УДК 514.18
DOI: 10.32347/0131-579x.2026.110.70-82
к. т. н., доц. **Воронцов О.В.**,
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
к. пед. н., **Воронцова І.В.**,
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816
Полтавський коледж нафти і газу
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка».

АЛГОРИТМ ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ ТОЧОК ДВОВИМІРНОГО КАРКАСА ЧЕРЕЗ ТРИТОЧКОВУ СУПЕРПОЗИЦІЮ

У статті запропоновано узагальнений підхід до визначення значень коефіцієнтів суперпозиції для двовимірних точкових множин на основі заданих розрахункових схем. Це дає змогу розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції числовими послідовностями для довільних двовимірних функціональних залежностей за трьома наперед заданими вузловими точками.

Одним із завдань дослідження є подальший розвиток підходів до моделювання дискретних геометричних образів (ДГО) із використанням класичного методу скінчених різниць, статико-геометричного підходу та геометричного апарату суперпозицій.

Відомо, що одновимірні моделі ДГО (криві, подані у дискретній або континуальній формі) значно простіші для комплексного аналізу, ніж двовимірні моделі (поверхні). При цьому можна припустити, що частина властивостей дискретних моделей ліній може бути поширена на поверхні, сформовані за аналогічними принципами, якщо розглядати такі лінії як елементи каркаса поверхні. Інші ж властивості поверхонь можуть бути отримані шляхом узагальнення відповідних характеристик лінійних моделей.

Запропоноване дослідження спирається на попередні результати авторів, присвячені встановленню закономірностей зміни коефіцієнтів суперпозиції трьох вузлових точок поліноміальних функцій у межах обраної розрахункової схеми.

У роботі проаналізовано процес формування дискретних аналогів двовимірних геометричних образів на прикладі поліноміальних залежностей із урахуванням заданих розрахункових схем. У ході дослідження встановлено закономірності зміни коефіцієнтів суперпозиції для трьох вузлових точок функції двох змінних, які подано у вигляді графічних інтерпретацій числових послідовностей.

Отримані результати дозволяють здійснювати побудову ДГО у вигляді поліномів двох змінних на основі координат трьох заданих вузлових точок у межах обраної розрахункової схеми.

Проведене дослідження формує загальний підхід до визначення закономірностей зміни коефіцієнтів суперпозиції, що можуть бути використані для обчислення аплікат довільної кількості точок при моделюванні різноманітних двовимірних функціональних залежностей і довільних точкових множин.

Ключові слова: *геометричний апарат суперпозицій; геометричні образи; коефіцієнти суперпозиції; поліноми двох змінних; двовимірні числові послідовності.*

Постановка проблеми. Процес геометричного моделювання двовимірних геометричних образів у більшості випадків пов'язаний із виконанням складних і ресурсоємних процедур, зокрема формуванням та розв'язанням великих систем лінійних і нелінійних рівнянь.

Вивчення закономірностей зміни значень коефіцієнтів суперпозиції для трьох заданих вузлових точок різних двовимірних числових послідовностей у межах обраних розрахункових схем дає можливість ефективно розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції довільних двовимірних функціональних залежностей. Такий підхід дозволяє уникнути трудомістких процедур складання та розв'язання громіздких систем рівнянь.

Аналіз останніх досліджень. Проблематика застосування геометричного апарату суперпозицій для дискретного моделювання геометричних образів у поєднанні з класичним методом скінченних різниць, статико-геометричним підходом і математичним апаратом числових послідовностей, а також дослідження закономірностей зміни коефіцієнтів суперпозиції в процесах інтерполяції висвітлена в низці праць авторів цієї статті [1–8].

Мета і завдання статті. Метою роботи є дослідження узагальненого підходу до визначення значень коефіцієнтів суперпозиції координат трьох вузлових точок у межах обраних розрахункових схем для розв'язання задач дискретної інтерполяції та екстраполяції геометричних образів за допомогою двовимірних числових послідовностей. Зокрема, передбачається визначення поліномів двох змінних n-го ступеня для довільних дискретних значень, заданих за координатами вузлових точок із довільними кроками вздовж координатних осей.

Основна частина. Розглянемо наступне твердження: «Координати будь-якої точки довільної двовимірної числової послідовності можна подати як комбінацію координат трьох обраних точок цієї послідовності, якщо відома рекурентна залежність і її параметри».

Доведемо дане твердження.

Виведемо загальні формули обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції трьох заданих довільних точок

$A_1(i+p_1;j+m_1)$, $A_2(i+p_2;j+m_2)$, $A_3(i+p_3;j+m_3)$, двовимірних числових послідовностей, складовими яких є будь-які одновимірні числові послідовності, що представляють нескінченні дискретні форми певних функціональних залежностей, для визначення координат невідомих вузлових точок даних послідовностей при умові заданої величини рекурентної залежності $\boldsymbol{P}$.

Введемо позначення: $i+p_s=V_s$, $i+p=V$, $j+m_s=W_s$, $j+m=W$,

Тоді система рівнянь для визначення коефіцієнтів суперпозиції матиме вигляд:

$$\begin{cases} k_1+k_2+k_3=1 \\ V_1k_1+V_2k_2+V_3k_3=V \\ W_1k_1+W_2k_2+W_3k_3=W \\ T_1k_1+T_2k_2+T_3k_3=T-P \end{cases}. \qquad (1)$$

Визначники Δ системи (1) матимуть вигляд:

$\Delta=-V_2W_3+V_1W_3+V_3W_2-V_1W_2-V_3W_1+V_2W_1$;

$\Delta_1=-V_2W_3+VW_3+V_3W_2-VW_2-V_3W+V_2W$;

$\Delta_2=V_1W_3-VW_3-V_3W_1+VW_1+V_3W-V_1W$;

$\Delta_3=-V_1W_2+VW_2+V_2W_1-VW_1-V_2W+V_1W$

$\Delta_4=-V_1(T_3W_2-T_2W_3)+V(T_3W_2-T_2W_3)+V_2(T_3W_1-T_1W_3)-$
$-\mathrm{V}(\mathrm{T}_3\mathrm{W}_1-\mathrm{T}_1\mathrm{W}_3)+\mathrm{V}_2(-\mathrm{PW}_3-\mathrm{T}_3\mathrm{W})-\mathrm{V}_1(-\mathrm{PW}_3-\mathrm{T}_3\mathrm{W})-$
$-V_3(T_2W_1-T_1W_2)+V(T_2W_1-T_1W_2)-V_3(-PW_2-T_2W)+$
$+V_1(-PW_2-T_2W)+V_3(-PW_1-T_1W)-V_2(-PW_1-T_1W)$.

Коефіцієнти суперпозиції будуть обчислені за формулами:

$$k_s=\frac{\Delta_s}{\Delta};s=\overline{1;3}\ .$$

Якщо невідомими величинами будуть k_1 , k_2 , k_3 , T , то вирази для визначення величин коефіцієнтів суперпозиції заданих вузлових точок дискретного каркаса та аплікати шуканої точки Т матимуть вигляд:

$$k_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{-V_2W_3+VW_3+V_3W_2-VW_2-V_3W+V_2W}{-V_2W_3+V_1W_3+V_3W_2-V_1W_2-V_3W_1+V_2W_1};$$

$$k_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{V_1W_3-VW_3-V_3W_1+VW_1+V_3W-V_1W}{-V_2W_3+V_1W_3+V_3W_2-V_1W_2-V_3W_1+V_2W_1}; \qquad (2)$$

$$k_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}=\frac{-V_1W_2+VW_2+V_2W_1-VW_1-V_2W+V_1W}{-V_2W_3+V_1W_3+V_3W_2-V_1W_2-V_3W_1+V_2W_1};$$

$T=\Delta_4/\Delta=$
$=-V_1(T_3W_2-T_2W_3)+V(T_3W_2-T_2W_3)+V_2(T_3W_1-T_1W_3)-$
$-V(T_3W_1-T_1W_3)+V_2(-PW_3-T_3W)-V_1(-PW_3-T_3W)-$
$-V_3(T_2W_1-T_1W_2)+V(T_2W_1-T_1W_2)-V_3(-PW_2-T_2W)+$
$+V_1(-PW_2-T_2W)+V_3(-PW_1-T_1W)-V_2(-PW_1-T_1W)/$
$/-V_2W_3+V_1W_3+V_3W_2-V_1W_2-V_3W_1+V_2W_1$.

Або, безпосередньо, із системи (1):

$$T = k_1T_1 + k_2T_2 + k_3T_3 + P. \quad (3)$$

Якщо невідомими є k_1, k_2, k_3 та P, тоді величина рекурентної залежності визначається з такого виразу: $P = \Delta_4/\Delta =$
$=((T - T_1) \times (V_2 \times W_3 - V_3 \times W_2) + (T - T_2) \times (V_3 \times W_1 - V_1 \times W_3) +$
$+(T - T_3) \times (V_1 \times W_2 - V_2 \times W_1) + (T_1 - T_2) \times (V \times W_3 - V_3 \times W) +$
$+(T_1 - T_3) \times (V_2 \times W - V \times W_2) + (T_2 - T_3) \times (V \times W_1 - V_1 \times W))/$
$/((V_2 - V_1) \times W_3 + (V_1 - V_3) \times W_2 + (V_3 - V_2) \times W_1)$.

Або, безпосередньо, із системи (1):

$$P = T - (k_1T_1 + k_2T_2 + k_3T_3)\ . \quad (4)$$

Розглянемо алгоритм формування двовимірних каркасів ДГО через триточкову суперпозицію заданих опорних вузлів на прикладі числової послідовності (5):

$$z_{ij} = a_{00} + a_{10}i + a_{01}j + a_{20}i^2 + a_{11}ij + a_{02}j^2\ , \quad (5)$$

Графічно дискретний каркас числової послідовності виду (5), за умови $a_{00} = 0,\ a_{10} = 0, +a_{01} = 0,\ a_{20} = 1,\ a_{11} = 0,\ a_{02} = 1$, показано на рис. 1.

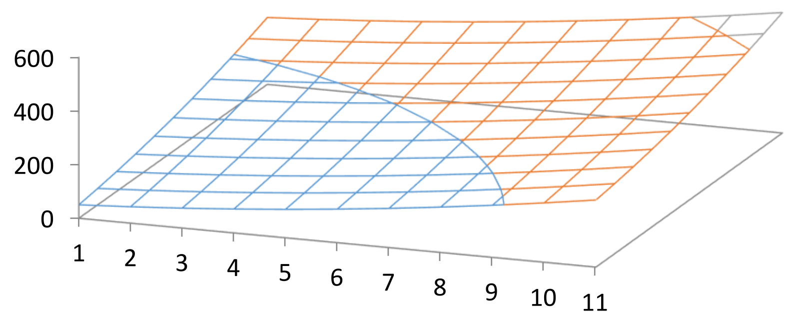


Рис. 1. Дискретний каркас двовимірної числової послідовності $z_{i,j} = i^2 + j^2$

Дискретні значення координат представлені в таблиці 1.

Таблиця 1.

Значення членів числової послідовності $z_{i,j} = i^2 + j^2$

j	***i***										
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	**15**
5	**50**	61	74	89	106	125	146	169	194	221	**250**
6	61	72	85	100	117	136	157	180	205	232	261
7	74	85	98	113	130	149	170	193	218	245	274
8	89	100	113	128	145	164	185	208	233	260	289
9	106	117	130	145	162	181	202	225	250	277	306
10	125	136	149	164	181	**200**	221	244	269	296	325
11	146	157	170	185	202	221	242	265	290	317	346
12	169	180	193	208	225	244	265	288	313	340	369

13	194	205	218	233	250	269	290	313	338	365	394
14	221	232	245	260	277	296	317	340	365	392	421
15	250	261	274	289	306	325	346	369	394	421	**450**

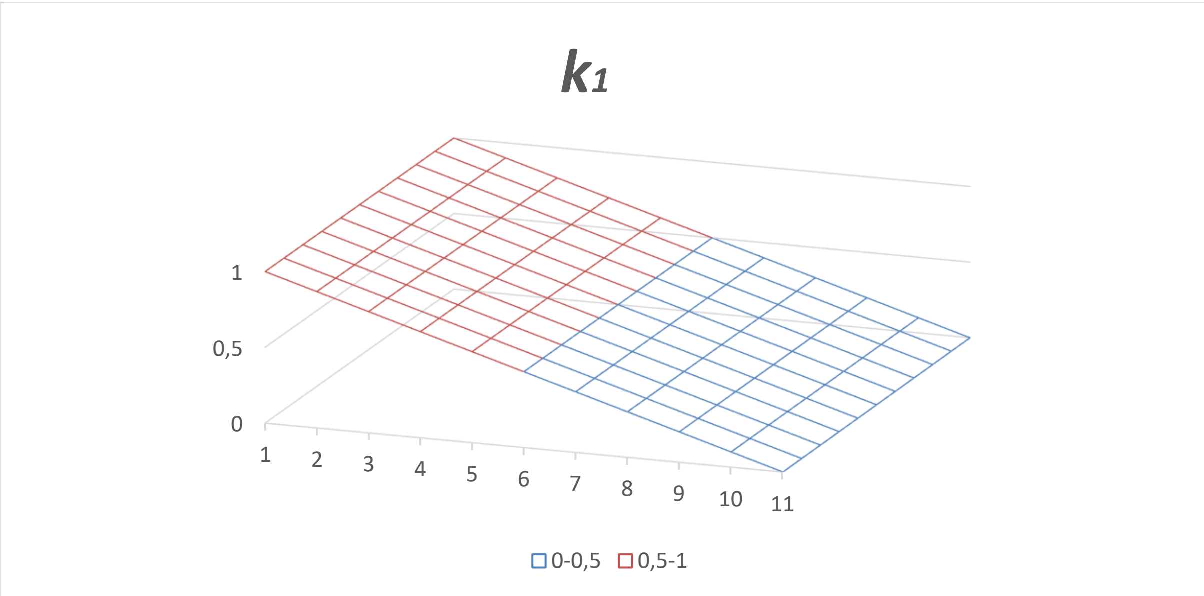
Результати обчислень коефіцієнтів суперпозиції точок $A_{5,5}^{1}(5, 5, 50)$, $A_{15,5}^{2}(15, 5, 250)$, $A_{15,15}^{3}(15, 15, 450)$ за формулами (2) для визначення координат вузлових точок: A_{ij} числової послідовності (5) за умови $a_{00} = 0$, $a_{10} = 0, +a_{01} = 0$, $a_{20} = 1$, $a_{11} = 0$, $a_{02} = 1$, наведені у таблиці 2, графічно представлені на рис. 2, *а*, *б*, *в*. Розрахункова схема показана на рис. 3.

Таблиця 2.

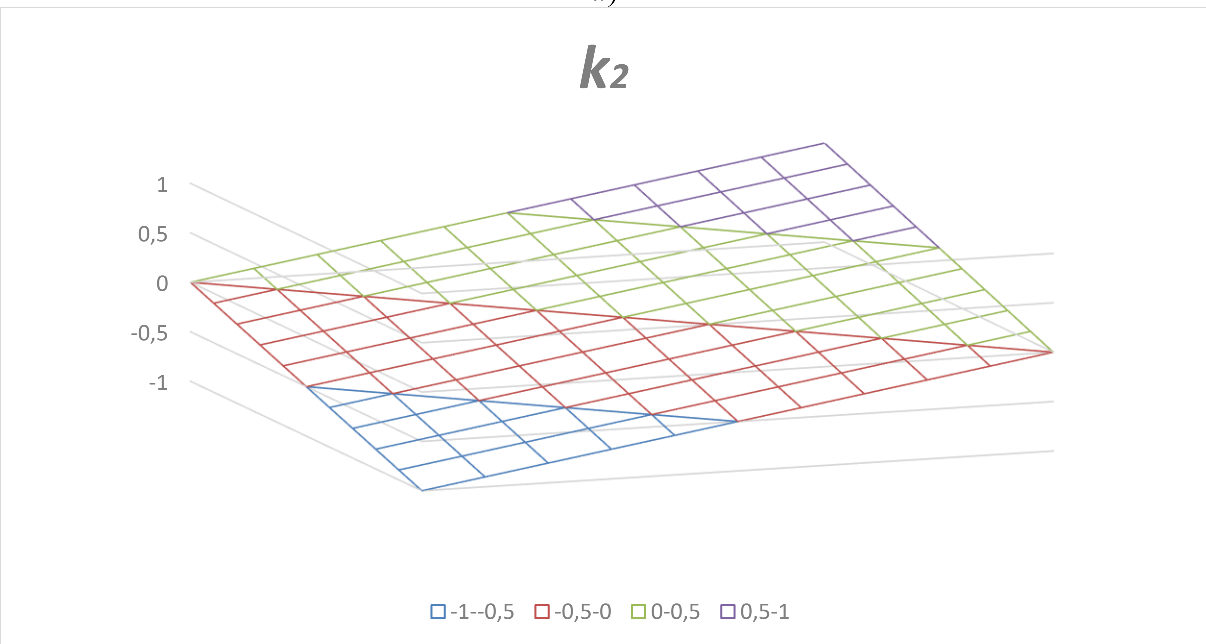
Значення коефіцієнтів суперпозиції координат заданих точок

k_1											
W	*V*										
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
6	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
7	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
8	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
9	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
10	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
11	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
12	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
13	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
14	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
15	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
k_2											
	V										
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
6	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
7	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
8	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
9	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
10	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
11	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4
12	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3
13	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2
14	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1
15	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0
k_3											
W	*V*										
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

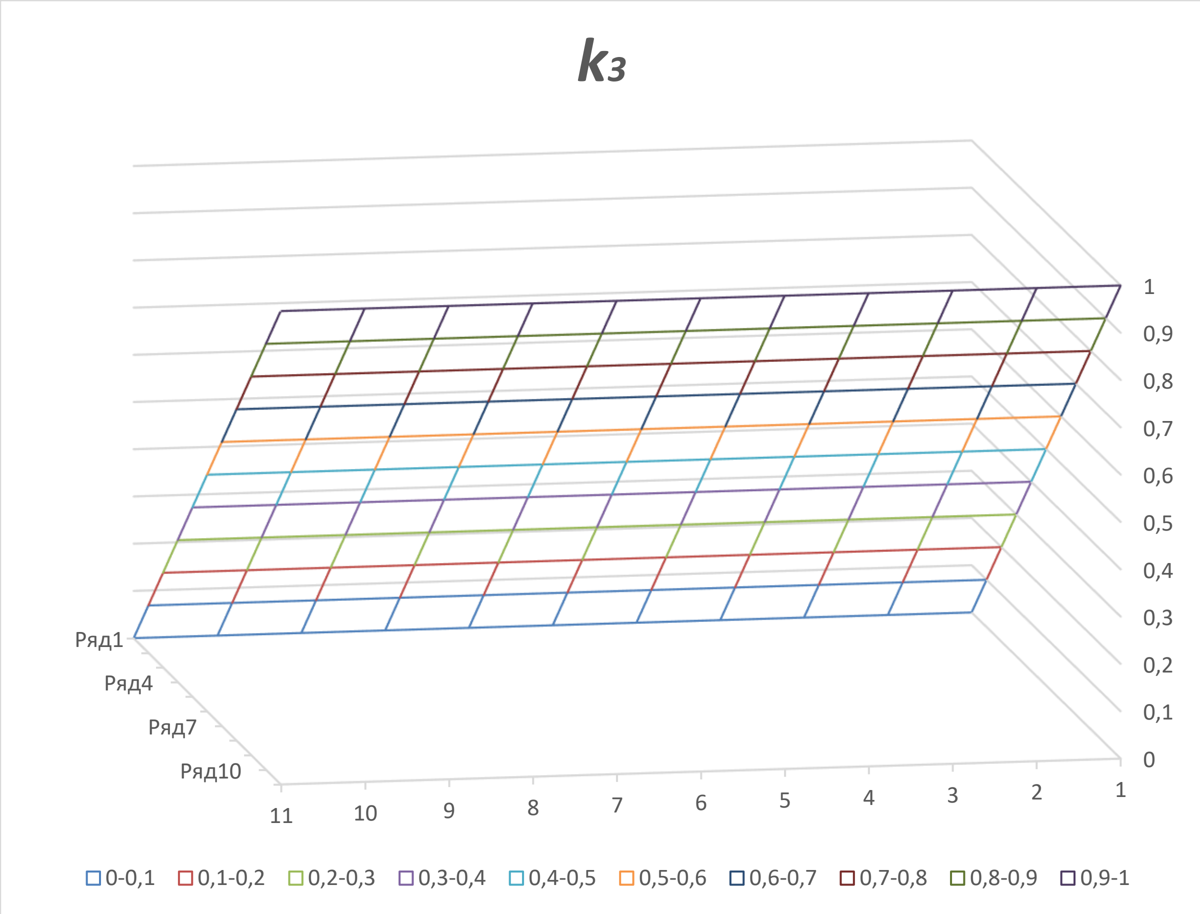
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
7	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
8	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
9	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
10	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
11	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
12	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
13	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
14	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1



а)



б)



в)

Рис. 2. *а*, *б*, *в*

Дискретні значення величин коефіцієнтів суперпозиції, відповідно, k_1 , k_2 , k_3 .

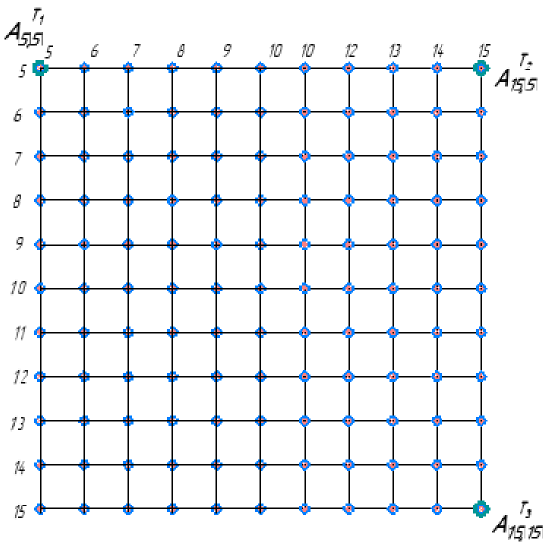


Рис. 3. Розрахункова схема для визначення величин коефіцієнтів суперпозиції k_1, k_2, k_3 .

Як видно із наведених вище прикладів (табл. 2, рис. 2 *а*, *б*, *в*), графіки величин коефіцієнтів суперпозиції k_1, k_2, k_3, k_4 являють собою двовимірні числові послідовності виду (6):

$$z_{ij} = a_{00} + a_{10}i + a_{01}j\ , \tag{6}$$

які розпадаються на суму двох:

$$z_i = a_0 + a_1 i \tag{7}$$

$$z_j = a_0 + a_1 j\ , \tag{8}$$

тобто являють собою числові послідовності, що описуються рекурентною формулою скінченої різниці 1-го порядку, тому достатньо мати два члена послідовності для визначення їх n членів.

Результати обчислень величини рекурентної залежності за формулами (4) наведено у таблиці 3, та графічно представлені на рис. 4.

Таблиця 3.

Значення величини рекурентної залежності

	P										
W	***V***										
	5	***6***	***7***	***8***	***9***	***10***	***11***	***12***	***13***	***14***	***15***
5	0	-9	-16	-21	-24	-25	-24	-21	-16	-9	0
6	-9	-18	-25	-30	-33	-34	-33	-30	-25	-18	-9
7	-16	-25	-32	-37	-40	-41	-40	-37	-32	-25	-16
8	-21	-30	-37	-42	-45	-46	-45	-42	-37	-30	-21
9	-24	-33	-40	-45	-48	-49	-48	-45	-40	-33	-24
10	-25	-34	-41	-46	-49	-50	-49	-46	-41	-34	-25
11	-24	-33	-40	-45	-48	-49	-48	-45	-40	-33	-24
12	-21	-30	-37	-42	-45	-46	-45	-42	-37	-30	-21
13	-16	-25	-32	-37	-40	-41	-40	-37	-32	-25	-16
14	-9	-18	-25	-30	-33	-34	-33	-30	-25	-18	-9
15	0	-9	-16	-21	-24	-25	-24	-21	-16	-9	0

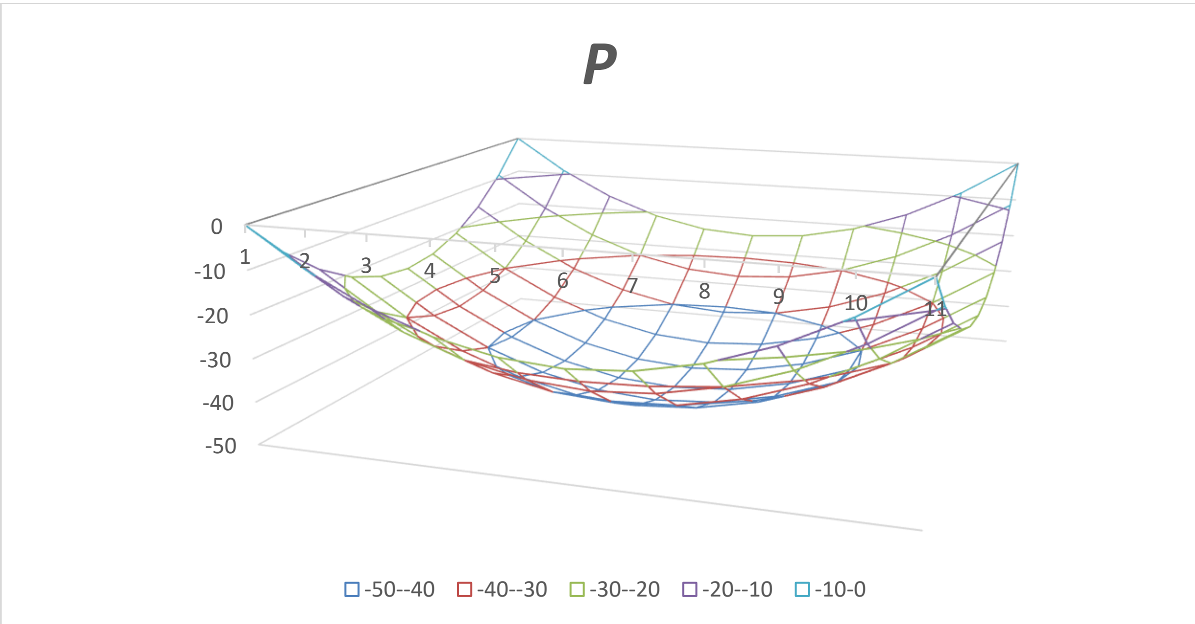


Рис. 4. Дискретні значення величини рекурентної залежності

Як видно із наведених вище прикладів (табл. 3, рисунок 4, графіки величин рекурентної залежності являє собою двовимірні числові послідовності виду (5):

$$z_{ij} = a_{00} + a_{10}i + a_{01}j + a_{20}i^2 + a_{11}ij + a_{02}j^2 \ ,$$

які розпадаються на суму двох:

$$z_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 \qquad (7)$$

$$z_j = a_0 + a_1 j + a_2 j^2 \ , \qquad (8)$$

тобто являють собою числові послідовності, що описуються рекурентною формулою скінченої різниці 2-го порядку:

$$y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1} = P.$$

Тому достатньо мати три члена послідовності для визначення їх n членів.

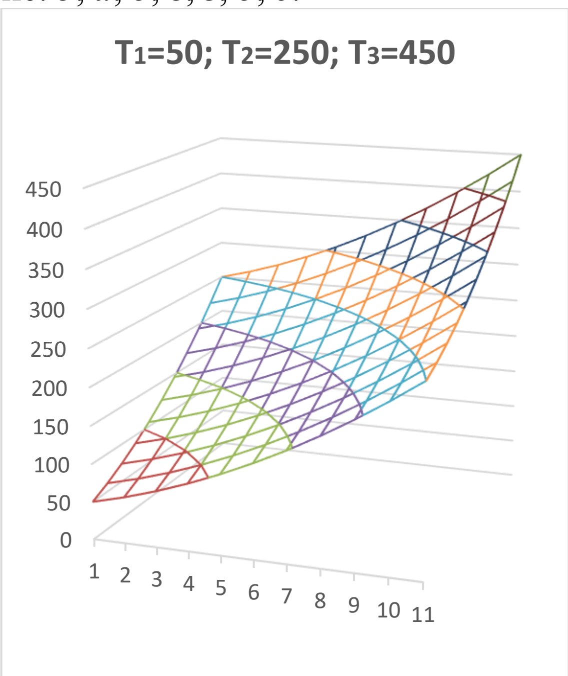
Вірність наведених у таблиці 2 величин коефіцієнтів суперпозиції і в таблиці 3 – величини рекурентної залежності перевіряється за формулою (3). Наприклад, для вузлової точки $A_{10,10}$:

$$T_{10,10} = k_1 T_{5,5} + k_2 T_{15,50} + k_3 T_{15,15} + P \ ;$$

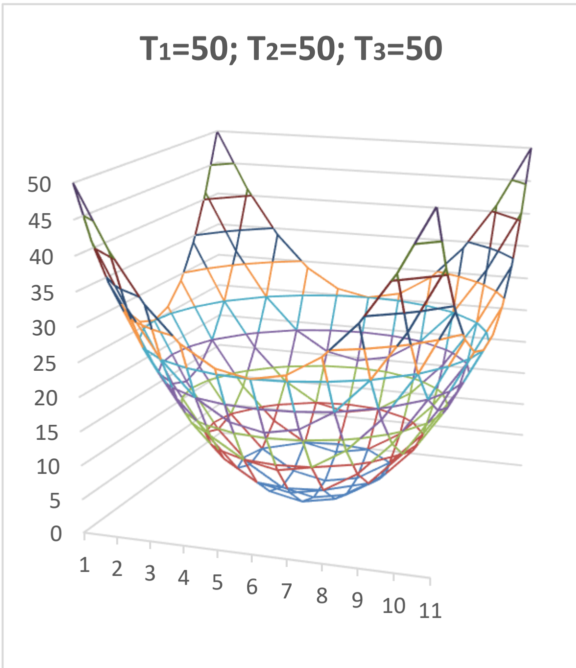
$$200 = 0{,}5 \cdot 50 + 0 \cdot 250 + 0{,}5 \cdot 450 - 50 = 200.$$

Далі, вважаючи величини коефіцієнтів суперпозиції k_1 , k_2 , k_3 , а також – величину рекурентної залежності відомими (заданими) зможемо визначати аплікати модельованих дискретних каркасів поверхонь виду (5) для обраної розрахункової схеми (рис. 3). Формоутворюючими величинами будуть аплікати трьох точок заданих вузлів, а також – величина рекурентної залежності.

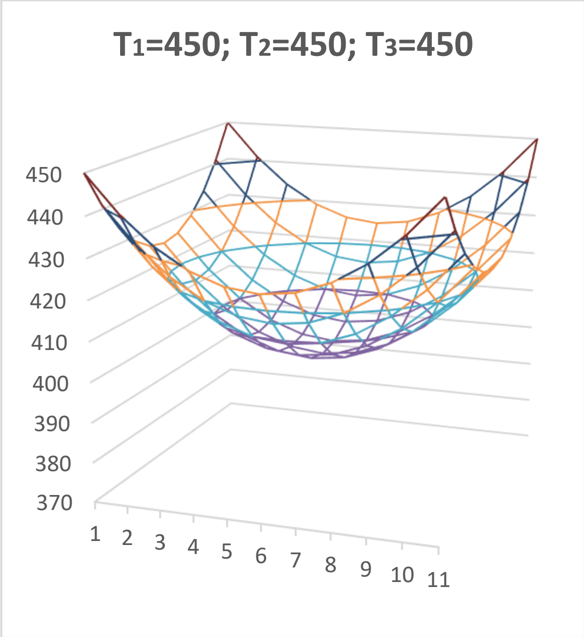
Модельовані ДГО для різних вихідних даних представлені на рис. 5, *а*, *б*, *в*, *г*, *д*, *е*.



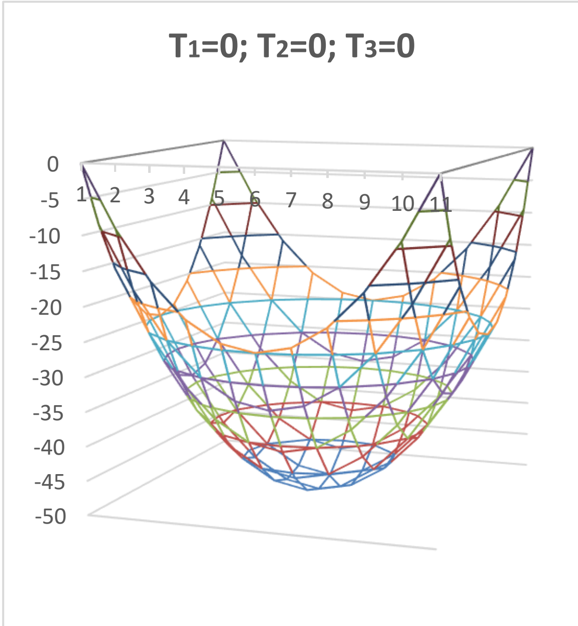
а)



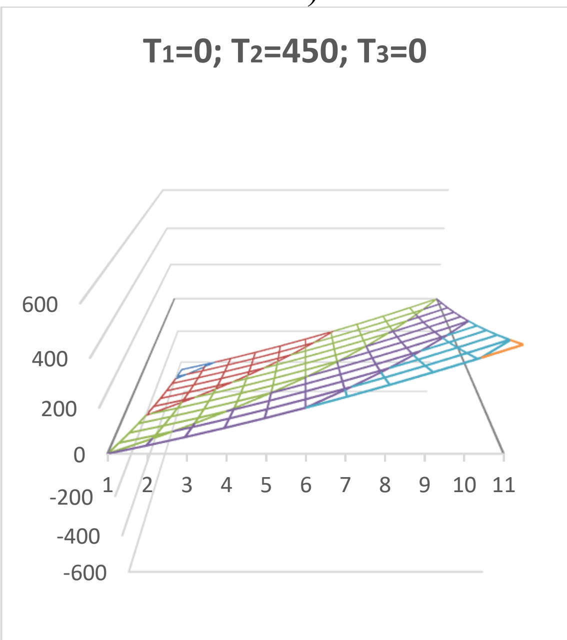
б)



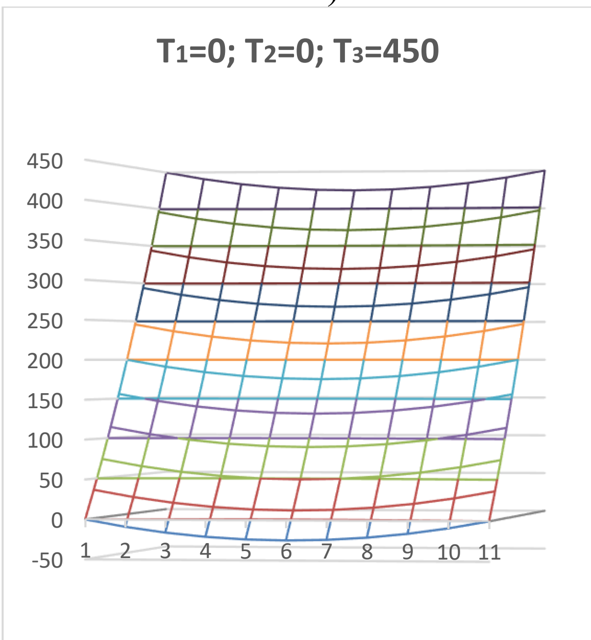
в)



г)



д)



е)

Рис. 5, *а*, *б*, *в*, *г*, *д*, *е*. Дискретні каркаси модельованих ДГО

Висновки. У роботі розроблено алгоритм визначення дискретних значень коефіцієнтів суперпозиції для трьох заданих вузлових точок, що базується на використанні двовимірної числової послідовності другого порядку. Запропонований підхід забезпечує можливість формування ДГО відповідно до обраної розрахункової схеми. Таким чином, сформульовано метод суцільної інтерполяції із застосуванням числових послідовностей двох змінних, складовими яких є одновимірні послідовності, що відображають нескінченні дискретні представлення поліноміальних аналітичних функцій, з урахуванням заданого параметра рекурентної залежності $\boldsymbol{P}$ та вибраної розрахункової моделі.

Перспективи подальших досліджень. Запропонований підхід може бути розширений для задач суцільної інтерполяції із використанням числових послідовностей двох змінних, компонентами яких виступають довільні одновимірні послідовності, що задають нескінченні дискретні представлення різних аналітичних функцій. При цьому враховується заданий параметр рекурентної залежності $\boldsymbol{P}$ та специфіка обраних розрахункових схем.

Література

1. *Воронцов О. В., Воронцова І. В.* Суперпозиції координат чотирьох точок на прикладі поліномів двох змінних. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2024. Вип. 106. С. 67–81. DOI: https://doi.org/10.32347/0131-579x.2024.106.67-81
2. *Воронцов О. В., Воронцова І. В.* Залежності величини скінченної різниці та величин коефіцієнтів суперпозиції при формуванні одновимірних геометричних образів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2023. Вип. 105. С. 62–80. DOI: https://doi.org/10.32347/0131-579x.2023.105.62-80
3. *Воронцов О. В., Воронцова І. В.* Формування одновимірних геометричних образів суперпозиціями точкових множин за даними крайовими умовами і величиною скінченої різниці. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2023. Вип. 104. С. 59–79. DOI: https://doi.org/10.32347/0131-579x.2023.104.59-79
4. *Воронцов О. В., Воронцова І. В.* Дослідження закономірностей зміни величин коефіцієнтів суперпозиції одновимірних functional залежностей на прикладі поліноміальних функцій. *Сучасні проблеми моделювання : зб. наук. пр.* Мелітополь : МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2021. Вип. 21. С. 74–82. DOI: https://doi.org/10.33842/22195203/2021/21/74/82
5. *Воронцов О. В., Воронцова І. В*. Закономірності зміни величин коефіцієнтів суперпозиції у процесі інтерполяції гіперболічними функціями. *Прикладні питання математичного моделювання*. Херсон : ХНТУ, 2021. Т. 4, № 1. С. 59–66. DOI: https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.6
6. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Discrete modeling of building structures geometric images. *International Journal of Engineering & Technology*. Vol. 7 No. 3.2. 2018. P. 727 – 731.
DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467
7. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. *International Journal of Engineering & Technology*. №7 (4.8), Special Issue №8. 2018. Pages 560–565.
DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27306
8. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Modeling of shell type spatial structural forms by superpositions of support nodes coordinates. Lecture Notes in Civil Engineering. Volume 73. 2019. Pages 501–513.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-42939-3

References

1. *Vorontsov, O. V., & Vorontsova, I. V.* (2024). Superpozytsii koordynat chotyriokh tochok na prykladi polinomiv dvokh zminnykh [Superpositions of coordinates of four points on the example of polynomials of two variables]. *Prikladna Heometriia ta Inzhenerna Hrafika [Applied Geometry and Engineering Graphics]*, (106), 67–81. https://doi.org/10.32347/0131-579x.2024.106.67-81 {in Ukrainian}
2. *Vorontsov, O. V., & Vorontsova, I. V.* (2023). Zalezhnosti velychyny skinchennoi riznytsi ta velychyn koefitsiientiv superpozytsii pry formuvanni odnovymirnykh heometrychnykh obraziv [Dependencies of the finite difference value and the values of superposition coefficients in the formation of one-dimensional geometric images]. *Prikladna Heometriia ta Inzhenerna Hrafika [Applied Geometry and Engineering Graphics]*, (105), 62–80. https://doi.org/10.32347/0131-579x.2023.105.62-80 {in Ukrainian}
3. *Vorontsov, O. V., & Vorontsova, I. V.* (2023). Formuvannia odnovymirnykh heometrychnykh obraziv superpozytsiiamy tochkovykh mnozhyn za danymy kraiovymy umovamy i velychynoiu skinchenoi riznytsi [Formation of one-dimensional geometric images by superpositions of point sets according to given boundary conditions and the value of finite difference]. *Prikladna Heometriia ta Inzhenerna Hrafika [Applied Geometry and Engineering Graphics]*, (104), 59–79. https://doi.org/10.32347/0131-579x.2023.104.59-79 {in Ukrainian}
4. *Vorontsov, O. V., & Vorontsova, I. V.* (2021). Doslidzhennia zakonomirnostei zminy velychyn koefitsiientiv superpozytsii odnovymirnykh funktsionalnykh zalezhnostei na prykladi polinomialnykh funktsii [Investigation of regularities of change of values of superposition coefficients of one-dimensional functional dependences on the example of polynomial functions]. *Suchasni Problemy Modeliuvannia [Modern Problems of Modeling]*, (21), 74–82. https://doi.org/10.33842/22195203/2021/21/74/82 {in Ukrainian}
5. *Vorontsov, O. V., & Vorontsova, I. V.* (2021). Zakonomirnosti zminy velychyn koefitsiientiv superpozytsii u protsesi interpoliatsii hiperbolichnymy funktsiiamy [Regularities of changing the values of superposition coefficients in the process of interpolation by hyperbolic functions]. *Prykladni Pytannia Matematychnoho Modeliuvannia [Applied Issues of Mathematical Modeling]*, *4*(1), 59–66. https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.6 {in Ukrainian}
6. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Discrete modeling of building structures geometric images. *International Journal of Engineering & Technology*. Vol. 7 No. 3.2. 2018. P. 727–731.
DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467
7. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. *International Journal of Engineering & Technology*. №7 (4.8), Special Issue №8. 2018. Pages 560–565.
DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27306
8. *Vorontsov O.V.,Tulupova L.O., Vorontsova I.V.* Modeling of shell type spatial structural forms by superpositions of support nodes coordinates. *Lecture Notes in Civil Engineering*. Volume 73. 2019. Pages 501–513.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-42939-3

PhD, assistant professor **Oleg Vorontsov**
voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196
PhD, lecturer **Iryna Vorontsova**
ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816

*Poltava Oil and Gas College of
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic».*

ALGORITHM FOR DETERMINING THE COORDINATES OF POINTS OF A TWO-DIMENSIONAL FRAME USING THREE-POINT SUPERPOSITION

The paper proposes a generalized approach to determining the values of superposition coefficients for two-dimensional point sets based on given computational schemes. This approach makes it possible to solve problems of continuous discrete interpolation and extrapolation using numerical sequences for arbitrary two-dimensional functional dependencies defined by three preassigned nodal points. One of the objectives of the study is to further develop approaches to modeling discrete geometric objects (DGOs) using the classical finite difference method, the static-geometric approach, and the geometric apparatus of superposition.

It is well known that one-dimensional DGO models (curves represented in discrete or continuous form) are significantly easier to analyze comprehensively than two-dimensional models (surfaces). At the same time, it can be assumed that certain properties of discrete line models can be extended to surfaces formed according to similar principles, if such lines are considered as components of a surface framework. Other properties of surfaces can be obtained by generalizing the corresponding characteristics of line models.

The proposed study is based on the authors' previous results related to establishing patterns in the variation of superposition coefficients for three nodal points of polynomial functions within a selected computational scheme.

The paper analyzes the process of forming discrete analogs of two-dimensional geometric objects using polynomial functional dependencies and taking into account the specified computational schemes. In the course of the study, patterns in the variation of superposition coefficients for three nodal points of a function of two variables were identified and presented in the form of graphical interpretations of numerical sequences.

The obtained results make it possible to construct DGOs in the form of polynomials of two variables based on the coordinates of three given nodal points within the chosen computational scheme.

The conducted research establishes a general approach to determining the patterns of variation of superposition coefficients, which can be used to calculate the applicates of an arbitrary number of points when modeling various two-dimensional functional dependencies and arbitrary point sets.

Keywords: geometric apparatus of superposition; geometric objects; superposition coefficients; polynomials of two variables; two-dimensional numerical sequences.