міцності. Покрокове контролювання розрахункової моделі оболонки мінімальної поверхні при дослідженні багатокритеріальної параметричної оптимізації. Визначення дійсних значень за рахунок геометричної нелінійності допомагає вирішити задачу оптимального проектування з великою точністю, а також допомагає додатково зменшити вагу оболонки мінімальної поверхні.

Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні з урахуванням геометричної нелінійності необхідне для врегулювання питання початкової стійкості до оптимального проектування з цільовими функціями вага і енергія деформації λ . Цікавість такої задачі супроводжуються основними розрахунками конструкції за двома граничними станами згідно будівельних норм України.

Метод математичної оптимізації представлений у вигляді – метода градієнтного спуску. Цей метод дозволяє з легкістю знаходити екстремуми цільових функцій при багатокритеріальній параметричній оптимізації з урахуванням геометричної нелінійності.

Дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні проводиться з урахуванням термосилових навантажень, які зібрані в комбінацію з певними коефіцієнтами запасу, які регламентують будівельні норми України [5].

Теоретичні відомості розрахунку стійкості тонких оболонок з урахуванням геометричної нелінійності. Важливе питання проблем будівельної і прикладної механіки становлять **задачі геометричної нелінійності**. Нелінійність диференціальних рівнянь не допомагає застосовувати аналітичні підходи, що обумовлює необхідність використання чисельних методів таких як метод скінченних елементів (МСЕ). Для даних задач метод скінчених елементів досліджений в задачах ізотропних тіл [6].

Геометрично нелінійні задачі використовують в основному для формулювання задач стійкості конструкції. В більшості випадків проблему стійкості вдається вирішити, якщо звести її до лінійної постановки при власних коливаннях.

Геометрично нелінійні називають задачі теорії пружності в яких враховується нелінійність в залежності від деформацій і переміщень, в той час як напруження і деформації пов'язані лінійно. Врахування нелінійних складових деформацій необхідно для розрахунку гнучких тонкостінних конструкцій [7].

Деформації тіла представлені:

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}. \quad (1.1)$$

які пов'язані з переміщеннями наступним чином:

$$\bar{\varepsilon} = R\vec{u}, \quad \tilde{\gamma}_{ij} = 2\tilde{\varepsilon}_{ij}. \quad (1.2)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial \vec{u}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_j}. \quad (1.3)$$

При дії об'ємних сил $\vec{F}$ і розповсюджених по поверхні тіла S_2 зусиль $\vec{p}^*$ в тілі виникають напруження $\sigma^T = \{\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}\}$, які пов'язані з деформаціями пружного тіла узагальненим законом Гука:

$$\sigma = D\varepsilon = D\bar{\varepsilon} + D\tilde{\varepsilon}. \quad (1.4)$$

Потенційне енергія тіла включає роботу зовнішніх сил і енергію деформації:

$$\begin{aligned}\Pi_L(\vec{u}) &= \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \varepsilon dV - \int_V \vec{u}^T \vec{F} dV - \int_{S_2} \vec{u} \vec{p}^* dS = \\ &= \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \bar{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \tilde{\varepsilon} dV - \int_V \vec{u}^T \vec{F} dV - \int_{S_2} \vec{u} \vec{p}^* dS.\end{aligned}\quad (1.5)$$

Згідно варіаційного принципу Лагранжа серед всіх допустимих переміщень тіла, які реалізовані і які приводять потенційну енергію (1.5) до мінімального значення [8-9].

Розіб'ємо тіло на множену скінченних елементів і розглянемо один із них об'ємом V . Переміщення, деформації і напруження будемо апроксимувати наступним чином:

$$\begin{aligned}\vec{u} &= N_1 \vec{u}_1 + \dots + N_m \vec{u}_m = N\{u\}, \\ \bar{\varepsilon} &= R\vec{u} = B_1 \vec{u}_1 + \dots + B_m \vec{u}_m = B\{u\}, \\ \tilde{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{2} \{u\}^T \frac{\partial N^T}{\partial x_i} \frac{\partial N}{\partial x_j} \{u\} = \frac{1}{2} \{u\}^T G_{ij} \{u\}, \\ \sigma &= D(B_1 u_1 + \dots + B_m u_m + \tilde{\varepsilon}) = D(B\{u\} + \tilde{\varepsilon})\end{aligned}\quad (1.6)$$

де N_j – Базисні функції скінченного елемента $\vec{u}_i$ – вектора вузлових переміщень i -го вузла N ($3 \times 3m$), B ($6 \times 3m$) – матриці базисних функцій і деформацій G_{ij} ($3m \times 3m$) – матриці нелінійних деформацій, конкретні вирази для яких будуть приведені нижче. Після постановки останніх виразів функціонал (1.5) перетворюється у функцію вузлових переміщень, який має наступний вигляд [10]:

$$\begin{aligned}\Pi_L(\{u\}) &= \frac{1}{2} \{u\}^T \int_V B^T D B dV \{u\} + \{u\}^T \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \\ &+ \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dV - \{u\}^T \int_V N^T \vec{F} dV - \{u\}^T \int_{S_s} N^T \vec{p}^* dS =\end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}\{u\}^T K \{u\} - \{u\}^T \{Q\} + \{u\}^T \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dV. \quad (1.7)$$

де K ($3m \times 3m$) – матриця жорсткості скінченного елемента; $\{Q\}$ ($3m \times 1$) – вектор вузлових навантажень. Вирішуючи рівняння для одного скінченного елемента визначається з умов мінімуму цієї функції, яке приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\frac{\partial \Pi_L}{\partial \{u\}} = K \{u\} - \{Q\} + \{\tilde{Q}(\{u\})\} = 0. \quad (1.8)$$

Вектор додаткових вузлових сил $\tilde{Q}$, обумовлений врахуванням нелінійних деформацій і нелінійно залежних від вузлових переміщень, має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \{\tilde{Q}(\{u\})\} &= \frac{\partial}{\partial \{u\}} \left(\{u\}^T \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dV \right) = \\ &= \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \int_V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^T}{\partial \{u\}} D B dV \{u\} + \int_V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^T}{\partial \{u\}} D \tilde{\varepsilon} dV. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Об'єднання системи рівнянь (1.8) для множини скінчених елементів приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь для повної скінчено-елементної моделі тіла:

$$[K][U] = [Q] - [\tilde{Q}([U])]. \quad (1.10)$$

Для вирішення цієї нелінійної системи можна використати метод послідовного завантаження, який зводиться до наступного алгоритму [11-12].

Крок 1. Будується матриця жорсткості K і вектор вузлових сил Q . Враховуємо, що $i=0$, $\tilde{Q} = 0$ із вирішення лінійної системи знаходимо вузлові переміщення U_0 .

Крок 2. $i=i+1$. На i -й ітерації використовуючи (1.10), враховуємо $\tilde{Q}_i$ і його суму з Q : $P_i = \tilde{Q}_i + Q$.

Крок 3. Вирішується система лінійних рівнянь

$$KU_i = P_i. \quad (1.11)$$

Крок 4. Перевірка умови збіжності ітераційного процесу де ε – мале число та U_i – максимальний по модулю вектор. Якщо збіжність не

досягнута, то остання умова не виконується, то виконується перехід до кроку 2, в противному випадку до кроку 5.

Крок 5. Виконується обчислення деформацій і напружень кожного скінченного елемента на основі вектора U_i , який є наближеним вирішенням нелінійної системи (1.10).

В загальному підсумку, вирішення нелінійної системи зводиться до вирішенню послідовності лінійних систем. Відмітимо, що при послідовних ітераціях змінюється лише права частина системи рівнянь, що дозволяє факторизувати матрицю жорсткості тільки один раз [13-14]. **Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на прямокутному плані, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл з урахуванням геометричної нелінійності.** Дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності відбувається у програмному комплексі Femap with Nastran за рахунок ітераційного завантаження. На рис 1.1 зображена скінчено-елементна модель. Скінченні елементи **plate** – 1920 шт. Вузлів 2009 – штук. З'єднання з диском землі – жорстке заземлення. Матеріал сталь С275. Товщина оболонки 23 мм.

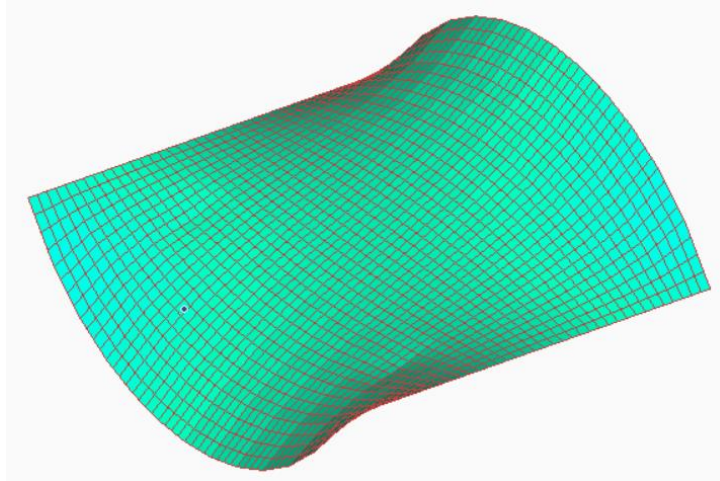


Рис 1.1. Скінчено-елементна модель

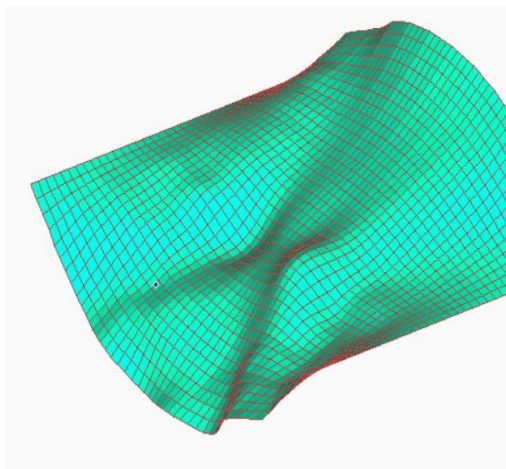


Рис. 1.2 Перша форма втрата стійкості.
Eigenvalue 1 -1.08138

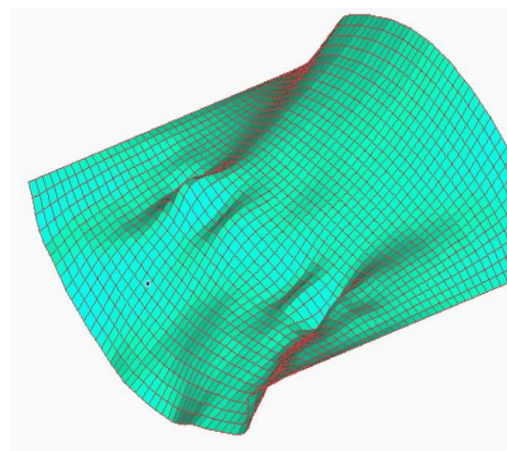


Рис. 1.7 Шоста форма втрата стійкості.
Eigenvalue 6 -1.413769

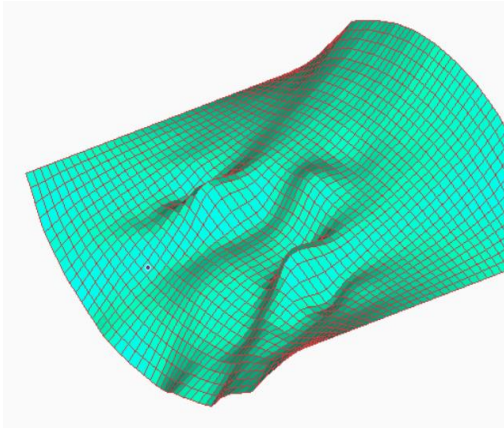


Рис. 1.3 Друга форма втрата стійкості.
Eigenvalue 2 -1.202896

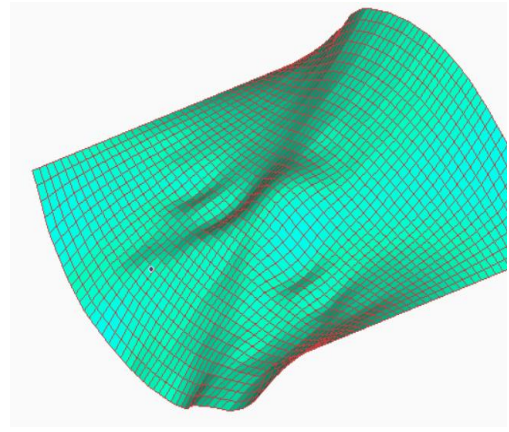


Рис. 1.8 Сьома форма втрата стійкості.
Eigenvalue 7 -1.446476

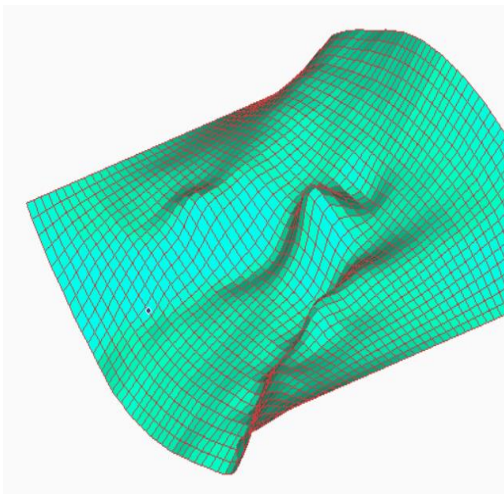


Рис. 1.4 Третя форма втрата стійкості.
Eigenvalue 3 -1.220143

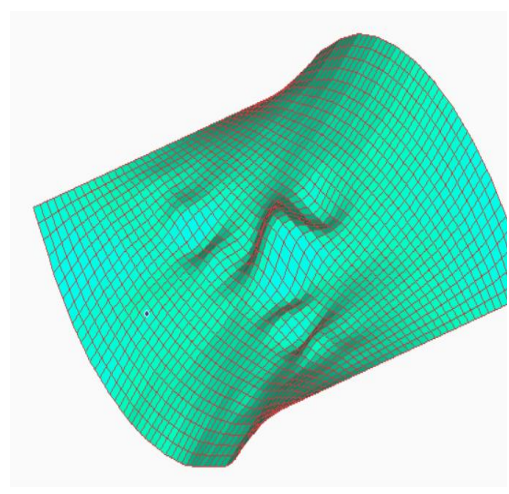


Рис. 1.9 Восьма форма втрата стійкості.
Eigenvalue 8 -1.458058

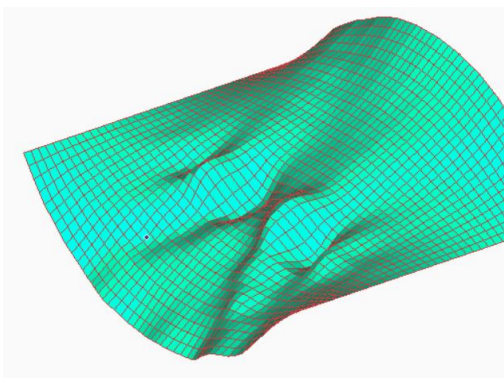


Рис. 1.5 Четверта форма втрата стійкості.
Eigenvalue 4 -1.279244

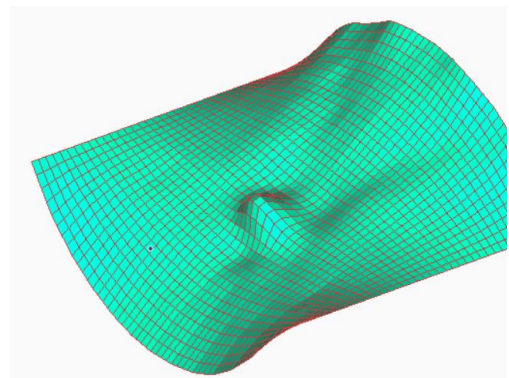


Рис. 1.10 Дев'ята форма втрата стійкості.
Eigenvalue 9 1.47852

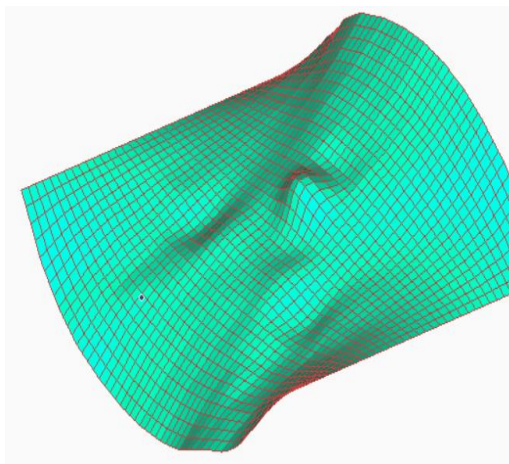


Рис. 1.6 П'ята форма втрата стійкості.
Eigenvalue 5 -1.28918

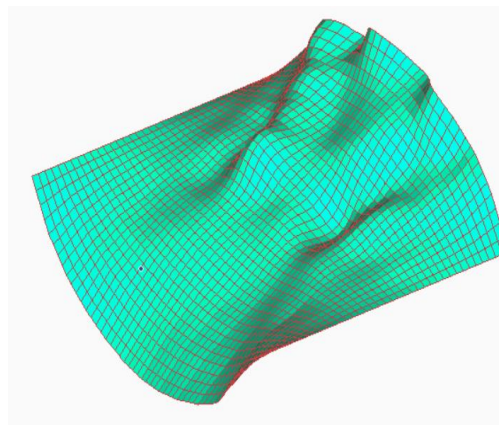


Рис. 1.11 Десята форма втрата стійкості.
Eigenvalue 10 1.558378

Результати дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл з урахуванням геометричної нелінійності. Було проведено чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні з урахуванням геометричної нелінійності за допомогою методу скінченних елементів. Було знайдено 10 форм втрати стійкості рис 1.2-1.11 на яких відображається енергія деформації **Eigenvalue** за значеннями від 1.08 до 1.56. При товщині оболонки мінімальної поверхні 23 мм стійкість достатня.

В чисельному дослідженні стійкості за рахунок геометричної нелінійності вдалося зменшити товщину оболонки на 6% за рахунок врахування дійсних переміщень на кожному кроці перевірки стійкості. Це чисельне дослідження дає змогу в подальшому виконувати дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні з цільовими функціями вага і стійкість, при обмеженні коефіцієнта $\lambda=1.0$.

Зовнішнє навантаженням задавалося комбінацією термосиловими зусиллями з певними коефіцієнтами запасу згідно будівельних норм України. Це прикладне дослідження є важливо для будівельної і прикладної механіки, яке дозволяє зробити підґрунтя для подальших досліджень.

В подальшому на базі цього чисельного дослідження можна проектувати дану просторову тонкостінну конструкцію яка може перекривати великі прольоти і бути ефективною та економічно доцільною для будівельних проектів. Ефективність методики дослідження стійкості просторових тонкостінних конструкцій підтверджується дослідженнями інших авторів.

Література

1. Герасимов, Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. Донецк: Вища шк. Главное Изд-во Киев, 1985. 134 с.
2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Москва : Мир, 1985. 509 с.
3. Ігнатишин М. І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. Мукачево: РВВ МДУ, 2017. 172 с.
4. Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливань оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні / *Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка»*. Київ : КНУБА, 2022, Випуск 102. С. 67 – 83.
5. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Жупаненко І.В. Параметрична оптимізація вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні / *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2022. № 50 (1). С. 22–34.
6. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні / *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. Київ : КНУБА, 2022. Вип. 109. С. 50-65
7. Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Параметрична оптимізація вимушених частот коливання двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні при термосиловому навантаженні / *Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка»*. Київ : КНУБА, 2022, Випуск 103. С. 67 – 81.
8. Кошевий О.О. Оптимізація проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття / *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. Київ : КНУБА, 2019. Вип. 103. С. 253-265.
9. Кошевий О.О. Оптимізація сталюого звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання / *Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник*. Київ : КНУБА. 2018. Вип.3. С.34 – 50.
10. Кошевий О.О., Кошева І.С. Багатокритеріальна параметрична оптимізації в парі цільових функцій: вага і переміщення оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні / *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2022. № 49 (1). С. 66-78.
11. Кошевий О.П. Кошевий О.О. Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями /

Містобудування та територіальне планування. Київ : КНУБА, 2015. Вип. 55. С. 215-227.

12. Кошевий О.П. Кошевий О.О. Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі / *Містобудування та територіальне планування*. Київ : КНУБА, 2016. Вип. 59. С. 234-244

13. Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні / *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. Київ : КНУБА, 2022. Вип. 108. С. 309–324.

14. Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. Москва : Наука, 2006. 544 с.

References

1. Herasymov, E.N., Pochtman YU.M., Skalozub V.V. Mnohokryteryal'naya optymizatsiia konstruktivnykh (Multicriteria optimization of structures). Donetsk: Vyshcha shk. Hlavnoe Yzd-vo, Kyev, 1985. 134 s.

2. Hyll F., Myurrey U., Rayt M. Praktycheskaya optymizatsiia (Practical optimization). Moscow : Myr, 1985. 509 s.

3. Ihnatyshyn M. I. Mekhaniko-matematychne modelyuvannya elementiv mostovykh konstruktiv (opora, balka, plyta) / *Mechanical and mathematical modeling of elements of bridge structures* (support, beam, slab): monohrafiya. Mukachevo : RVV MDU, 2017. 172 s.

4. Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O. Chysalne doslidzhennia parametrychnoi optymizatsii vymushenykh chastot kolyvan obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni (Numerical study of the parametric optimization of the forced frequency of oscillations of the minimum surface shell on the square contour under thermal load) / *Interdepartmantal scientific and technical collection "Applied geometry and engineering graphics"*. Kyiv : KNUBA, 2022, Issue 102. P. 67-83.

5. Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O., Zhupanenko I.P. Parametrychna optymizatsiia vymushenykh chastot kolyvannya obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Parametric optimization of frequency oscillation minimum surface shell on a rectangular contour under thermal load) / *Ways to increase the efficiency of construction in the conditions in the formation of market relations*. 2022 No. 50(1). P. 22-34.

6. Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O., Kosheviy O.P. Chyselna realizatsiia bahatokryterialnoi parametrychnoi optymizatsii obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermforce loading) / *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv : KNUBA, 2021. Issue 108. P. 309–324.

7. *Ivanchenko G.M., Kosheviy O.O.* Parametrychna optymizatsiia vymushenykh chastot kolyvannia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Parametric optimization of forced frequencies of oscillation of a double-connected coned shell of minimum surface under thermal loading) / *Interdepartmental scientific and technical collection "Applied geometry and engineering graphics"*. Kyiv : KNUBA, 2022. Issue 103-P. 67-81.
8. *Kosheviy O.O.* Optymalne proektuvannia tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkami pokryttia. (Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells) / *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv : KNUBA, 2019. Issue 103. P. 253–265.
9. *Kosheviy O.O.* Optymizatsiya stal'noho zvarenoho rezervuaru pry obmezheni: napruzhen', peremishchen', vlasnykh chastot kolyvannia. (Optimization of steel welded tank with limitation: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations) / *Budivel'ni konstruktsiyi. Teoriya i praktyka: nauk.-tekhn. zbirnyk*. Kyiv : KNUBA. 2018. Vyp.3. S.34 – 50.
10. *Kosheviy O.O., Kosheva I.S.* Bahatokryterialna parametrychna optymizatsii v pari tsilovykh funktsii: vaha i peremishchennia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni. (Multicriterial parametric optimization in a pair of target functions: weight and movement of the shell minimum surface on the straight) / *Ways to increase the efficiency of construction in the conditions in the formation of market relations*. 2022. No. 49(1). P. 66-78.
11. *Kosheviy O.P., Kosheviy O.O.* Chysel'ne doslidzhennia vlasnykh kolyvan' roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimal'nymy poverkhnyamy. (Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces) / *Mistobuduvannia ta terytorial'ne planuvannia*, Kyiv, KNUBA, 2015. Vyp. 55. s. 215-227.
12. *Kosheviy O.P., Kosheviy O.O.* Vlasni kolyvannia obolonok minimal'nykh poverkhon' na kruhlomu ta kvadratnomu konturi. (Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour) / *Mistobuduvannia ta terytorial'ne planuvannia*. Kyiv, KNUBA, 2016. Vyp. 59. s. 234-244
13. *Kosheviy O.O., Kosheviy O.P., Grigoryeva L.O.* Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under the rmalloading. (Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under the rmalloading) / *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles*. Kyiv : KNUBA, 2021. Issue 108. P. 309–324.
14. *Kryvoshapko S.V., Yvanov V.N., Khalaby S.M.* Analytycheskye poverkhnosty: materyaly po heometryy 500 poverkhnostey y ynformatsyya k raschetu na prochnost' tonkykh obolochek. (Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells). Moscow : Nauka, 2006. 544 s.

Ph.D., assistant Professor **Kosheviy O.O.**,
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1903-2905
Kyiv National University of Construction and Architecture» (KNUCA)

STABILITY OF A SHELL WITH A MINIMUM SURFACE ON A RECTANGULAR PLAN CONSISTING OF TWO STRAIGHT LINES AND TWO SEMI-CIRCLES UNDER THERMAL AND POWER LOADING, TAKING INTO ACCOUNT GEOMETRIC NONLINEARITY

The desire to obtain an optimal and economical structure leads to the creation of new shell structures on a given contour. In structural and applied mechanics, there is an effort to create structures with reduced weight using new numerical methods and techniques. The issue of stability of such thin-walled spatial structures is of great importance, and it is also important to determine the required thickness of the minimum surface shell on a rectangular contour after performing a numerical stability study taking into account geometric nonlinearity.

The study of shells of minimal surfaces is considered taking into account deformation fields and high stress gradients; the numerical study of such shells is associated with great technical and mathematical difficulties. The application of classical shell theory for this type of problem leads to the solution of a system of high-order partial differential equations. The availability of modern computational and graphical complexes creates good conditions for solving such problems using numerical methods.

Geometrically nonlinear problems are problems of elasticity theory in which nonlinearity in the dependence of strains and displacements is taken into account, while stresses and strains are related linearly. Taking into account nonlinear components of deformations is necessary for the calculation of flexible thin-walled structures.

In the numerical study of stability, due to geometric nonlinearity, it was possible to reduce the shell thickness by 6% by taking into account the actual displacements at each step of the stability check. This numerical study makes it possible to further perform a multi-criteria parametric optimization study of the minimum surface shell with the target functions of weight and stability, with the limitation of the coefficient $\lambda = 1.0$. The method of mathematical optimization is presented in the form of the gradient descent method. This method makes it easy to find the extremes of the objective functions in multicriteria parametric optimization with regard to geometric nonlinearity.

In the future, on the basis of this numerical study, it is possible to design this spatial thin-walled structure that can span large spans and be effective and economically feasible for construction projects. The effectiveness of the methodology for studying the stability of spatial thin-walled structures is confirmed by the research of other authors.

Keywords: *minimal surface shell, shell strength, shell stability, geometric nonlinearity, thermal and power loading, finite element method, Mises stress, FE, minimal surface shell thickness, gradient descent method.*