

к. т. н., доцент **Гнітецька Т.В.**
gnitetsk@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9682-6488
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,
(Україна, м. Київ)

ПАРАМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗГОРТОК ПОВЕРХОНЬ ОБЕРТАННЯ ЗАСОБАМИ ДИНАМІЧНИХ БЛОКІВ AUTOCAD

У статті розглядається актуальна науково-практична задача автоматизації побудови розгорток нерозгортних поверхонь обертання, що часто зустрічаються при макетуванні культових споруд, предметів культу та складних архітектурних форм. Незважаючи на широкі можливості сучасного програмного забезпечення (SolidWorks, Inventor, Rhino), більшість інструментів орієнтована на технологічну роботу з листовим металом або потребує наявності 3D-моделі. Наприклад, у середовищі AutoCAD відсутній прямий інструментарій для автоматичного розгортання поверхонь, що зумовлює необхідність пошуку нових рішень щодо комп'ютерного моделювання розгорток нерозгортних поверхонь.

Автором запропоновано інноваційний гібридний алгоритм, який поєднує класичні методи нарисної геометрії (спосіб циліндрів, спосіб конусів, метод триангуляції) із сучасними інструментами параметризації AutoCAD. Наукова новизна дослідження полягає у розробці та застосуванні динамічних блоків при побудові розгорток поверхонь обертання. Такий підхід дозволяє керувати формою розгортки в реальному часі через табличні дані (натуральні величини твірних апроксимуючих конусів та радіуси паралелей) без необхідності попереднього створення 3D моделі.

У роботі детально описано процес накладання параметричних зв'язків. Особливу увагу приділено математичному забезпеченню блока. Зокрема використано формули для автоматичного розрахунку значень окремих розмірних залежностей. Практична цінність запропонованої методики полягає у можливості оперативного керування точністю розгортки шляхом зміни кількості сегментів (n) у швидких властивостях блока, що забезпечує автоматичну перебудову графічних елементів.

Для виготовлення реальних макетів, де важлива адаптивність сітки (можливість загушення точок на ділянках із великою кривиною) такий спосіб є досить ефективним. Результати дослідження можуть бути впроваджені у реальне проектування для реконструкції пам'яток архітектури.

Ключові слова: комп'ютерна графіка, нарисна геометрія, САПР AutoCAD, параметризація, динамічні блоки, нерозгортні поверхні, апроксимація, геометричне моделювання, архітектурне макетування

Постановка проблеми. При розробці 3D-моделей та архітектурно-планувальних макетів культових споруд (церков, дзвіниць), предметів культу (дзвонів), елементів декору часто виникає необхідність виконувати розгортки поверхонь для подальшого їх виготовлення. Для багатограних поверхонь можна побудувати точні розгортки способом нормального перерізу, розкочування або триангуляції (триангуляційним способом). Більшість поверхонь обертання (зокрема сфера, тор, параболоїд тощо) належать до класу нерозгортних поверхонь. Для таких поверхонь будують наближені розгортки із заданим ступенем точності, здійснюючи їх апроксимацію відсіками розгортних поверхонь. Тема статті присвячена дослідженню способу спрощення процесу побудови розгорток складних поверхонь обертання, що часто зустрічаються в архітектурних та промислових формах. Застосування параметризації дозволяє автоматизувати, спростити та прискорити процес проектування та побудови розгорток.

Ціль статті. Ціль даної статті полягає у представленні способу побудови розгорток поверхонь обертання за допомогою використання інструментів параметризації САПР AutoCAD.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Комп'ютерне проектування та тривимірне моделювання дозволяє проводити пошук оптимальних форм конструкцій [1], що вимагає не тільки володіння сучасними програмними засобами, але і оперування теоретичними знаннями з нарисної геометрії [2]. Комп'ютерне моделювання застосовується на підготовчому етапі процесу виготовлення об'єктів. Зокрема його використовують для побудови розгорток різних типів поверхонь.

Не зважаючи на все більше застосування комп'ютерного моделювання, реальні макети культових споруд мають свою інформаційну цінність [3]. Виготовлення реального макету таких об'єктів також потребує побудови розгорток його поверхонь, які можуть бути як розгортними так і нерозгортними. Нерозгортні поверхні зустрічаються, наприклад, в архітектурних об'єктах. Часто це поверхні обертання.

При виготовленні таких об'єктів необхідно реалізувати їх високу якість, знизити витрати на їх проектування та подальше виготовлення. Практична реалізація таких проектів потребує ґрунтовних науково-практичних досліджень.

Дослідженням зазначеної проблеми присвячено низку праць наукової школи кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки КНУБА під керівництвом проф. С. М. Ковальова та проф. С. І. Ботвіновської. Зокрема, у роботі [1] обґрунтовано можливості застосування узагальненого статико-

геометричного методу С. М. Ковальова для дискретного геометричного моделювання та розв'язано питання параметричної відповідності проектного завдання вихідним даним. Проблематику впровадження методології структурно-параметричного геометричного моделювання для вирішення подібних задач висвітлено у наукових доробках проф. Г. А. Вірченко та проф. В.О. Плоского [4]. Також ця проблематика висвітлена в роботах[5, 6].

Основна частина. До систем автоматизованого проектування, що дозволяють виконувати розгортки належать SolidWorks, де на створеній 3D моделі користувач задає лінію розриву на поверхні, що розгортається. Програма розгортає поверхню з урахуванням коефіцієнта розтягування металу (K-factor). Autodesk Inventor має аналогічний до SolidWorks функціонал. Професійним є програмне забезпечення Siemens NX / Solid Edge, яке використовується для складних авіаційних та суднобудівних поверхонь, де геометрична форма поверхонь обертання може бути складною. Серед доступних програмних засобів є Rhino 3D (Rhinoceros), яка робить розгортки складних розгортних поверхонь. Для більш складних поверхонь необхідно використовувати плагіни на кшталт Squish. Програмне забезпечення FreeCAD (модуль SheetMetal), також дозволяє розгортати поверхні конусів та циліндрів. В різних програмних засобах вхідними даними для задання поверхні можуть бути таблиці даних (LogiTrace), або безпосередньо побудована 3D поверхня обертання (SolidWorks). Тобто в одних випадках необхідно знати методи нарисної геометрії для виконання побудов, наприклад, вміти виконувати пошук натуральних величин для заповнення табличних даних (LogiTrace), інші випадки розраховані більше на наявність 3D моделі та технологічну складову, де необхідно враховувати точність згину та товщину матеріалу (Inventor).

AutoCad не має інструментів для виконання розгорток поверхонь автоматично. Він може створювати лінійні поверхні (RULESURF), може збільшувати їх деталізацію (SURFTAB1). Після чого отримана плоска фігура фрагмента розгортки суміщається з площиною розгортки (ALIGN) та розмножується масивом. Для твердотільних об'єктів використовують команду MESHSMOOTH для отримання більшої кількості плоских сегментів. Поверхню можна апроксимувати многогранником, гранями якого є трикутники (метод триангуляції) (рис.1.), але отримані трикутники також необхідно буде суміщати з площиною розгортки. Проте в AutoCAD присутній зручний інструмент параметризації та роботи з динамічними блоками, який можна використати для побудови розгорток.

При проведенні дослідження було використано класичні алгоритми побудови розгорток поверхонь обертання. Це спосіб циліндрів, спосіб конусів, метод триангуляції.

При використанні способу циліндрів поверхню розтинають на однакові сегменти площинами, що проходять через вісь обертання поверхні. Частина поверхні між такими січними площинами апроксимується циліндричною поверхнею, твірними якої є відрізки дотичні до відповідних проведених паралелей поверхні в площині паралелі у межах сегмента. Отримана розгортка одного такого сегмента поверхні (пелюстка), помножена на кількість сегментів дає повну розгортку поверхні обертання. Чим більша кількість сегментів, тим точніше буде отримана розгортка.

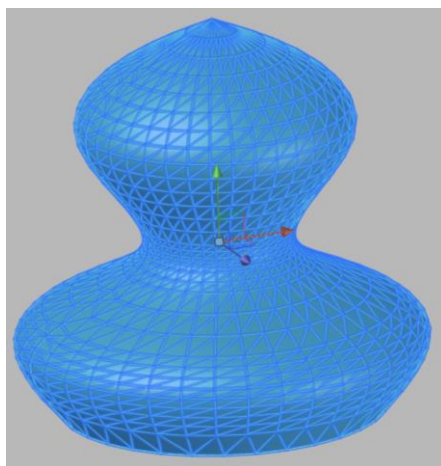


Рис.1. Тріангуляційна сітка на поверхні обертання

При використанні способу конусів січні площини проводять перпендикулярно до осі обертання (паралелі). Кожен отриманий сегмент апроксимується конічною поверхнею. З'єднані уздовж паралелей розгортки кожного з таких конусів дають повну розгортку поверхні.

Запропонований алгоритм є дещо гібридним між способами апроксимації зазначеними вище.

За вхідні значення для динамічного блока було обрано кількість сегментів n , як у способі циліндрів. Для введення наступних даних на контурі обертання обирались відповідні значення, які більше відповідають методу конусів, а саме натуральна величина твірної апроксимуючого конуса та радіус кола паралелі його основи. При цьому доцільно використовувати нерівномірну сітку паралелей, згущуючи її на ділянках з більшою кривиною контуру поверхні.

Створюємо динамічний блок. На базі таких блоків можна отримати секцію (пелюстку), з яких буде утворюватися повна розгортка подібно до способу циліндрів.

Блок утворюється параметризованими відрізками, скріпленими між собою геометричною залежністю «суміщення». На вертикальні відрізки накладено розмірну залежність, що забезпечує їх відповідність натуральним величинам твірних апроксимуючих конусів та накладено геометричну залежність «вертикальність».

При накладенні розмірних залежностей на горизонтальні відрізки було враховано кількість сегментів n , та радіус відповідної паралелі. В результаті було знайдено довжину сторони правильного n -кутника, описаного навколо кола, що має радіус R_i відповідної паралелі і дорівнює $2 \cdot l_i$ (1).

$$l_i = \text{tg}(180/n)R_i \quad (1)$$

На ці ж відрізки накладається геометрична залежність «горизонтальність». Бічні сторони утворені відрізками, що пов'язані геометричною залежністю «суміщення» з крайніми точками горизонтальних відрізків.

Тобто фактично частина поверхні між двома паралелями апроксимується зрізаною n -кутною правильною пірамідою, нижня і верхня основи якої описані навколо відповідних паралелей. В результаті поверхня обертання апроксимується многогранником, що подібно до способу триангуляції.

На рис.2 показано реалізований динамічний блок, що містить 5 секцій. В Parameters Manager відображено усі параметри користувача, застосовані в розмірній параметризації.

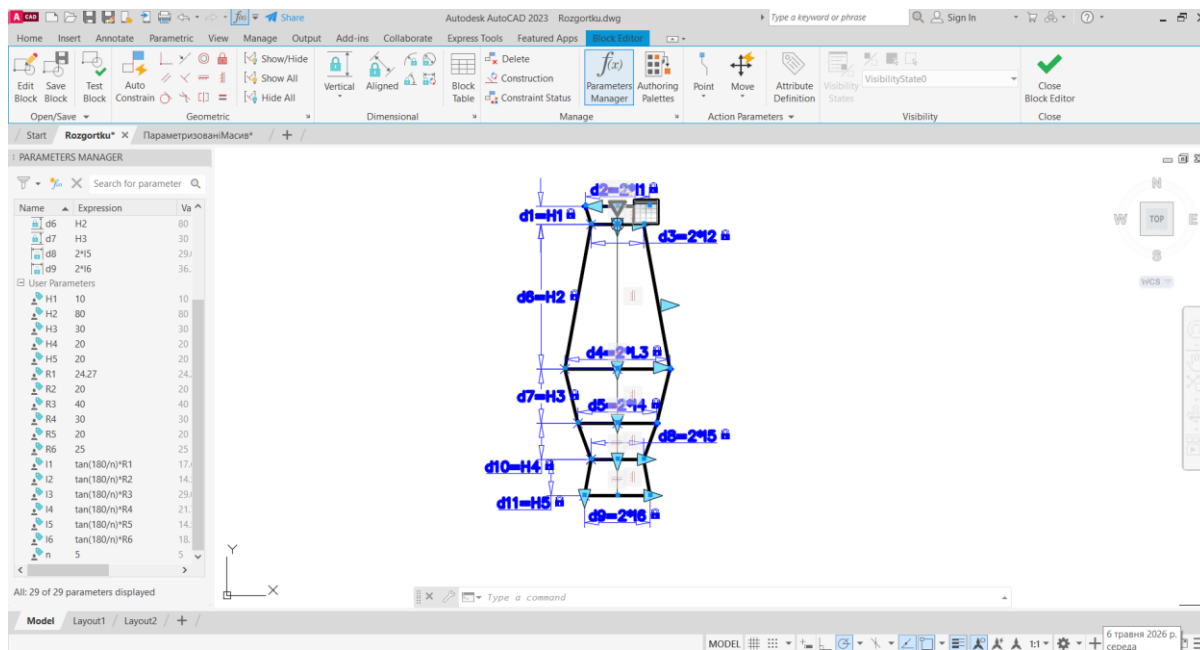


Рис.2 Динамічний блок, що задає секцію для побудови розгортки поверхонь обертання

Створений динамічний блок було використано для виконання розгортки поверхні, показаної на рис.1. Якщо вхідних даних багато, можна послідовно зістикувувати кілька блоків. В таблицю параметрів кожного з блоків було введено відповідні дані натуральних величин твірних апроксимуючих конусів, та радіусів паралелей, що дорівнюють радіусам кіл основ цих конусів. В результаті було отримано розгортку однієї пелюстки при $n=5$. При зміні значення параметру n в швидких

властивостях автоматично відбулась перебудова розгортки. Так само, при необхідності, можна змінювати значення радіусів паралелей та довжини твірних. Результат показано на рис. 3. Чим більше n , тим точніше може бути виконана розгортка. Для побудови повної розгортки поверхні кількість пелюсток повинна відповідати n .

Для отримання розгортки способом конусів, достатньо задати $n=3$. Отриману секцію було відображено, відносно бічної сторони секції $n-1$ раз, наприклад, командою MIRROR. В результаті можна побудувати коло за трьома точками дотику. На рис. 4 показана середня секція поверхні при $n=5$, і відповідна розгортка (червоною лінією) двох апроксимуючих конусів. Перевагою цього способу є те, що немає необхідності обраховувати кут при вершині апроксимуючого конуса та шукати положення його вершини. Необхідний кут для виконання розгортки автоматично знаходиться при виконанні побудов.

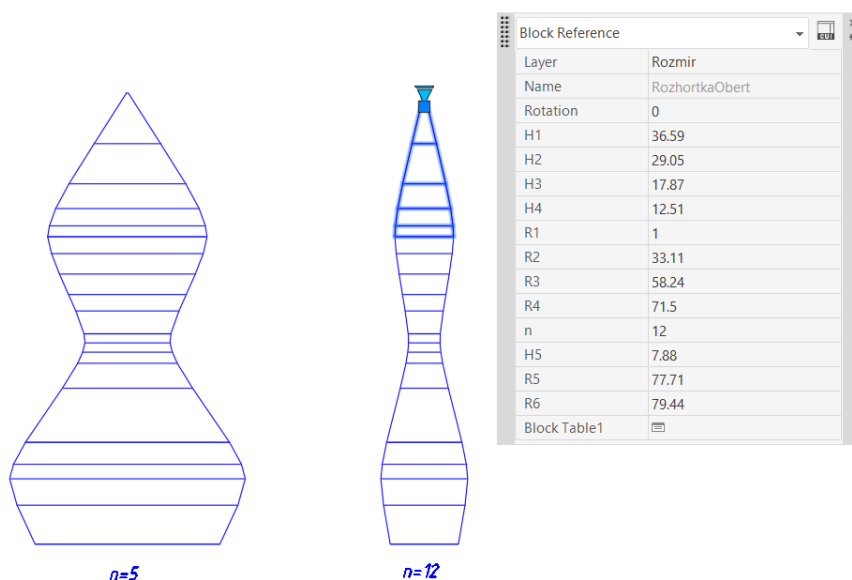


Рис. 3 Частина розгортки (пелюстки) за введеними табличними даними при значеннях $n=5$ та $n=12$

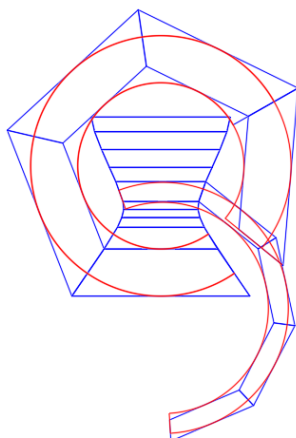


Рис.4 Розгортка двох секторів апроксимуючих конусів поверхні обертання при $n=5$

Висновки та перспективи. У процесі дослідження було запропоновано спосіб побудови розгортки поверхонь обертання з використанням динамічних блоків в AutoCAD. Переваги запропонованого способу наступні:

- побудова розгортки без попередньої побудови 3D моделі поверхні обертання. Дані про поверхню вносяться у відповідну таблицю;
- кількість і положення паралелей на поверхні обертання може задаватись не рівномірно, а в залежності від складності контуру поверхні. На фрагментах контуру поверхні обертання з великою кривиною можна задавати більшу їх кількість;
- послідовність блоків дозволяє задавати потрібну кількість вхідних даних. Такі блоки розташовуються один за одним, а повтор радіусів паралелей (основ конусів) в кінці попереднього та на початку наступного блока дозволяє виконати суміщення окремих частин поверхні розгортки. Так на рис.3 показана розгортка виконана трьома блоками;
- оскільки при побудові застосовується параметризація, можна ввести коефіцієнти, які будуть враховувати тип матеріалу та його товщину;
- при виконанні розгортки методом конусів достатньо $n = 3$ для того, щоб можна було провести коло за трьома точками дотику, що дозволяє точно відтворити розгортку апроксимуючого конуса;
- точність розгортки можна оцінити порівнявши обраховану за розгорткою площу поверхні зі значеннями обчисленими за допомогою інтегралів;
- використанням таблиці динамічного блоку, можна створити бібліотеку табличних даних геометричних форм окремих об'єктів для швидкого отримання їх розгорток;
- зміна параметрів створеної цифрової параметричної моделі розгортки дозволяє в реальному часі спостерігати, як варіація радіуса паралелі або кількості секторів (n) миттєво змінює геометрію «пелюстки»;
- використання цього способу розширяє можливості застосування AutoCAD.

Наступним етапом дослідження планується застосування динамічних блоків для побудови умовних розгорток інших типів нерозгорнутих поверхонь.

Література:

1. Ботвіновська С.І., Ковальов С.М., Золотова А.В. Формування дискретних каркасів купольних споруд. *Восточно-Европейский научный журнал*. Варшава, 2020. Т. 1, № 12(64). С. 13–17. URL: <https://archive.eesajournal.com/index.php/eesa/issue/view/9/38>

2. Барбаш М. Особливості конструювання поверхонь архітектурних форм із використанням комп'ютерної графіки. *Технічні науки та технології*. № 1(23), 2021 С. 208–214. DOI: 10.25140/2411-5363-2021-1(23)-208-214
3. Барбаш Є.В. Побудова умовних розгорток поверхонь обертання при виготовленні архітектурних макетів / Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих учених (м. Чернігів, 8-9 квітня 2020 р.) : збірник тез доповідей. - Чернігів : Черніг. нац. технол. ун-т, 2020. С.56–58. DOI: 10.32347/0131-579x.2022.103.201-208
4. Вірченко Г. А., Плоский В. О., Терещук М. О. До питання проектування та відновлення культових архітектурних об'єктів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2025. Вип. 108. С. 43–52. DOI: 10.32347/0131-579x.2025.108.43-52
5. Терещук М. О. Структурно-параметричний спосіб формоутворення куполів православних храмів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2022. Вип. 103. С. 201–208. DOI: 10.32347/0131-579x.2022.103.201-208
6. Терещук М. О. Структурно-параметричні геометричні моделі поверхонь куполів православних храмів. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2022. Вип. 5.1. С. 95–100. DOI: 10.32782/mathematical-modelling/2022-5-1-12

Referenses

1. Botvinovska S.I., Kovalov S.M., Zolotova A.V. Formuvannia dyskretnykh karkasiv kupolnykh sporud. *Vostochno-Evropeyskyi nauchnyi zhurnal*. Varshava, 2020. T. 1, № 12(64). S. 13–17. URL: <https://archive.eesajournal.com/index.php/eesa/issue/view/9/38> {in Ukrainian}
2. Barbash M. Osoblyvosti konstruiuvannia poverkhon arkhitekturykh form iz vykorystanniam kompiuternoï hrafiky. *Tekhnichni nauky ta tekhnolohii*. № 1(23), 2021 S. 208–214. DOI: 10.25140/2411-5363-2021-1(23)-208-214 {in Ukrainian}
3. Barbash Ye.V. Pobudova umovnykh rozghortok poverkhon obertannia pry vyhotovlenni arkhitekturykh maketiv / Vseukrainska naukovo-praktychna konferentsiia studentiv, aspirantiv ta molodykh uchenykh (m. Chernihiv, 8-9 kvitnia 2020 r.) : zbirnyk tez dopovidei. - Chernihiv : Chernih. nats. tekhnol. un-t, 2020. S.56–58. DOI: 10.32347/0131-579x.2022.103.201-208 {in Ukrainian}
4. Virchenko H. A., Ploskyi V. O., Tereshchuk M. O. Do pytannia proiektuvannia ta vidnovlennia kultovykh arkhitekturykh obiektiv. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. 2025. Vyp. 108. S. 43–52. DOI: 10.32347/0131-579x.2025.108.43-52 {in Ukrainian}
5. Tereshchuk M. O. Strukturno-parametrychnyi sposib formoutvorennia kupoliv pravoslavnykh khramiv. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. 2022. Vyp. 103. S. 201–208. DOI: 10.32347/0131-579x.2022.103.201-208 {in Ukrainian}
6. Tereshchuk M. O. Strukturno-parametrychni heometrychni modeli poverkhon kupoliv pravoslavnykh khramiv. *Prykladni pytannia matematychnoho*

Ph.D., assoc. prof. **Tetiana Hnitetska**,
gnitetsk@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9682-6488
National Technical University of Ukraine Igor Sikorsky Kyiv
Polytechnic Institute (Kyiv, Ukraine)

PARAMETRIC MODELING OF SURFACE OF REVOLUTION UNFOLDING USING AUTOCAD DYNAMIC BLOCKS

The article addresses the relevant scientific and practical problem of automating the unfolding process for non-developable surfaces of revolution, which are frequently encountered in the modeling of religious buildings, cult objects, and complex architectural forms. Despite the extensive capabilities of modern software (SolidWorks, Inventor, Rhino), most tools are oriented towards technological work with sheet metal or require an existing 3D model. For instance, the AutoCAD environment lacks direct tools for automatic surface unfolding, necessitating the search for new solutions in the computer modeling of non-developable surface developments.

The author proposes an innovative hybrid algorithm that combines classical descriptive geometry methods (cylinder method, cone method, triangulation method) with modern AutoCAD parameterization tools. The scientific novelty of the research lies in the development and application of dynamic blocks for constructing developments of surfaces of revolution. This approach allows for real-time control of the development's shape through tabular data (true lengths of approximating cone generators and radii of parallels) without the need for prior 3D model creation.

The paper provides a detailed description of applying parametric constraints. Particular attention is paid to the block's mathematical framework, specifically the use of formulas for the automatic calculation of individual dimensional constraints. The practical value of the proposed methodology lies in the ability to promptly manage unfolding accuracy by changing the number of segments (n) in the block's quick properties, which triggers an automatic reconstruction of the graphical elements.

This method proves to be highly effective for producing physical models where mesh adaptability (the ability to increase point density in areas of high curvature) is crucial. The research results can be implemented in practical design for the reconstruction of architectural monuments.

Keywords: computer graphics, descriptive geometry, AutoCAD CAD, parameterization, dynamic blocks, non-developable surfaces, approximation, geometric modeling, architectural modeling.