

к. т. н., доц. **Воронцов О.В.**,

voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196

*Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія
Кондратюка».*к. пед. н., **Воронцова І.В.**,

ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816

*Полтавський коледж нафти і газу
Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія
Кондратюка».*

УПРАВЛІННЯ ФОРМОЮ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ ІНТЕРПОЛЯНТІВ КОЕФІЦІЄНТАМИ СУПЕРПОЗИЦІЇ

У роботі запропоновано узагальнений метод дискретного моделювання одновимірних дискретних геометричних образів (ДГО), у межах якого керування формою дискретно представленої кривої (ДПК) здійснюється не лише через функцію розподілу величини кінцевої різниці між суміжними вузлами каркасної сітки, але й за допомогою функції розподілу коефіцієнтів суперпозиції. Такий підхід розширює клас засобів впливу на геометричні характеристики модельованої кривої у дискретному просторі.

Установлено закономірності зміни значень коефіцієнтів суперпозиції та величини кінцевої різниці, яка в межах статико-геометричного методу моделювання інтерпретується як функціональний аналог навантаження під час формування одновимірних точкових множин. Запропонований підхід забезпечує ефективно розв'язання задач суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції числових послідовностей для довільних одновимірних функціональних залежностей, що визначаються двома вибраними опорними вузловими точками.

Основною метою дослідження є подальший розвиток теоретичних засад побудови дискретних аналогів криволінійних об'єктів на основі класичного апарату кінцевих різниць, статико-геометричного методу моделювання та геометричного апарату суперпозицій.

У межах дослідження виконано аналіз процесу формування дискретних одновимірних геометричних образів на прикладі поліноміальних функціональних залежностей за наперед заданих значень коефіцієнтів суперпозиції. Виявлено характерні закономірності варіації коефіцієнтів суперпозиції між суміжними вузловими точками поліноміальної функції, а також зміну величини кінцевої різниці, що подано у вигляді графічних залежностей числових послідовностей для вибраної розрахункової конфігурації.

Установлено функціональні залежності величини кінцевої різниці як від ординат модельованої кривої, так і від значень коефіцієнтів суперпозиції між суміжними вузловими точками.

Отримані результати створюють підґрунтя для формування одновимірних геометричних образів у межах заданої розрахункової схеми на основі відомих ординат двох опорних вузлових точок, значень коефіцієнтів суперпозиції та відповідних величин кінцевих різниць.

Таким чином, запропоноване дослідження формує універсальний підхід до встановлення закономірностей зміни коефіцієнтів суперпозиції та кінцевих різниць у межах заданих розрахункових схем, що дозволяє визначати ординати точок довільних одновимірних функціональних залежностей і дискретних точкових множин.

Ключові слова: дискретне моделювання, статико-геометричний метод, геометричний апарат суперпозицій, кінцеві різниці, коефіцієнти суперпозиції.

Постановка проблеми. Керування формою дискретних просторових конструкцій (ДПК) у межах статико-геометричного методу не обмежується виключно варіюванням функціонального зовнішнього навантаження. Суттєвий вплив на процес формоутворення може здійснюватися також шляхом цілеспрямованої зміни коефіцієнтів обчислювальних шаблонів, які покладені в основу побудови систем скінчено-різницевого рівнянь. Зазначені коефіцієнти визначають вагову (дольову) участь суміжних вузлів у формуванні положення шуканого вузла та фактично задають характер просторової взаємодії елементів конструкції.

Варіювання цих коефіцієнтів дає змогу реалізувати додаткові ступені свободи керування геометрією ДПК, що особливо важливо на етапі пошуку раціональних форм та оптимізації конструктивних рішень. Такий підхід дозволяє враховувати специфіку геометричної схеми, граничні умови та локальні особливості напружено-деформованого стану без зміни загальної структури математичної моделі. У результаті статико-геометричний метод набуває більшої універсальності та адаптивності, а процес чисельного формоутворення ДПК стає більш керованим і стійким з точки зору обчислювальної реалізації.

Аналіз останніх досліджень. Проблематиці застосування геометричного апарату суперпозицій у задачах дискретного моделювання геометричних образів у поєднанні з класичним методом скінченних різниць, статико-геометричним методом, а також математичним апаратом числових послідовностей присвячено низку наукових праць авторів цієї статті [1–7]. У зазначених роботах особливу увагу зосереджено на дослідженні закономірностей зміни коефіцієнтів суперпозиції у процесах дискретної інтерполяції, що дозволило сформулювати теоретичні передумови для побудови та керування формою дискретних геометричних моделей.

Формулювання цілей та завдання статті. Метою статті є створення методичного підходу до формування обчислювальних шаблонів, призначених для дискретного моделювання поліноміальних функціональних залежностей на основі суперпозицій координат суміжних вузлових точок, а також проведення комплексного дослідження впливу значень коефіцієнтів суперпозиції, закладених у зазначених шаблонах, на формування функцій розподілу величини кінцевої різниці та на процес формування одновимірних дискретних геометричних образів.

Основна частина. У роботі [1] визначено наступні вирази для обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції поліноміальних інтерполянтів:

1. для послідовності першого порядку ($n=1$)

$$k_1 = \frac{1}{n+1}; k_2 = \frac{n}{2};$$

2. для послідовності другого порядку ($n=2$)

$$k_1 = \frac{1}{n+1}; k_2 = \frac{n}{2}; k_3 = -\frac{1}{3}C_n^2;$$

3. для послідовності третього порядку ($n=3$)

$$k_1 = \frac{1}{n+1}; k_2 = \frac{n}{2}; k_3 = -\frac{1}{3}C_n^2; k_4 = \frac{1}{4}C_n^3;$$

4. для послідовності четвертого порядку ($n=4$)

$$k_1 = \frac{1}{n+1}; k_2 = \frac{n}{2}; k_3 = -\frac{1}{3}C_n^2; k_4 = \frac{1}{4}C_n^3; k_5 = -\frac{1}{5}C_n^4.$$

5. для послідовності n -го порядку (для довільного n)

$$k_1 = \frac{1}{n+1}; ; k_{s+1} = (-1)^{s+1} \cdot \frac{1}{s+1} \cdot C_n^s, s \in N, 1 < s \leq n, \forall n \in N. \quad (1)$$

Величина кінцевої різниці, що буде прообразом функції розподілу зовнішнього формоутворюючого навантаження, для формування дискретного аналогу поліному 2-го ступеня на основі суперпозицій заданих вузлових точок буде представлена у вигляді [2]:

$$P_i = y_i - k_1 y_{i-1} - k_2 y_{i+1}, \quad (2)$$

Або, у вигляді обчислювального шаблону:

$$\textcircled{P_i} = \textcircled{k_1} - \textcircled{1} - \textcircled{k_2} \quad (3)$$

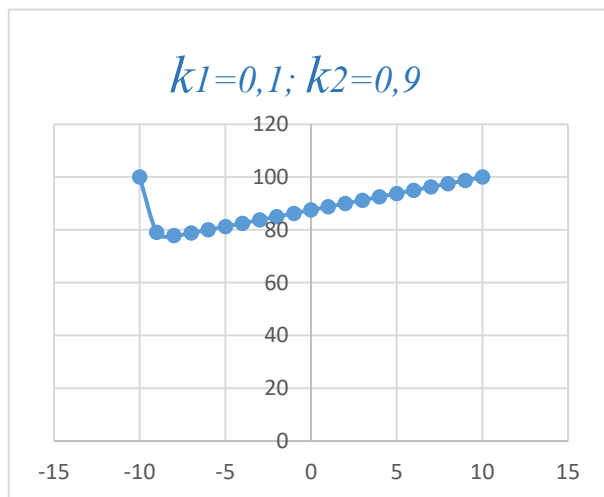
Для шаблону (3) передбачено два керувальні параметри k_1 і k_2 , зміна яких можлива у двох напрямках.

Раціональний вибір параметрів k_1 та k_2 дає змогу отримати значну кількість урівноважених каркасів криволінійних форм.

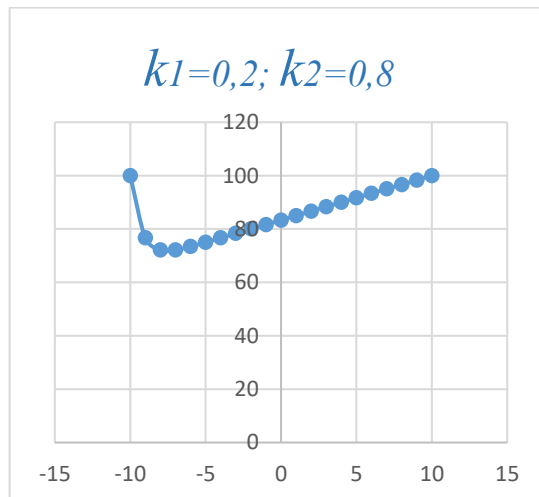
Регулювати частку впливу суміжних вузлів на формування центрального вузла можна шляхом добору різних комбінацій співвідношень коефіцієнтів суперпозиції. Це, у свою чергу, дозволяє формувати велику множину врівноважених дискретних каркасів кривих ліній, що задовольняють заздалегідь задані вимоги як за умови рівномірного розподілу величини кінцевої різниці у вузлах, так і за її розподілу відповідно до різних функціональних залежностей.

- 1) $k_1 = 0,1$; $k_2 = 0,9$; 2) $k_1 = 0,2$; $k_2 = 0,8$; 3) $k_1 = 0,3$; $k_2 = 0,7$;
- 4) $k_1 = 0,4$; $k_2 = 0,6$; 5) $k_1 = 0,6$; $k_2 = 0,4$; 6) $k_1 = 0,7$; $k_2 = 0,3$;
- 7) $k_1 = 0,8$; $k_2 = 0,2$; 8) $k_1 = 0,9$; $k_2 = 0,1$;

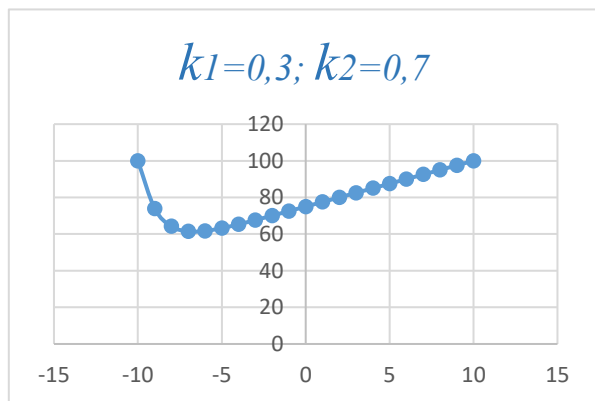
Для знаходження ординат шуканих вузлів слід сформулювати систему рівнянь (5). Розв'язання цієї системи дозволяє визначити аплікати невідомих вузлів за умови рівномірного розподілу між вузлами каркаса значення кінцевої різниці $P_i = 1$. Результати розрахунків для дев'яти варіантів у вигляді ДПК наведено на рис. 2, а), б), в), г), д), е), ж), з), і).



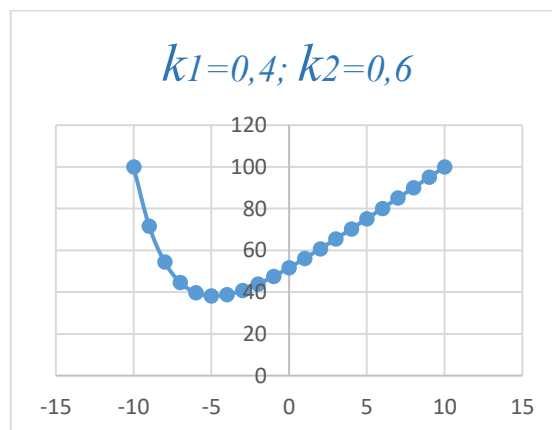
а) $k_1 = 0,1$; $k_2 = 0,9$



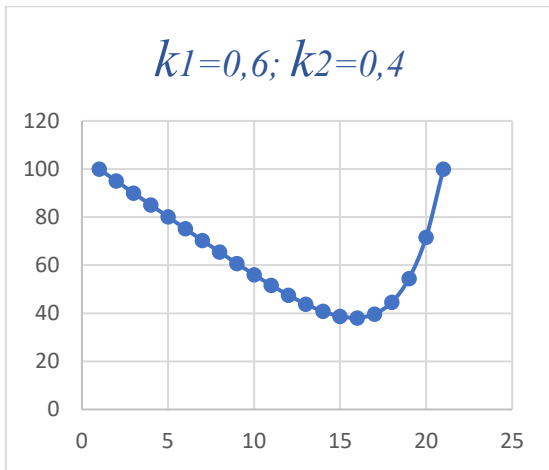
б) $k_1 = 0,2$; $k_2 = 0,8$



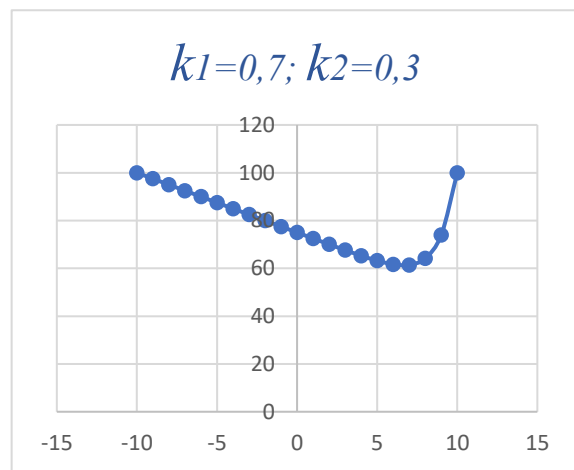
в) $k_1 = 0,3$; $k_2 = 0,7$



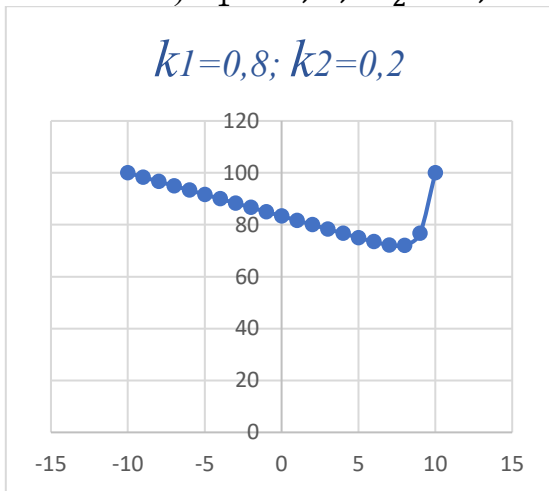
г) $k_1 = 0,4$; $k_2 = 0,6$



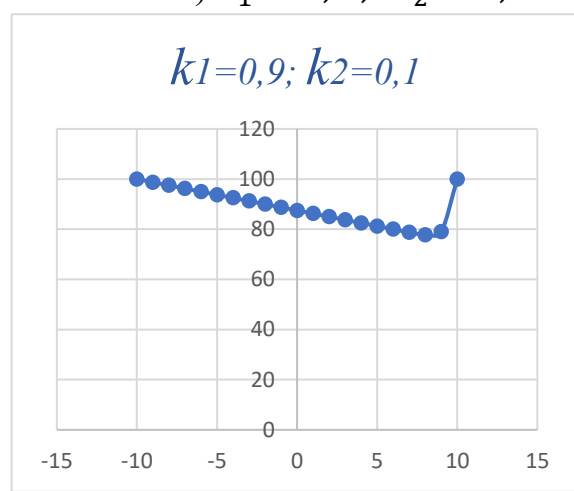
д) $k_1 = 0,6 ; k_2 = 0,4$



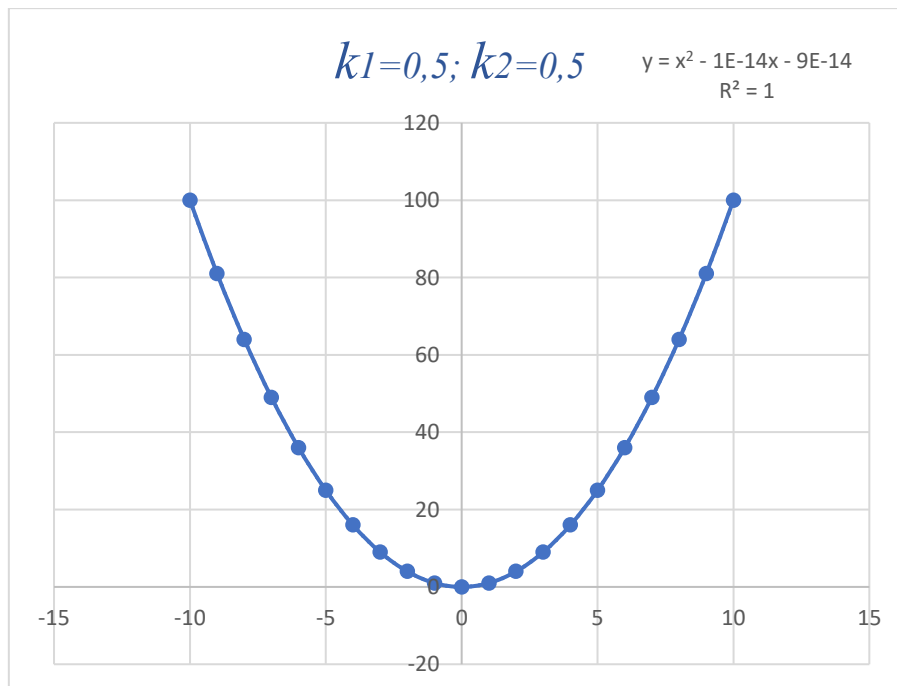
е) $k_1 = 0,7 ; k_2 = 0,3$



ж) $k_1 = 0,8 ; k_2 = 0,2$



з) $k_1 = 0,9 ; k_2 = 0,1$

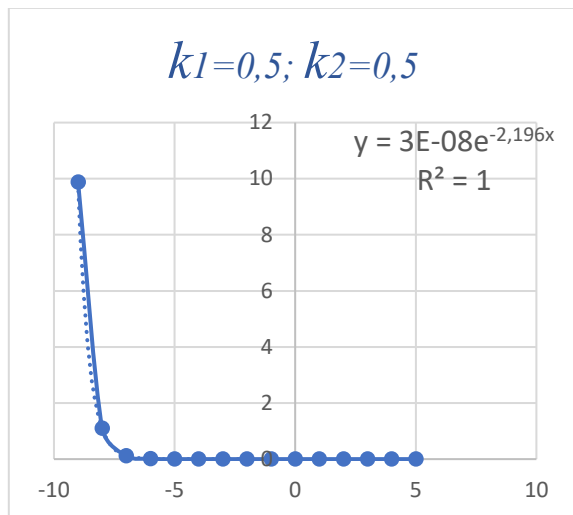


і) $k_1 = 0,5 ; k_2 = 0,5$

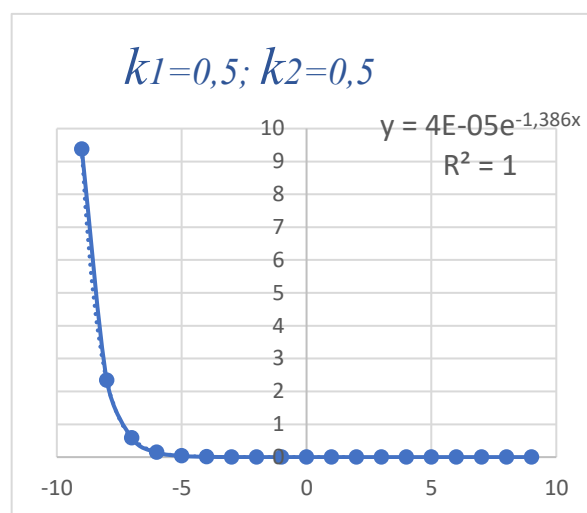
Рис. 2. Дискретні значення ординат каркасів модельованих кривих

Одночасно ці ж самі каркаси ДПК (рис.2) можна отримати за умови: $k_1 = k_2 = 0,5$. Дискретні значення функцій розподілу величини кінцевої різниці визначимо за формулою (2).

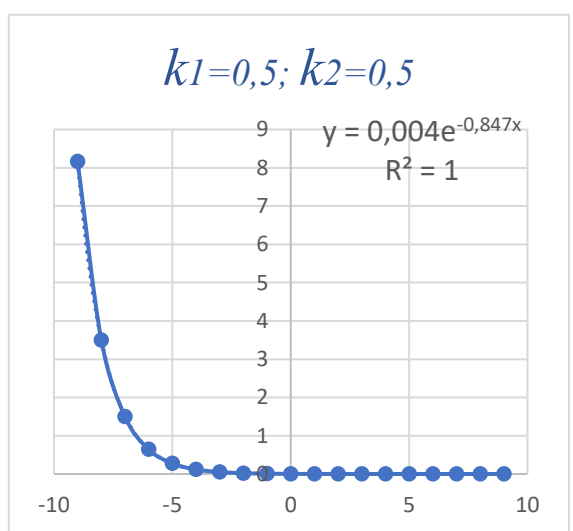
Результати розрахунків для наведених вище дев'яти варіантів у вигляді ДПК наведено на рис. 3, а), б), в), г), д), е), ж), з), і).



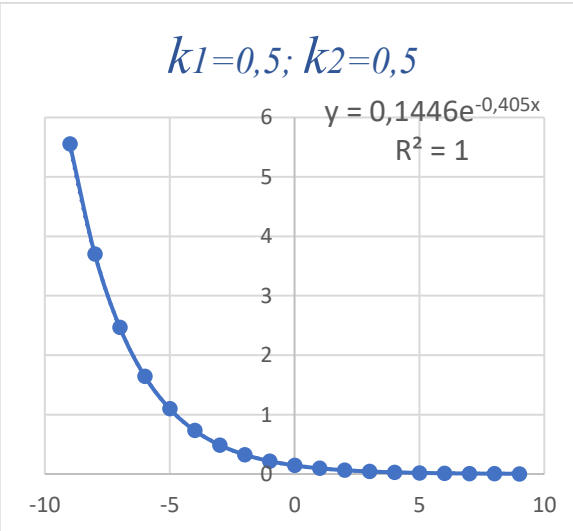
а) $P_i (k_1 = 0,1 ; k_2 = 0,9)$



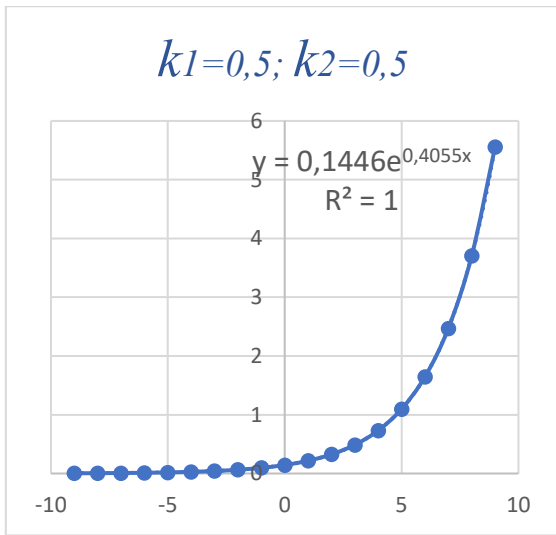
б) $P_i (k_1 = 0,2 ; k_2 = 0,8)$



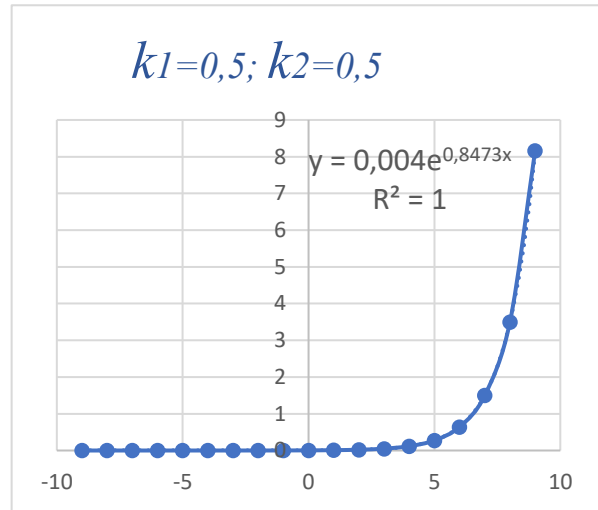
в) $P_i (k_1 = 0,3 ; k_2 = 0,7)$



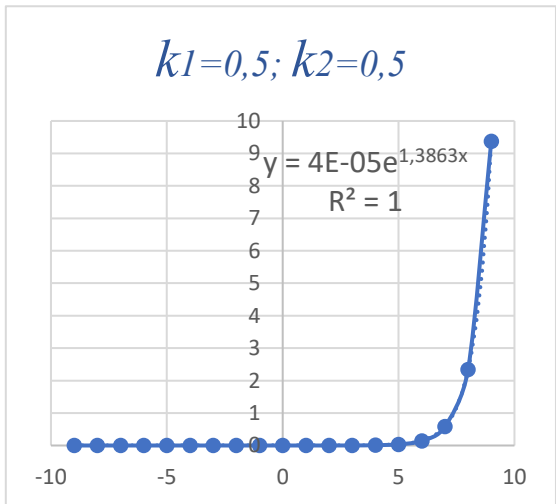
г) $P_i (k_1 = 0,4 ; k_2 = 0,6)$



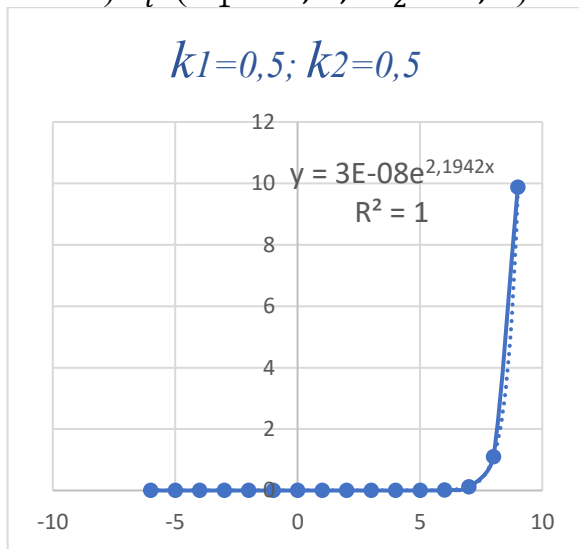
д) $P_i (k_1 = 0,6; k_2 = 0,4)$



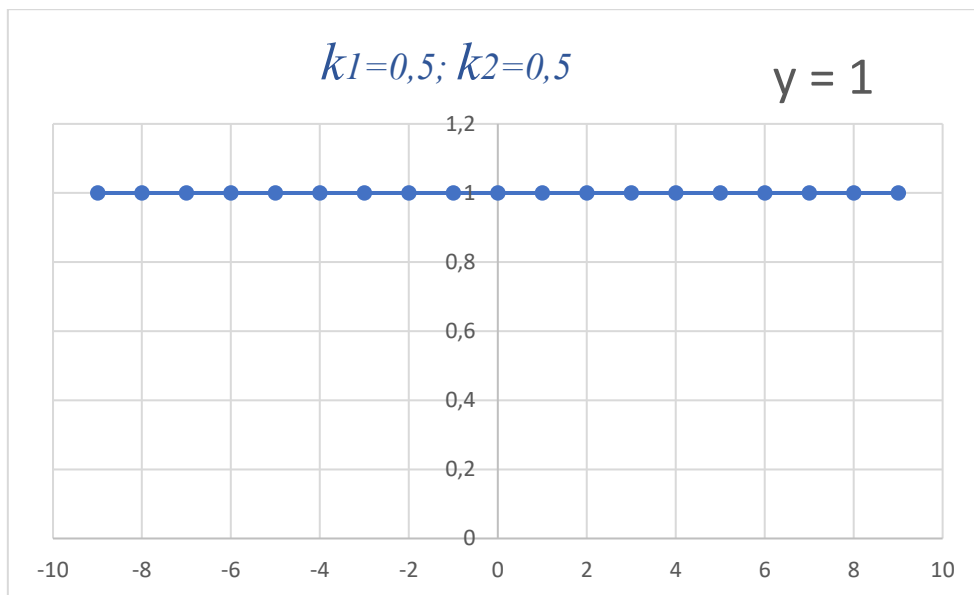
е) $P_i (k_1 = 0,7; k_2 = 0,3)$



ж) $P_i (k_1 = 0,8; k_2 = 0,2)$



з) $P_i (k_1 = 0,9; k_2 = 0,1)$



и) $P_i (k_1 = 0,5; k_2 = 0,5)$

Рис. 3. Дискретні функції розподілу величини кінцевої різниці

Як видно із рис. 3, функції розподілу величини кінцевої різниці є експоненційними залежностями.

Висновки. У ході дослідження виконано аналіз процесу формування дискретних одновимірних геометричних образів на прикладі поліноміальних функціональних залежностей за фіксованих наперед заданих значень коефіцієнтів суперпозиції. У результаті проведеного аналізу встановлено характерні закономірності варіації коефіцієнтів суперпозиції між суміжними вузловими точками поліноміальної функції, а також особливості зміни величини кінцевої різниці. Отримані залежності подано у вигляді графічних інтерпретацій числових послідовностей для вибраної розрахункової конфігурації.

Установлено функціональні взаємозв'язки величини кінцевої різниці як з ординатами модельованої дискретно представленої кривої, так і зі значеннями коефіцієнтів суперпозиції між суміжними вузловими точками, що підтверджує їх визначальну роль у процесі керування геометричними характеристиками дискретних моделей.

Отримані результати створюють теоретичне та методичне підґрунтя для формування одновимірних геометричних образів у межах заданих розрахункових схем на основі відомих ординат двох опорних вузлових точок, заданих значень коефіцієнтів суперпозиції та відповідних величин кінцевих різниць.

Запропоноване дослідження забезпечує універсальний підхід до встановлення закономірностей зміни коефіцієнтів суперпозиції та величин кінцевих різниць у межах заданих розрахункових схем, що уможливорює визначення ординат точок довільних одновимірних функціональних залежностей і дискретних точкових множин

Перспективи подальших досліджень. Подальший розвиток отриманих у даній роботі результатів доцільно спрямувати на розширення теоретичних та прикладних можливостей запропонованого підходу до дискретного геометричного моделювання. Зокрема, перспективними напрямами подальших досліджень є узагальнення розроблених методик дискретного формування одновимірних геометричних образів на клас не поліноміальних функціональних залежностей, зокрема трансцендентних, кусочно-гладких та параметрично заданих кривих, що дозволить розширити область застосування отриманих моделей у задачах прикладної геометрії;

Література

1. *Воронцов О. В., Усенко В. Г., Воронцова І. В.* Визначення коефіцієнтів суперпозиції для дискретного формування поліноміальних функціональних залежностей // *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2025. Вип. 107. С. 42–53. URL: <https://doi.org/10.32347/0131-579x.2024.107>

2. *Воронцов О.В., Воронцова І.В.* Вплив коефіцієнтів суперпозиції на дискретне формування елементарних функціональних залежностей // *Сучасні проблеми моделювання*. Збірник наукових праць Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького. Мелітополь: МДПУ. Випуск 28. 2025. С. 44. – 53.
URL: <https://doi.org/10.33842/2313-125X-2025-30>
- 3 *Воронцов, О.В., Воронцова І.В.* Визначення величин коефіцієнтів суперпозиції координат чотирьох точок на прикладі поліномів двох змінних // *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2024. Вип. 106. С. 67–81. DOI: <https://doi.org/10.32347/0131-579x.2024.106>
4. *Воронцов, О.В., Воронцова І.В.* Залежності величини скінченної різниці та величин коефіцієнтів суперпозиції при формуванні одновимірних геометричних образів // *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2023. Вип. 105. С. 62–80. DOI: <https://doi.org/10.32347/0131-579x.2023.105>
5. *Воронцов, О.В., Воронцова І.В.* Формування одновимірних геометричних образів суперпозиціями точкових множин за даними крайовими умовами і величиною скінченної різниці // *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2023. Вип. 104. С. 59–79.
6. *Vorontsov O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Discrete modeling of building structures geometric images. *International Journal of Engineering & Technology*. Vol. 7 No. 3.2. 2018. P. 727 – 731.
DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467
7. *Vorontsov O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. *International Journal of Engineering & Technology*. №7 (4.8), Special Issue №8. 2018. Pages 560-565.
DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27306

References

1. *Vorontsov, O. V., Usenko, V. H., & Vorontsova, I. V.* (2025). Vyznachennia koefitsiientiv superpozytsii dlia dyskretnoho formuvannia polinomialnykh funktsionalnykh zalezhnosti [Determination of superposition coefficients for discrete formation of polynomial functional dependencies]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika [Applied Geometry and Engineering Graphics]*, (107), 42–53. <https://doi.org/10.32347/0131-579x.2024.107>
2. *Vorontsov O.V., Vorontsova I.V.* Vplyv koefitsiientiv superpozytsii na dyskretne formuvannia elementarnykh funktsionalnykh zalezhnosti // *Suchasni problemy modeliuвання*. Zbirnyk naukovykh prats Melitopolskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu imeni Bohdana Khmelnytskoho. Melitopol: MDPU. Vypusk 28. 2025. S. 44–53. URL : <https://doi.org/10.33842/2313-125X-2025-30>
- 3 *Vorontsov, O.V., Vorontsova I.V.* Vyznachennia velychyn koefitsiientiv superpozytsii koordynat chotyrokhtochok na prykladi polinomiv dvokh

- zminnykh // *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv : KNUBA, 2024. Vyp. 106. S. 67–81. DOI: <https://doi.org/10.32347/0131-579x.2024.106>
4. Vorontsov, O.V., Vorontsova I.V. Zalezhnosti velychyny skinchenoi riznytsi ta velychyn koefitsiientiv superpozytsii pry formuvanni odnovymirnykh heometrychnykh obraziv // *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv : KNUBA, 2023. Vyp. 105. S. 62–80. DOI: <https://doi.org/10.32347/0131-579x.2023.105>
5. Vorontsov, O.V., Vorontsova I.V. Formuvannia odnovymirnykh heometrychnykh obraziv superpozytsiiamy tochkovykh mnozhyn za danymy kraiovymy umovamy i velychynoiu skinchenoi riznytsi // *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Kyiv : KNUBA, 2023. Vyp. 104. S. 59–79.
6. Vorontsov O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V. Discrete modeling of building structures geometric images. *International Journal of Engineering & Technology*. Vol. 7 No. 3.2. 2018. P. 727–731. DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467
7. Vorontsov O.V., Tulupova L.O., Vorontsova I.V. Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. *International Journal of Engineering & Technology*. №7 (4.8), Special Issue №8. 2018. Pages 560-565. DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27306

PhD, assistant professor **Oleg Vorontsov**
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic».

PhD, lecturer **Iryna Vorontsova**
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816
*Poltava Oil and Gas College of
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»*

CONTROL OF THE SHAPE OF POLYNOMIAL INTERPOLANTS BY SUPERPOSITION COEFFICIENTS

The paper proposes a generalized method for discrete modeling of one-dimensional discrete geometric objects (DGOs), in which the shape control of a discretely represented curve (DRC) is achieved not only through the distribution function of the finite difference magnitude between adjacent nodes of the framework grid, but also by means of the distribution function of superposition coefficients. This approach expands the set of tools for influencing the geometric characteristics of the modeled curve in discrete space.

Regularities in the variation of the superposition coefficients and the finite difference magnitude have been established. Within the framework of the static–geometric modeling method, the finite difference magnitude is interpreted as a functional analogue of load during the formation of one-dimensional point sets.

The proposed approach enables efficient solutions to problems of continuous discrete interpolation and extrapolation of numerical sequences for

arbitrary one-dimensional functional dependencies defined by two selected reference nodal points.

The main objective of the study is the further development of the theoretical foundations for constructing discrete analogues of curvilinear objects based on the classical finite difference apparatus, the static–geometric modeling method, and the geometric apparatus of superpositions.

Within the study, the process of forming discrete one-dimensional geometric objects is analyzed using polynomial functional dependencies as an example, with predefined values of the superposition coefficients. Characteristic patterns of variation of the superposition coefficients between adjacent nodal points of a polynomial function, as well as changes in the finite difference magnitude, are revealed and presented in the form of graphical representations of numerical sequences for a selected computational configuration.

Functional relationships between the finite difference magnitude and both the ordinates of the modeled curve and the values of the superposition coefficients between adjacent nodal points have been established.

The obtained results provide a basis for forming one-dimensional geometric objects within a given computational scheme using known ordinates of two reference nodal points, specified superposition coefficients, and corresponding finite difference magnitudes.

Thus, the proposed study establishes a universal approach to identifying patterns of variation in superposition coefficients and finite differences within specified computational schemes, enabling the determination of point ordinates for arbitrary one-dimensional functional dependencies and discrete point sets.

Keywords: discrete modeling, static–geometric method, geometric apparatus of superpositions, finite differences, superposition coefficients.