

д.т.н., професор **Вірченко Г. А.**¹,
kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538

д.т.н., професор **Плоский В. О.**²,
ploskyivo@ukr.net, ORCID: 0000-0002-2632-8085

к.т.н. **Терещук М. О.**²,
nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677

¹Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
²Київський національний університет будівництва і архітектури

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНЕ АРХІТЕКТУРНЕ ФОРМОУТВОРЕННЯ МЕТАЛЕВИХ КУПОЛІВ ПРАВОСЛАВНИХ КАПЛИЦЬ

Нинішній етап розвитку України характеризується складними обставинами, що пов'язані з тривалими воєнними діями на її території. Це спричиняє значні руйнування міст і сіл, загибель та каліцтва багатьох людей. У такі скрутні часи все чисельнішими стають звертання за допомогою до всевишніх сил. Через обмежені фінансові спроможності наших громадян, серед яких більшість православні християни, зведення нових храмів тепер є проблематичним. В окреслених умовах достатньо поширене спорудження каплиць, тобто невеликих молитовних приміщень без вітара. Зазначені об'єкти зазвичай розташовуються в місцях визначних подій і паломництва, розміщення майбутніх храмів, на в'їзді до населених пунктів, біля цілющих джерел, у лікарнях, військових частинах, громадських, освітніх та виправних закладах, на кладовищах і т.інш.

Для християнських релігійних будівель, з одного боку, існують певні канонічні вимоги стосовно їхньої архітектури, яких необхідно суворо дотримуватися, а з іншого, бажано щоб кожна з них мала свою яскраву індивідуальність. Успішному вирішенню акцентованого протиріччя суттєво сприяє широке застосування варіантного формоутворення вказаних об'єктів. Головну сакральну складову православних каплиць становлять куполи, що уособлюють собою небесну святість. Зараз популярним конструкційним матеріалом для їх виготовлення є метал завдяки своїм високим технологічним, експлуатаційним та економічним властивостям. Тому, як предмет для опрацювання в даній науковій статті, обрано саме такий різновид християнських куполів. Зауважимо, що при цьому основна мета виконуваного формоутворення полягає в забезпеченні потрібних базових геометричних параметрів і характеристик, а також належного естетичного сприйняття проєктованих куполів православних каплиць.

Такі важливі питання, як технологія виготовлення, розрахунки на міцність, особливості експлуатації, економічні показники тощо, можуть визначати завдання для подальших відповідних розвідок. Використовувана методологія комп'ютерного структурно-параметричного геометричного моделювання дозволяє ефективно здійснювати відповідну комплексну оптимізацію.

Ключові слова: архітектурне формоутворення; геометричне моделювання; православні каплиці; куполи; структурно-параметричний підхід.

Постановка проблеми. У теперішній важкий період існування нашої держави через воєнні дії на її території багато людей звертаються за підтримкою до всевишніх сил. Більшість населення України за своїм віросповіданням є православними християнами. Через обмежені матеріальні та фінансові спроможності громадяни зараз не в змозі реалізувати будівництво нових храмів. Тому поширеною стала практика зведення різноманітних каплиць (меморіальних, придорожніх, поминальних та ін.). Особливо популярними серед них є з металевими куполами, що обумовлено їхніми корисними властивостями. Наприклад, відносно невеликою вартістю, експлуатаційною довговічністю і т. інш.

Відомо, що зростання числа однакових виробів призводить до зменшення собівартості виготовлення, але, водночас, і до небажаної, у випадку сакральних будівель, повторюваності. Це становить певну проблему, яку пропонується вирішувати завдяки застосуванню інформаційних технологій структурно-параметричного геометричного моделювання. Їх перевага полягає у гнучкому та продуктивному генеруванні різноманітних варіантів промислової продукції, пристосованої для ефективного виробництва.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Праця [1] містить загальний опис українських каплиць, характеризує їхні типи та наявні особливості. Видання [2] викладає базові засади архітектурного проектування та реконструкції православних храмів. Статті [3, 4] присвячено структурно-параметричному геометричному моделюванню куполів із використанням векторних раціональних кривих другого степеня, аналітичному визначенню належних площ та об'ємів. У публікації [5] наведено інтегрований підхід до формоутворення православних храмів, що спирається на існуючі історичні релігійні традиції та сучасне новаторство, спрямований на подальше підвищення ефективності автоматизованого архітектурного проектування. У дослідженні [6] представлено побудову розгортки поверхонь гранчастих куполів, обчислення таких їхніх метричних характеристик, як довжини обмежуючих контурів і площі. Зазначене підвищує якість, зменшує собівартість виготовлення вказаних виробів. У праці [7] запропоновано способи, прийоми та алгоритми варіантного

облицювання поверхонь куполів сакральних будівель. Реалізована ними гнучкість і продуктивність суттєво покращують естетичну індивідуальність даних об'єктів.

Математичні засади сучасної комп'ютерної графіки подано у виданні [8]. Практичні приклади моделювання поверхонь куполів представлено у роботі [10]. Автор розглядає питання параметричної відповідності проектного завдання та вихідних даних під час моделювання дискретних каркасів купольних конструкцій із слуховими отворами. Представлено можливості використання узагальненого статико-геометричного методу С.Н. Ковальова для отримання дискретного каркасу купольної конструкції. У процесі моделювання куполів культових споруд використано конструктивний розподіл зовнішнього навантаження між вузлами дискретної сітки, що дозволило, запроєктувати віконні отвори в поверхні купола, залишивши традиційний образ споруди, шляхом збереження її геометричної форми.

Цілі та завдання статті полягають у викладенні методики структурно-параметричного архітектурного формоутворення металевих куполів православних каплиць для забезпечення високої їхньої естетичної індивідуальності при зменшенні витрат на виробництво.

Основна частина. Банне завершення (*БЗ*) православної каплиці містить барабан (*Б*), купол (*К*) та хрест (*Х*). З позицій структурно-параметричної методології отримуємо множину

$$БЗ = (Б, К, Х), \quad (1)$$

де кортежі проектних варіантів

$$Б = (Б_i)_{i=1}^{N_B}, \quad (2)$$

$$К = (К_i)_{i=1}^{N_K}, \quad (3)$$

$$Х = (Х_i)_{i=1}^{N_X}. \quad (4)$$

Кожен компонент (2) ... (4) включає свої складові.

Зокрема,

$$Б = (СТ, ВН), \quad (5)$$

де *СТ* – варіанти стінок барабана, *ВН* – різновиди його вікон.

Для виразу (5) це може бути

$$СТ = (СТ_j)_{j=1}^{N_{СТ}} = (СТ_j)_{j=1}^3, \quad (6)$$

де *СТ*₁ – чотиригранні, *СТ*₂ – восьмигранні, *СТ*₃ – циліндричні;

$$ВН = (ВН_j)_{j=0}^{N_{ВН}} = (ВН_j)_{j=0}^{12}, \quad (7)$$

де *ВН*₀ – без вікон, *ВН*₁ – прямокутні, *ВН*₂ – з напівциркульною аркою, *ВН*₃ –

сегментні, BH_4 – трапецієвидні, BH_5 – загострені при вершині, BH_6 – стрілчаті, BH_7 – циркульні, BH_8 – напівциркульні, BH_9 – ромбовидні, BH_{10} – восьмигранні, BH_{11} – овальні, BH_{12} – хрестоподібні.

Наведені форми (7) представлено у праці [2]. Побудову обрисів вікон $BH_1 \dots BH_6$ за допомогою узагальненої геометричної моделі з використанням векторних раціональних кривих другого степеня подано в публікації [9]. Через обмежений обсяг статті на поділі вікон на окремі частини зупинятися не будемо.

Варіантне архітектурне формоутворення поверхонь православних християнських куполів і барабанів на засадах структурно-параметричного підходу, аналітичне визначення їхніх площ та об'ємів розглянуто у виданнях [3, 4]. Це стосується гладких і гранчастих форм куполів

$$\Phi K = (\Phi K_j)_{j=1}^{N_{\Phi K}} = (\Phi K_j)_{j=1}^5, \quad (8)$$

де ΦK_1 – конусна, ΦK_2 – яйцеподібна, ΦK_3 – маківка, ΦK_4 – цибульчата, ΦK_5 – грушоподібна, та циліндричних і гранчастих барабанів.

Приклад взаємодії елементів (5) показано на рис. 1, а їх поєднання з напівсферичним куполом – на рис. 2.

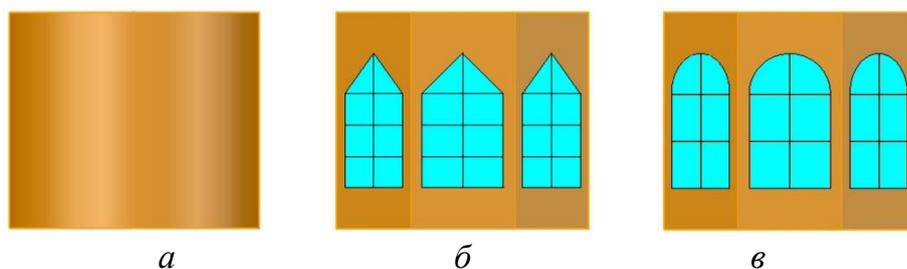


Рис. 1. Вікна барабана:

a – циліндричного відсутні; b, v – восьмигранного, загострені при вершині та з напівциркульною аркою

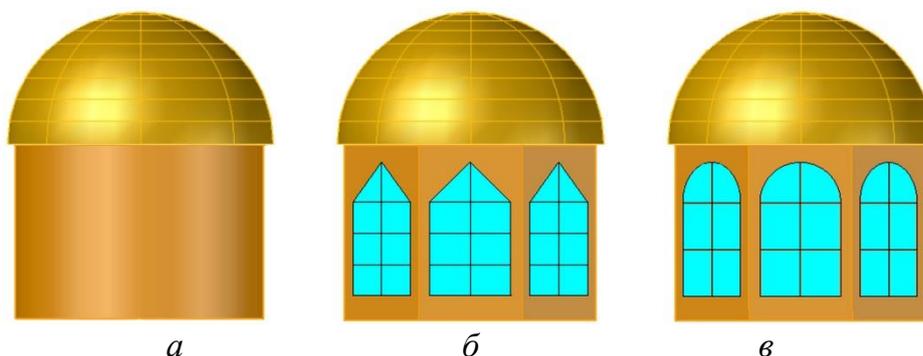


Рис. 2. Напівсферичний купол на:

a – циліндричному барабані без вікон; b, v – восьмигранному барабані з вікнами, загостреними при вершині та з напівциркульною аркою

У літературних джерелах [2, 10] аналізуються багатоманітні форми хрестів (ΦX) для куполів. Нехай це

$$\Phi X = (\Phi X_j)_{j=1}^{N_{\Phi X}} = (\Phi X_j)_{j=1}^9, \quad (9)$$

де $\Phi X_1, \Phi X_2, \Phi X_3$ – шестикінцеві, шестикінцеві з терновим вінцем, шестикінцеві трилистникові; $\Phi X_4, \Phi X_5, \Phi X_6$ – семикінцеві, семикінцеві з терновим вінцем, семикінцеві трилистникові; $\Phi X_7, \Phi X_8, \Phi X_9$ – восьмикінцеві, восьмикінцеві з терновим вінцем, восьмикінцеві трилистникові.

Як видно, число можливих структурних варіантів для кортежів (1) ... (9) доволі значне, це не беручи до уваги належні параметричні різновиди. Ефективне їхнє практичне комбінаторне опрацювання неможливе без використання спеціалізованих комп'ютерних інформаційних технологій, основою для яких у даному випадку слугує методологія структурно-параметричного підходу.

На рис. 3 зображено проаналізовані вище банні завершення православної каплиці з різними хрестами.

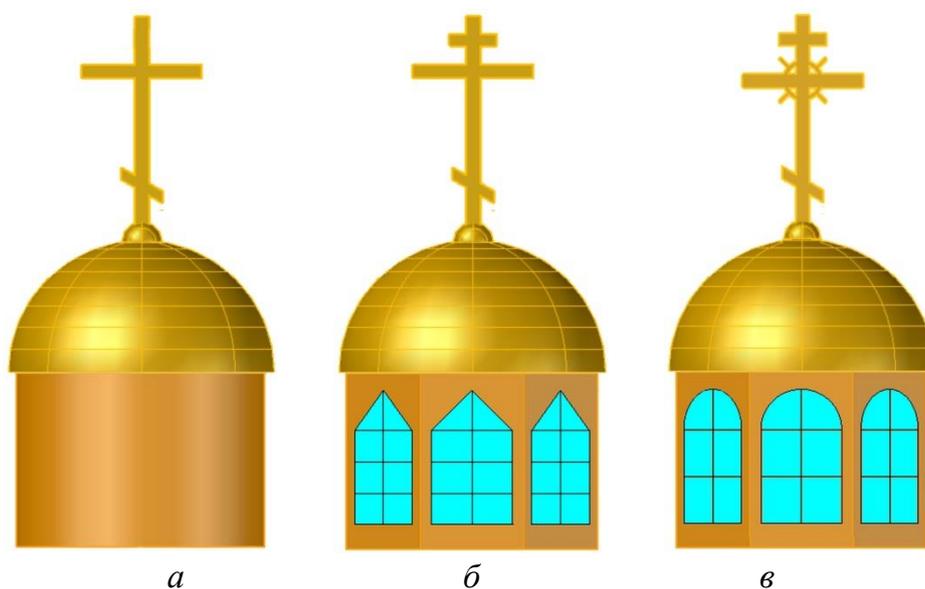


Рис. 3. Банні завершення з хрестом:
а – шестикінцевим; *б* – восьмикінцевим;
в – восьмикінцевим з терновим вінцем

До складу хрестів входять наступні компоненти

$$X = (CCT, КУЛ, ХРС), \quad (10)$$

де *CCT* – силовий стояк, тобто стрижень, який проходить через усю висоту купола та кріпиться внизу своєю рамою до його опорного кільця; *КУЛ* – куля, що забезпечує не тільки належне естетичне сприйняття, а й закриває місце з'єднання самого хреста з силовим стояком; *ХРС* – безпосередньо хрест.

Більш докладні питання стосовно елементів (10) виходять за рамки завдань архітектурного формоутворення та становлять предмет досліджень таких дисциплін, як будівельні конструкції, міцність споруд тощо.

У попередніх випадках варіантного проектування за основу було взято напівсферичний купол та змінювалися барабани, вікна і хрести. Розглянемо далі геометричне моделювання інших куполів із застосуванням векторних раціональних кривих другого степеня на засадах способів та методик, викладених у публікаціях [3–7, 9]. Акцент зроблено на формоутворенні куполів. Тому хрести більше не наводяться. Рис. 4 *а* ілюструє банне завершення з чотиригранним куполом і таким же барабаном з прямокутними вікнами, а рис. 4 *б* та рис. 4 *в* – каркас й облицювальну оболонку гладкого купола на восьмигранному барабані, що має вікна з напівциркульною аркою.

Для опрацьованого металевого об'єкта

$$K = (KPK, ОБЛ), \quad (11)$$

де *KPK* – каркас, *ОБЛ* – оболонка;

$$ОБЛ = (ОБЛ_j)_{j=1}^{N_{ОБЛ}} = (ОБЛ_j)_{j=1}^2, \quad (12)$$

де *ОБЛ*₁ – листова, *ОБЛ*₂ – з облицювальної луски.

Елементи каркаса (11) є конструкційними металевими профілями. Вертикальні вигинаються згідно з контуром купола, горизонтальні прямолінійні (рис. 4 *а*) або кільцеві (рис. 4 *б*). Перший варіант оболонки (12) являє собою різновид із відносно великих листів (рис. 4 *а*), а другий (рис. 4 *в*) – зі значної кількості дрібних ромбоподібних пластин. Підкреслимо, що дефініція поперечних розмірів зазначених силових елементів для сприйняття діючих експлуатаційних навантажень не входить до задач ескізного архітектурного формоутворення. Це становить предмет наукових досліджень інших відповідних дисциплін.

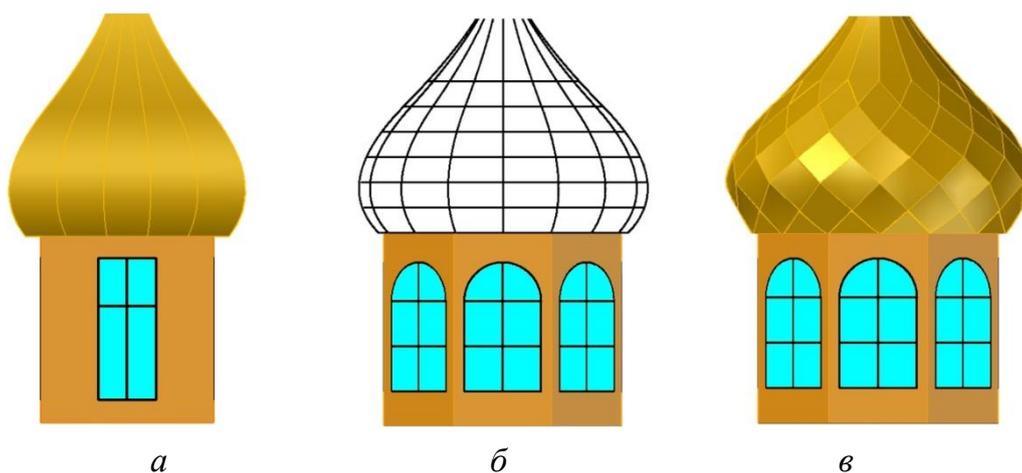


Рис. 4. Цибульчасті банні завершення:
а – чотиригранний купол та барабан; *б, в* – каркас та оболонка
 гладкого купола на восьмигранному барабані

Для здешевлення виготовлення та забезпечення різноманіття куполів із гранями, які розгортаються, див. зокрема рис. 4 *а*, на них може

створюватися тисненням бажаний візерунок. Побудову геометричних моделей належних розгорток та формування відповідного їхнього паркетування докладно викладено в дослідженні [7]. Кілька відповідних прикладів із цієї праці показано рис. 5. Як видно, імітація облицювальної луски може бути реалізована багатьма фігурами. Це квадрати та ромби потрібних розмірів, схема ялинка та інші. Зауважимо, що питання використання декоративних елементів для православних будівель варте окремої відповідної публікації.

На завершення акцентуємо, що запропонований структурно-параметричний підхід до архітектурного формоутворення металевих куполів поширюється за аналогією на випадки багатоярусних відповідних будівельних конструкцій і православні християнські каплиці з кількома куполами.

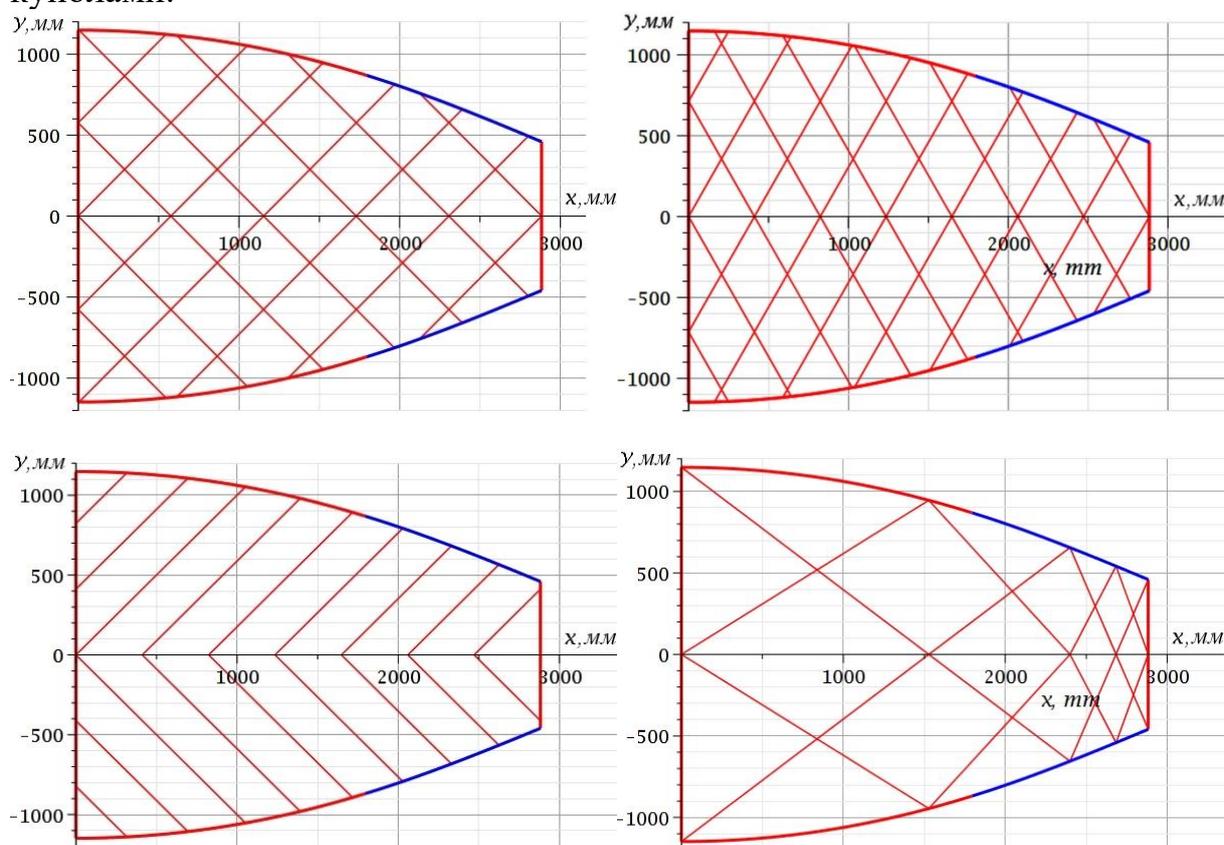


Рис. 5. Деякі варіанти паркетування розгортки грані купола

Таким, чином, подані вище відомості засвідчують досягнення повною мірою поставленої мети та виконання завдань даної статті.

Висновки й перспективи досліджень. Увінчання пам'яттю значних суспільних подій, поминання людей, які вже не з нами, забезпечення захисту подорожніх під час природних незгод, сприяння підвищенню духовності нашого народу та інші подібні діяння завжди становлять добру справу. На реалізацію на практиці зазначених намірів певним чином спрямована ця наукова праця. Викладений у ній структурно-параметричний підхід до архітектурного формоутворення металевих куполів православних

каплиць дозволяє підвищувати естетичну індивідуальність вказаних сакральних будівель при зменшенні вартості їхнього виготовлення. Перспективами подальших наукових розвідок є впровадження описаної методики в середовище сучасних комп'ютерних BIM (Building Information Modeling)-технологій.

Література

1. *Болюк О.* Українські каплиці: генезис, типи, особливості, декор. *Українське мистецтвознавство: матеріали, дослідження, рецензії.* 2009. Вип. 9. С. 193–199.
2. *Слепцов О. С.* Архітектурне проектування і реконструкція православних храмів. Київ: А+С, 2014. 272 с.
3. *Терещук М. О.* Структурно-параметричний спосіб формоутворення куполів православних храмів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка.* 2022. Вип. 103. С. 201–208. DOI: 10.32347/0131-579x.2022.103.201-208
4. *Терещук М. О.* Структурно-параметричні геометричні моделі поверхонь куполів православних храмів. *Прикладні питання математичного моделювання.* 2022. Вип. 5.1. С. 95–100. DOI: 10.32782/mathematical-modelling/2022-5-1-12
5. *Вірченко Г. А., Мартинов В. Л., Терещук М. О.* До питання архітектурного формоутворення православних храмів Чернігівщини. *Прикладна геометрія та інженерна графіка.* 2023. Вип. 105. С. 53–61. DOI: 10.32347/0131-579x.2023.105.53-61
6. *Вірченко Г. А., Терещук М. О.* Деякі аспекти застосування геометричних моделей для проектування куполів православних храмів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка.* 2024. Вип. 106. С. 57–66. DOI: 10.32347/0131-579x.2024.106.57-66
7. *Вірченко Г. А., Плоский В. О., Терещук М. О.* До питання проектування та відновлення культових архітектурних об'єктів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка.* 2025. Вип. 108. С. 43–52. DOI: 10.32347/0131-579x.2025.108.43-52
8. *Janke S. J.* Mathematical structures for computer graphics. Hoboken: John Wiley & Sons, 2015. 392 p.
9. *Терещук М. О.* До питання варіантного геометричного моделювання дверей та вікон православних храмів / Збірник доповідей XIII Міжнародної науково-практичної конференції «*Прикладна геометрія, інженерна графіка та об'єкти інтелектуальної власності*». Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. С. 67–70.
10. *Ботвіновська С.І., Ковальов С.М., Золотова А.В.* Формування дискретних каркасів купольних споруд / *Восточно-Европейский научный журнал.* Варшава, 2020. Т. 1, № 12(64). С. 13–17. URL: <https://archive.eesa-journal.com/index.php/eesa/issue/view/9/38>
11. *Яценко О. Ф.* Особливості накупольних хрестів православних храмів

Чернігівщини (XIX – поч. XX ст.). Сучасні проблеми архітектури та містобудування. 2014. Вип. 35. С. 212–215.

References

1. Boliuk, O. (2009). Ukrainski kaplytsi: henezys, typu, osoblyvosti, dekor [Ukrainian chapels: genesis, types, features, decor]. *Ukrainske mystetstvoznavstvo: materialy, doslidzhennia, retsenzii*, 9, 193–199 {in Ukrainian}.
2. Slietsov, O. S. (2014). *Arkhitekturne proektuvannia i rekonstruktsiia pravoslavnykh khramiv* [Architectural design and reconstruction of Orthodox temples]. Kyiv: A+S {in Ukrainian}.
3. Tereschuk, M. O. (2022). *Strukturno-parametrychnyi sposib formoutvorennia kupoliv pravoslavnykh khramiv* [Structural-parametric method of shaping domes of Orthodox temples]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 103, 201–208. DOI: 10.32347/0131-579x.2022.103.201-208 {in Ukrainian}.
4. Tereschuk, M. O. (2022). *Strukturno-parametrychni heometrychni modeli poverkhon kupoliv pravoslavnykh khramiv* [Structural-parametric geometric models of domes surfaces of Orthodox temples]. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання*, 5.1, 95–100. DOI: 10.32782/mathematical-modelling/2022-5-1-12 {in Ukrainian}.
5. Virchenko, G. A., Martynov, V. L., & Tereschuk, M. O. (2023). *Do pytannia arkhitekturnoho formoutvorennia pravoslavnykh khramiv Chernihivshchyny* [On the issue of architectural shaping of Orthodox temples in Chernihiv region]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 105, 53–61. DOI: 10.32347/0131-579x.2023.105.53-61 {in Ukrainian}.
6. Virchenko, G. A., & Tereschuk M. O. (2024). *Deiaki aspekty zastosuvannia heometrychnykh modelei dlia proektuvannia kupoliv pravoslavnykh khramiv* [Some aspects of the application of geometric models for the design of domes of Orthodox temples]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 106, 57–66. DOI: 10.32347/0131-579x.2024.106.57-66 {in Ukrainian}.
7. Virchenko, G. A., Ploskyi, V. O., & Tereschuk, M. O. (2025). *Do pytannia proektuvannia ta vidnovlennia kultovykh arkhitekturnykh ob'ektiv* [On the issue of design and restoration of cultural architectural objects]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 108, 43–52. DOI: 10.32347/0131-579x.2025.108.43-52 {in Ukrainian}.
8. Janke, S. J. (2015). *Mathematical structures for computer graphics*. Hoboken: John Wiley & Sons {in English}.
9. Tereshchuk, M. O. (2024). *Do pytannia variantnoho heometrychnoho modeliuвання dverei ta vikon pravoslavnykh khramiv* [On the issue of variant geometric modeling of doors and windows of Orthodox temples]. *Zbirnyk dopovidei XIII Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Prykladna heometriia, inzhenerna hrafika ta ob'iekty intelektualnoi vlasnosti»* [Collection of

reports of the XIII International Scientific and Practical Conference «Applied Geometry, Engineering Graphics and Intellectual Property Objects». Kyiv {in Ukrainian}.

10. Botvinovska S., Kovalov S., Zolotova A. Formations of discrete frameworks of dome constructions / East European Scientific Journal. Warsaw, Poland. Vol. 1. No 12(64), 2020. C. 13-18. <https://archive.eesa-journal.com/index.php/eesa/issue/view/9/38> {in Ukrainian}

11. Yashchenko, O. F. (2014). Osoblyvosti nakupolnykh khrestiv pravoslavnykh khramiv Chernihivshchyny (XIX – poch. XX st.). [Features of the dome crosses of Orthodox temples in Chernihiv region (19th – early 20th centuries).] *Suchasni problemy arkhitektury ta mistobuduvannia*, 35, 212–215 {in Ukrainian}.

Doctor of Technical Sciences, Professor **Gennadii Virchenko**¹,
kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538

Doctor of Technical Sciences, Professor **Vitalii Ploskyi**²,
ploskyivo@ukr.net, ORCID: 0000-0002-2632-8085

Doctor of Philosophy **Mykola Tereschuk**²,
nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677

¹National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

²Kyiv National University of Construction and Architecture

STRUCTURAL-PARAMETRIC ARCHITECTURAL SHAPING OF METAL DOMES OF ORTHODOX CHAPELS

The current stage of Ukraine's development is characterized by difficult circumstances associated with prolonged military operations on its territory. This causes significant destruction of cities and villages, and the death and maiming of many people. In such difficult times, appeals for help to the highest powers are becoming more and more numerous. Due to the limited financial capabilities of our citizens, most of whom are Orthodox Christians, the construction of new temples is now problematic. The construction of chapels, that is, small prayer rooms without an altar, is quite common in the outlined conditions. These objects are usually located in places of significant events and pilgrimages, locations of future temples, at the entrance to settlements, near healing springs, in hospitals, military units, public, educational and correctional institutions, in cemeteries, etc.

For Christian religious buildings, on the one hand, there are certain canonical requirements regarding their architecture, which must be strictly adhered to, and on the other hand, it is desirable that each of them have its own bright individuality. The successful resolution of the accentuated contradiction is significantly facilitated by the widespread use of variant shaping of the specified objects. The main sacred component of Orthodox chapels is the domes, which

personify heavenly holiness. Currently, metal is a popular construction material for their manufacture due to its high technological, operational, and economic properties. Therefore, this type of dome was chosen as the subject of research for this scientific article. It should be noted that the main goal of the performed shaping is to ensure the necessary basic geometric parameters and characteristics, as well as the proper aesthetic perception of the designed domes of Orthodox chapels.

Such important issues as manufacturing technology, strength calculations, operational features, economic indicators, etc., can determine the tasks for further relevant research. The use of computer structural-parametric geometric modeling methodology enables effective implementation of the corresponding complex optimization.

Keywords: architectural shaping; geometric modeling; Orthodox chapels; domes; structural-parametric approach.