

к. т. н., доцент **Іванов Є.М.**,
repositiv@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9011-7269

студент **Задорожний С.О.**,
SeregaZDR607@gmail.com, ORCID: 0009-0008-3014-7018,
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

МЕТОДИ АНАЛІЗУ РОЗПОДІЛУ ЗГИНАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ В ПЕРЕДАЧАХ ЗАЧЕПЛЕННЯМ

Як правило, в процесі проектування зубчастих конічних передач їх основні параметри визначаються з умов, що задані в проектному завданні, та із розрахунків на жорсткість, міцність, динамічний стан і т. ін. На жаль, існуючі методики розрахунку таких передач мають дуже умовний характер. Метою роботи є розробка, теоретичне обґрунтування методів забезпечення конструкційної міцності конічних зубчастих коліс з круговою формою зубців при проектуванні та удосконаленні існуючих передач в умовах реального навантаження. У роботі представлено математичне моделювання напружено-деформованого стану (НДС) конічних зубчастих коліс з круговим зубом з урахуванням основних геометричних параметрів. Оригінальність визначається створенням ефективних методів розрахунку згинальних напружень в галтелі кругового зуба реальної конфігурації, розмірів і місця розташування поля зачеплення з урахуванням фактичного навантаження і встановленням сприятливих умов взаємодії зубчастого зачеплення. Зусилля, що передається зачепленням, моделюється в такому вигляді, що враховується конфігурація і величина майданчика контакту з можливістю варіації закону його розподілу по плямі. Враховується різне положення майданчика контакту по фазі зачеплення за весь період сполучення пари зубців. Це дозволило вирішити комплекс складних проблем, пов'язаних з пошуком шляхів зниження згинальних напружень при проектуванні або доведенні існуючих конічних зубчастих коліс з круговим зубом. Підхід, в якому теорія R-функцій займала одне з провідних місць, дозволив: з достатнім ступенем точності, не виходячи за рамки елементарних функцій, отримати граничну поверхню і область конічного зубчастого колеса з круговим зубом єдиним аналітичним виразом у вигляді неявної неперервної функції неперервного аргументу; моделювати реальну силову взаємодію пари зубців; сформулювати координатну сітку — одну з необхідних умов методу визначення полів згинальних напружень в небезпечній області зуба і тіла зубчастого вінця. Представлені в роботі методи складають нову розрахункову базу для аналізу об'ємного НДС конічних зубчастих коліс з круговим зубом, що має істотне прикладне значення. На їх основі можна

здійснювати розрахунковий аналіз на етапах проектування, створення і доведення як конічних, так і циліндричних зубчастих коліс з криволінійною формою зубців при будь-якій системі зовнішнього зачеплення і вибрати найбільш раціональні геометричні параметри і умови силової взаємодії зачеплення.

Ключові слова: об'ємне НДС, поле напружень, згинальні напруження, теорія R - функцій, конічне зубчасте колесо, круговий зуб.

Постановка проблеми. Як правило, в процесі проектування зубчастих конічних передач їх основні параметри визначаються з умов, що задані в проектному завданні, та із розрахунків на жорсткість, міцність, динамічний стан і т. ін. На жаль, існуючі методики розрахунку таких передач [1–3] мають дуже умовний характер: конічні колеса умовно зводяться до циліндричних, ті, в свою чергу, мають ряд умовностей у розрахункових методиках. Тому підвищення безвідмовної роботи та зменшення металомісткості сучасних машин і механізмів зумовлюють необхідність розвитку методів і засобів дослідження міцності зубчастих передач і, зокрема, конічних зубчастих коліс з круговою формою зубців, насамперед, для евольвентного зачеплення. Загальний висновок щодо працездатності передачі звичайно складають за результатами розрахунку на згинальну та контактну міцність зубців. І якщо контактній міцності присвячена достатня кількість робіт, то згинальна міцність поки практично не вивчена, а ті дослідження, що до цього часу проведені, носять надто грубі припущення [4, 5]. Все це потребує комплексного розв'язання задач, пов'язаних із розвитком розрахункових та експериментальних методів дослідження об'ємного НДС при згині з урахуванням фактичної навантаженості та основних геометричних параметрів. Аналіз типових руйнувань конічних зубчастих коліс з круговими зубцями показує, що вони починаються в галтелі зуба. Тому для цих передач актуальною є задача розробки розрахункової моделі, що дозволить дослідити згинальні напруження в галтелі зуба з урахуванням основних геометричних параметрів зубчастого вінця та з'єднувального диска реальної конструкції, і в рамках цієї конструкції знайти шляхи зниження згинальних напружень ще на стадії проектування. У такому контексті задача раціонального вибору основних геометричних параметрів має бути поставлена в найбільш загальному вигляді для довільної форми зубців за будь-якої системи зачеплення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Створення сучасних машин і механізмів з високими показниками пов'язано з рядом складних проблем, одна з яких - забезпечення надійності зубчастих зачеплень [6–8]. Це потребує застосування науково обґрунтованих підходів до проектування, доводки та оцінки умов роботи деталей і вузлів зубчастих передач. Розв'язання цих задач може бути здійснено лише на основі

глибоких наукових досліджень. Їх реалізації присвячені роботи А.Ф. Кириченка, М.Г. Сегалія, О.В. Павленко, І.А. Біргера, В.І. Рудницького, В.М. Грибанова, М. Е. Тернюка, І.Ш. Чернявського та багатьох інших авторів.

На основі аналізу літературних джерел зроблено висновок про те, що дослідженню контактних напружень присвячено значну кількість робіт. Питання ж дослідження згинальних напружень при урахуванні основних геометричних параметрів вивчені недостатньо глибоко. Це служить основою як для постановки, так і для розв'язання задачі.

Цілі та завдання статті. Метою роботи є розробка, теоретичне обґрунтування методів забезпечення конструкційної міцності конічних зубчастих коліс з круговою формою зубців при проектуванні та удосконаленні існуючих передач в умовах реального навантаження. Для досягнення вказаної мети необхідно було розв'язати основні задачі: подати математичну постановку змішаної крайової задачі НДС конічних зубчастих коліс з круговою формою зубців реальної конфігурації; розробити універсальну математичну модель об'ємного НДС конічних зубчастих коліс з круговою формою зубців з урахуванням основних геометричних параметрів і реального навантаження; розробити метод та алгоритм розрахунку об'ємного НДС конічних зубчастих коліс з круговим зубом на основі тривимірної теорії пружності.

Математична модель НДС конічної шестерні з круглим зубом

В основу математичної моделі покладено методи класичної теорії пружності в тривимірній постановці при змішаних крайових умовах для області D зі складною граничною поверхнею. Математична модель включає рівняння рівноваги Ламе, узагальнені співвідношення Гука, залежності Коши [4, 11]. Як умови, що виділяють розв'язок конкретної задачі, формулюються змішані крайові умови:

$$\vec{U}(x,y,z)|_{\omega_1}=0, T(\vec{U})|_{\omega_2}=-p\vec{v}, T(\vec{U})|_{\omega_3}=0, \quad (1)$$

де \vec{U} – вектор пружних переміщень, $T(\vec{U})$ – оператор напружень, p – функція інтенсивності розподілу навантаження, \vec{v} – одинична зовнішня нормаль до поверхні зуба на плямі контакту, ω_1 – поверхня з обмеженим переміщенням області, ω_2 – поверхня плями контакту, ω_3 – поверхня всієї області без обмеженого переміщення і плями контакту.

Важливим моментом було те, що аналітично визначення НДС в конструкції, геометрія якої являє собою складну область, пов'язане зі значними труднощами. Тому для дослідження згинальних напружень, які виникають при силовій взаємодії пари зубців, було використано варіаційно-структурний метод [9, 10, 12], розроблений В.Л. Рвачовим та його школою, що дозволило на аналітичному рівні врахувати геометрію конічного зубчастого колеса у вигляді неявної неперервної функції неперервного аргументу. Це вирішальним чином визначило можливість врахування крайових умов.

Розв'язок задачі про НДС у найбільш загальному вигляді у варіаційній постановці [9, 10] ґрунтується на використанні принципу можливих переміщень. Структура розв'язання крайової задачі будується таким чином, щоб автоматично задовольнялась умова обмеження переміщення (1), а також наближене значення вектора пружних переміщень точніше апроксимувало вектор реальних переміщень: $\vec{U} = \omega_1 \vec{\Phi}_0 + \omega_2 \vec{\Phi}_1$, де $\vec{\Phi}_0, \vec{\Phi}_1$ – довільні вектори. Структура розв'язання, що задовольняє усі крайові умови (1), має вигляд:

$$\begin{aligned} \vec{U} = & \omega_1 \vec{\Phi}_0 + \\ & + \omega \left\{ \frac{\omega_1}{\omega_1 + \omega_4} \left[\frac{\nabla \omega}{\lambda + 2\mu} (\vec{B} \nabla \omega) + \frac{1}{\mu} \nabla \omega \times (\vec{B} \times \nabla \omega) \right] \right\}, \\ \vec{B} = & - 2\mu (\nabla \omega \nabla) (\omega_1 \vec{\Phi}_0) - \lambda \nabla \omega \operatorname{div} (\omega_1 \vec{\Phi}_0) - \\ & - \mu [\nabla \omega \times \operatorname{rot} (\omega_1 \vec{\Phi}_0)] - \frac{p \omega_3}{\omega_2 + \omega_3} \vec{v}, \end{aligned} \quad (2)$$

є $\omega_4 = \omega_2 + \omega_3$, ω - вся поверхня зубчастого колеса. Вектор $\vec{\Phi}_0$ вибрано у вигляді обмеженого ряду:

$$\begin{aligned} \vec{\Phi}_0(x, y, z) \simeq & \sum_{i+j+k=0}^n \vec{C}_{ijk} \phi_{ijk}(x, y, z), \\ \vec{C}_{ijk} = & C_{ijk}^1 \vec{i} + C_{ijk}^2 \vec{j} + C_{ijk}^3 \vec{k} \end{aligned} \quad (3)$$

де $\phi_{ijk}(x, y, z)$ – елементи деякого функціонального простору, що містить $\vec{\Phi}_0$, які утворюють в ньому повну послідовність, $C_{ijk}^N (N=1,2,3)$ – довільні параметри.

Чисельна реалізація задачі побудована на базі методу Рітца [4, 11]. При розробці координатних послідовностей (3) використано систему поліномів Лежандра, що забезпечує стійкість процесу знаходження n -го наближення:

$$\begin{aligned} \vec{U}_n = & \vec{U}_0 + \sum_{i+j+k=0}^n (C_{ijk}^1 \vec{U}_{ijk}^1 + C_{ijk}^2 \vec{U}_{ijk}^2 + C_{ijk}^3 \vec{U}_{ijk}^3), \\ \vec{U}_0 = & u_0 \vec{i} + v_0 \vec{j} + w_0 \vec{k}; \\ \vec{U}_{ijk}^1 = & u_{ijk}^1 \vec{i} + v_{ijk}^1 \vec{j} + w_{ijk}^1 \vec{k}; \\ \vec{U}_{ijk}^2 = & u_{ijk}^2 \vec{i} + v_{ijk}^2 \vec{j} + w_{ijk}^2 \vec{k}; \\ \vec{U}_{ijk}^3 = & u_{ijk}^3 \vec{i} + v_{ijk}^3 \vec{j} + w_{ijk}^3 \vec{k} \end{aligned} \quad (4)$$

Довільні параметри $C_{ijk}^N (N=1,2,3)$ визначаються з умови найкращого наближення структури до вектора реальних пружних переміщень [4, 5] в енергетичному просторі, яке відповідає мінімуму потенціальної енергії системи:

$$\partial \mathcal{E}_n / \partial C_{ijk}^N = 0; (i+j+k=0, 1, \dots, n). \quad (5)$$

Розроблена методика чисельного визначення об'ємних інтегралів для

розгорнутої системи Рітца дозволила з достатньою мірою точності врахувати складну просторову область інтегрування.

Перетворення геометричної інформації кінчного зубчастого колеса в аналітичну інформацію

Завдяки використанню теорії R-функцій уперше вдалося, з достатнім ступенем точності, не виходячи за рамки елементарних функцій (базових областей), отримати граничну поверхню та область кінчного зубчастого колеса з круговим зубом (рис. 1, 2) єдиним аналітичним виразом у вигляді неявної неперервної функції неперервного аргументу:

$$\omega = \psi_0 \{ f_i(x, y, z), \phi(z, k), v(z), \delta_1(z), \beta_j(z, k), m_{ns}, \delta_k |_{k=a, r1, f, \delta} \} \wedge_{\alpha} \Delta \psi_1 \{ b, x, y, z \} \geq 0, \quad (6)$$

де $\phi(z, k), \beta_j(z, k), m_{ns}, \delta_k |_{k=a, r1, f, \delta}, b$ – основні геометричні параметри, $f_i |_{i=1-17}$ – опорні області, ψ_0 – рівняння нескінченного кінчного криволінійного зуба, $\Delta \psi_1$ – рівняння, що обмежує тіло зубчастого колеса до скінченних / розмірів. α - R-операції.

Відправним моментом стала апроксимація торцевого перерізу кінчного криволінійного зуба дугами кіл $f_i |_{i=1-4}$, з наступним урахуванням його руху по кінчній гвинтовій лінії з гвинтовим параметром k . При цьому важливим моментом було урахування зміни кутових величин, отримуваних при апроксимації торцевого перерізу дугами кіл, як функцій основних геометричних параметрів:

$$\begin{aligned} v(z) &= \phi(z, k) \pm \\ &\pm \Gamma_1 \{ f_1(x, y, z), f_3(x, y, z), m_{ns}, k, \beta_j(z, k), \delta \} \\ \delta_1(z) &= \phi(z, k) \mp \\ &\mp \Gamma_2 \{ f_2(x, y, z), f_4(x, y, z), \beta_j(z, k), v(z) \} \end{aligned} \quad (7)$$

для збереження неперервності неявної функції за весь час руху торцевого перерізу по кінчній гвинтовій лінії.

Для конфігурації, яка розглядається і яку мають кінчні зубчасті колеса з круговим зубом, що нарізується різцевими голівками радіуса R_u , необхідно уточнити неявну неперервну функцію (6) – результат апроксимації граничної поверхні області, що утворюється при русі контуру торцевого перерізу зуба по кінчній гвинтовій лінії з круговим кроком. Оскільки ж ця лінія є середньою лінією зуба при нарізанні кінчної гвинтової поверхні різцевими голівками на зубонарізних верстатах, то для опису закону руху торцевого перерізу по цій лінії (рис. 3) достатньо описати рух точки $A(x, y, z)$ - точки їх перерізу:

$$f_{\phi_T(z)}^A = \zeta \{ f(x, \delta), f(y(x), \beta_j, R_n, m_{ns} \} |_{\phi_0}^{\phi_{max}}. \quad (8)$$

При цьому, щоб не порушувалась неперервність неявної функції, треба враховувати зміну гвинтового параметра $k \{ z, \phi_T(z(x, y)) \}$ та кута нахилу $\beta_j \{ z, k, R_u \phi_T(z(x, y)) \}$ кругового зуба як функції основних

геометричних параметрів, що характеризують цю просторову конфігурацію кругового зуба. Уточнення області інтегрування неявної неперервної функції дозволило підвищити точність обчислень об'ємного НДС конічних зубчастих круговим зубом.

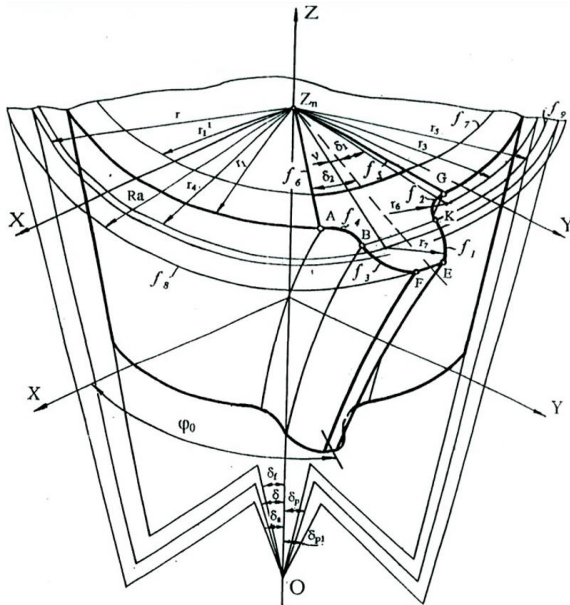


Рис. 1. Апроксимація торцевого перерізу дугами кіл

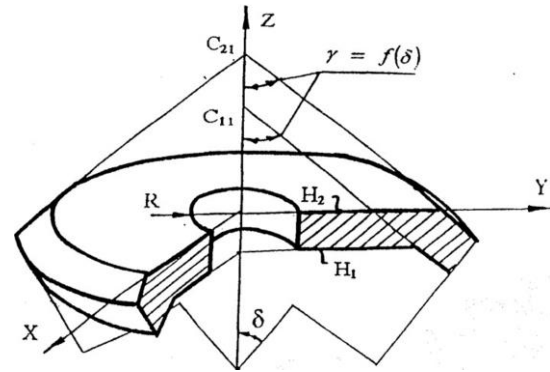


Рис. 2. До побудови граничної поверхні з'єднувального диска

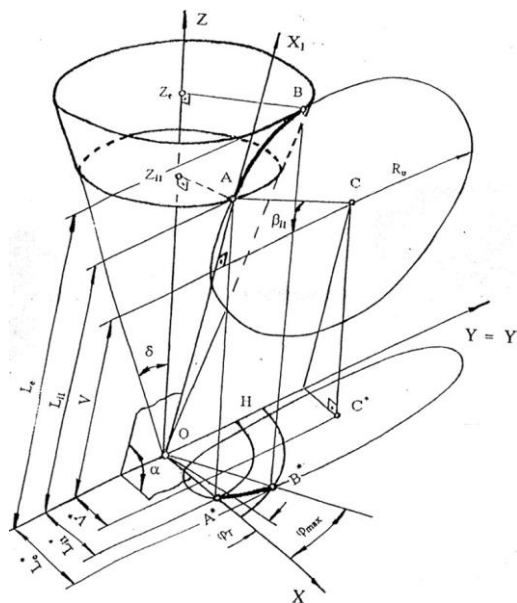


Рис. 3. Уточнення геометрії кругового зуба

Моделювання статичних граничних умов

Оскільки строгий теоретичний розв'язок контактної задачі теорії пружності для зубців конічних зубчастих коліс зараз відсутній і є самостійною складною задачею, то виникла необхідність в математичному моделюванні статичної крайової умови силової взаємодії пари зубців. Ці залежності необхідні для обчислення інтегралів на поверхні зуба,

обмеженій плямою контакту, що є правими частинами розгорнутої системи Рітца [4, 5]:

$$\iint_{\omega_2} f_{ijk} \cos(v, q_i) d\omega, \quad (q_i = x, y, z) \quad (9)$$

У цій роботі прийнято математичне моделювання, що ґрунтується на результатах промислової експлуатації, стендових випробувань та розрахункових даних за спрощеними методиками, які показують, що пляма контакту займає частину активної поверхні зубців і являє собою еліпс з великим ексцентриситетом (рис. 4, а). Оскільки ж розміри плями контакту достатньо малі порівняно з активною поверхнею зуба, то при силовій взаємодії пари зубців у першому наближенні можна припустити, що виникає лінійчастий контакт, тобто велика вісь еліптичної плями являє собою пряму лінію L (рис. 4, б). При цьому необхідно враховувати, що пляма контакту в процесі сполучення пари зубців змінює свою довжину по фазі зачеплення та обмежена полем зачеплення L_p .

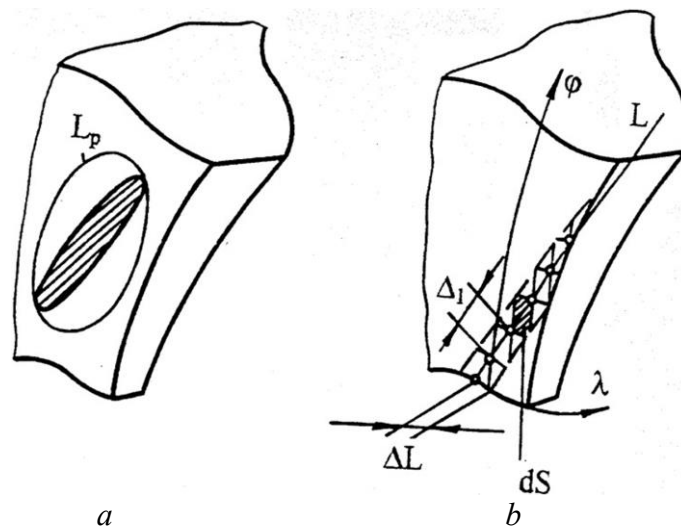


Рис. 4. Форма та параметризація плями контакту

Використання теорії R -функцій дозволило спростити обчислення інтеграла по поверхні (10), розглянувши лише ту опорну область, де розташована зона поля зачеплення f_j , ($j=1 \vee \alpha 3$).

Таким чином, задача звелась до обчислення площі однакових елементарних площадок, що покривають пляму контакту (рис. 4, б):

$$ds = \left\{ \left(\frac{\partial x \partial y}{\partial \phi \partial \lambda} - \frac{\partial y \partial x}{\partial \phi \partial \lambda} \right) + \left(\frac{\partial x \partial z}{\partial \phi \partial \lambda} - \frac{\partial z \partial x}{\partial \phi \partial \lambda} \right) + \left(\frac{\partial y \partial z}{\partial \phi \partial \lambda} + \frac{\partial z \partial y}{\partial \phi \partial \lambda} \right) \right\}^{1/2} \quad (10)$$

де λ , ϕ – змінні кути, що визначають межі поверхневого інтеграла (9) і координат вузлових точок, що лежать на лінії контакту L :

$$S_K(x, y, z) = \vec{F}(\theta_K, \phi, \lambda, L_p), \quad (11)$$

де θ_K – кут, що визначає область дотичних площин з наступним обчисленням підінтегральних виразів (9) у вузлових точках та накопиченням інтегральних сум.

При обчисленні координат вузлових точок на плямі контакту методикою передбачено два випадки: загальний $-L_p \equiv (f_{14} \vee_{\alpha} f_{16}) \wedge_{\alpha} f_{12} \geq 0$ – полем зачеплення є вся активна поверхня зуба; частковий $-L_p = \sum_1^K \omega_2$ – поле зачеплення, яке відповідає реальному.

Формування координатної сітки

Оскільки злам зуба починається в галтелі – зоні максимальних згинальних напружень, то там же доцільно формувати й координатну сітку для визначення складових тензора напружень T_G у кожній розрахунковій точці (рис. 5). При цьому використання теорії R-функцій дозволило, не порушуючи структури розв'язання крайової задачі, розглянути лише опорну область, що апроксимує галтель зуба ($f_2 \vee_{\alpha} f_4$).

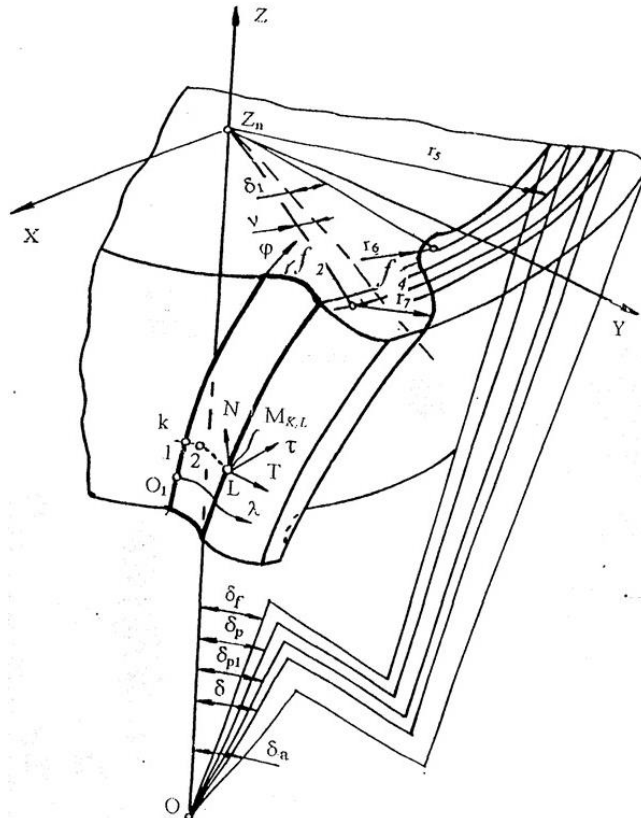


Рис. 5. Формування координатної сітки

Для усунення впливу крайового ефекту координатна сітка формувалась у перерізах на деякому віддаленні від торців кругового зуба. Кожний із перерізів утворюється при перерізі зуба з конічними поверхнями, що визначають координати усіх розрахункових точок $M_{1,L}^1(x_{1,L}, y_{1,L}, z_{1,L})$ на граничній поверхні галтелі. Здійснюючи паралельне перенесення опорної області ($f_2 \vee_{\alpha} f_4$) по твірній конуса $(x_{K,l} - x)/x_{K,l} = (y_{K,l} - y)/y_{K,l} = (z - z_{K,l})/(z_K - z_{K,l})$ у напрямку вектора $\vec{a}\{-x_{K,l}, -y_{K,l}, z_K - z_{K,l}\}$ та задаючись зміною $r'_6 = r_6 + i\Delta, r'_7 = r_7 - i\Delta, m'_n = m_n - 2i\Delta$, формується координатна сітка $\sum_1^i M_{K,L}^i(x_{K,L}^i, y_{K,L}^i, z_{K,L}^i)$ в області зубчастого вінця:

$$M_{K,L}^i(x_{K,L}^i, y_{K,L}^i, z_{K,L}^i) = \sum_{1}^i \sum_{K=1}^n \sum_{L=1}^m \{f_{(2\nu_{\alpha 4})}(m'_n, r'_6, r'_7) \cap f(y(\delta), z_{C,L,K}^n)\}. \quad (12)$$

Як напрямки векторів для площадок у кожній розрахунковій точці вибрані нормаль до поверхні зуба \vec{N} , дотична до торцевого перерізу зуба \vec{T} та дотична до гвинтової лінії зуба \vec{t} . Для їх визначення у вигляді $\vec{l}\{l_x, l_y, l_z\}$ також достатньо розглянути опорну область, що апроксимує галтель зуба ($f_2 \vee_{\alpha} f_4$).

Висновки та перспективи. У статті наведене теоретичне узагальнення і нове вирішення наукової задачі, що виявляється в розробці математичної моделі НДС кругових евольвентних зубців конічних коліс в залежності від основних геометричних параметрів, що дозволяє отримати дійсну картину розподілу згинальних напружень з урахуванням реального навантаження за весь період спряження зубців у зачепленні.

Розроблена математична модель об'ємного НДС дозволяє проектувати нові як конічні, так і циліндричні зубчасті колеса з криволінійною формою зубців при будь-якій системі зовнішнього зачеплення і вибирати найбільш раціональні геометричні параметри та умови силової взаємодії зачеплення по критерію згинальних напружень.

Література

1. Основи конструювання машин: Підручник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. 2-е вид., переробл. Кривий Ріг: Видавець ФО-П Чернявський Д.О., 2015. 492 с.; з іл.
2. *Павлище В. Т.* Основи конструювання та розрахунок деталей машин: Підруч. 2-е вид. перероб. Львів: Афіша. 2003. – 560 с.
3. *Рудь Ю.С.* Основи конструювання машин: Підручник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Кривий Ріг: Видавництво «Мінерал», 2006. 462 с.
4. Основи лінійної теорії пружності, пластичності та повзучості : навч. посібник / Е. Д. Чихладзе, М. А. Веревічева, Є. І. Галагуря та ін. Харків : УкрДАЗТ, 2010. 149 с.
5. Хомик Н. І., Довбуш Т. А., Рубінець Н. А. Опір матеріалів (спецкурс) і основи теорії пружності і пластичності : курс лекцій для студентів напряму підготовки «Будівництво». Тернопіль : ФОП Паляниця В. А., 2017. 232 с.
6. *Гайдамака А. В.* Деталі машин. Основи теорії та розрахунків: навчальний посібник для студентів машинобудівних спеціальностей усіх форм навчання. Харків : НТУ «ХП», 2020. 275 с.
7. *Власенко А.М.* Металознавство та технологія металів: підручник для здобувачів професійної (професійно-технічної) освіти. Київ: Літера ЛТД, 2019. 224 с.

8. Конспект лекцій з дисципліни «Металознавство» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності 136 Металургія всіх форм навчання / уклад. Т. В. Калініна. Кам'янське : ДДТУ, 2019. 80 с.
9. *Bodnar, Yu.* «Review of works on the application of the method of R-functions in the mechanics of deformable solids». *Visnik L'viv's'kogo nacional'nogo agrarnogo univ'ersitetu. Arhitektura i sil's'kogospodars'ke budivnictvo* 19 (1 décembre 2018):5–9.<http://dx.doi.org/10.31734/architecture> 2018.19.005.
10. *Ламтюгова С. М., Сидоров М. В.* Застосування методу R-функцій до розрахунку зовнішніх повільних течій в'язкої рідини / *Відбір та обробка інформації*, 2012, № 36 (112). С. 56 – 62.
11. *Трач В.М., Подворний А.В.* Опір матеріалів (спеціальний курс), теорія пружності та пластичності / [Підручник для студентів вищих навчальних закладів]. Київ: Каравела, 2016. 434 с.
12. *Шейко Т. І., Максименко-Шейко К. В.* Конструктивні засоби математичного моделювання та їхні застосування. Частина 1. Метод R-функцій в математичному і комп'ютерному моделюванні фізичних полів : методичні вказівки для студентів III–IV курсів фізико-енергетичного факультету. Харків : ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2007. 52 с.

References

1. *Osnovy` konstruyuvannya mashy`n: Pidruchny`k dlya studentiv inzhenerno-texnichny`x special`nostej vy`shhy`x navchal`ny`x zakladiv. 2-e vy`d., pererobl. - Kry`vy`j Rig: Vy`davec`z` FO-P Chernyavs`ky`j D.O., 2015. 492 s.; z il.*
2. *Pavly`shhe V. T. Osnovy` konstruyuvannya ta rozrakhunok detalej mashy`n: Pidruch. – 2-e vy`d. pererob. L`viv: Afisha. 2003. 560 s.*
3. *Rud` Yu.S. Osnovy` konstruyuvannya mashy`n: Pidruchny`k dlya studentiv inzhenerno-texnichny`x special`nostej vy`shhy`x navchal`ny`x zakladiv. – Kry`vy`j Rig: Vy`davny`czstvo «Mineral», 2006. 462 s.*
4. *Osnovy` liniynoyi teoriiy pruzhnosti, plasty`chnosti ta povzuchosti: Navch. posibny`k / E.D. Chy`xladze, M.A. Verevicheva, Ye.I. Galagurya ta in. – Xarkiv: UkrDAZT, 2010. 149 s.*
5. *Opir materialiv (speczkurs) i osnovy` teoriiy pruzhnosti i plasty`chnosti: kurs lekcij dlya studentiv napryamu pidgotovky` «Budivny`czstvo» /N.I. Xomy`k, T.A. Dovbush, N.A. Rubinecz`, – Ternopil`: FOP Palyany`cya V.A., 2017. 232s.*
6. *Gajdamaka A. V. Detali mashy`n. Osnovy` teoriiy ta rozrakhunkiv: navchal`ny`j posibny`k dlya studentiv mashy`nobudivny`x special`nostej usix form navchannya. Xarkiv : NTU «XPI», 2020. 275 s.*
7. *Vlasenko A.M. Metaloznavstvo ta tehnologiya metaliv: pidruchny`k dlya zdobuvachiv profesijnoyi (profesijno-texnichnoyi) osvity`. Ky`yiv: Litera LTD,*

2019. 224 s.

8. Konspekt lekcij z dy'scy'pliny` «Metaloznavstvo» dlya zdobuvachiv pershogo (bakalavrs'kogo) rivnya vy'shhoji osvity` zi special'nosti 136 Metalurgiya vsix form navchannya / Ukladach: Kali nina T.V. Kam'yans'ke: DDTU, 2019. 80 s.

9. Bodnar, Yu. «Review of works on the application of the method of R-functions in the mechanics of deformable solids». Visnik L'vivs'kogo nacional'nogo agrarnogo univ'ersitetu. Arhitektura i sil's'kogospodars'ke budivnictvo 19 (1 décembre 2018):5–9.<http://dx.doi.org/10.31734/architecture> 2018.19.005.

10. Lamtyugova S. M., Sy'dorov M. V. Zastosuvannya metodu R-funkcij do rozraxunku zovnishnix povil'ny`x techij v'yazkoyi ridy`ny` / Vidbir ta obrobka informaciyi, 2012, # 36 (112). S. 56 – 62.

11. Trach V.M., Podvorny`j A.V. Opir materialiv (special'ny`j kurs), teoriya pruzhnosti ta plasty`chnosti / [Pidruchny`k dlya studentiv vy'shhy`x navchal'ny`x zakladiv]. Ky`yiv: Karavela, 2016. 434 s.

12. Sheiko, T. I., & Maksymenko-Sheiko, K. V. (2007). Konstruktyvni zasoby matematychnoho modeliuvannia ta yikhni zastosuvannia. Chastyna 1. Metod R-funksii v matematychnomu i komp'iuternomu modeliuvanni fizychnykh poliv: metodychni vkazivky dlia studentiv III–IV kursiv fizyko-enerhetychnoho fakultetu [Constructive means of mathematical modeling and their applications. Part 1. R-functions method in mathematical and computer modeling of physical fields: guidelines for students of III–IV courses of the Faculty of Physics and Energy]. KhNU im. V. N. Karazina. [in Ukrainian]

Ph. D, assoc. prof. **Evgen Ivanov**

repositiv@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9011-7269

student **Serhii Zadorozhnyi,**

SeregaZDR607@gmail.com, ORCID: 0009-0008-3014-7018,

Kharkiv National Automobile and Highway University

METHODS FOR ANALYZING THE DISTRIBUTION OF BENDING STRESSES IN GEAR TRANSMISSIONS

As a rule, in the process of designing bevel gear transmissions, their main parameters are determined based on the conditions specified in the design task and calculations of rigidity, strength, dynamic state, etc. Unfortunately, existing methods for calculating such transmissions are very conditional. The aim of this work is to develop and theoretically substantiate methods for ensuring the structural strength of bevel gears with circular teeth when designing and improving existing gears under real load conditions. The paper presents mathematical modeling of the stress-strain state (SSS) of conical gear wheels with circular teeth, taking into account the main geometric parameters. The Originality is determined by the creation of effective methods for calculating

bending stresses in the crown of a circular tooth of a real configuration, dimensions, and location of the engagement field, taking into account the actual load and establishing favorable conditions for gear engagement. The force transmitted by the meshing is modeled in such a way that the configuration and size of the contact area are taken into account, with the possibility of varying the law of its distribution over the spot. The different positions of the contact area in the meshing phase over the entire period of engagement of the pair of teeth are taken into account. This made it possible to solve a complex set of problems related to finding ways to reduce bending stresses when designing or refining existing conical gears with circular teeth. The approach, in which the theory of R-functions played a leading role, made it possible to: obtain, with sufficient accuracy and without going beyond elementary functions, the boundary surface and area of a conical gear with circular teeth as a single analytical expression in the form of an implicit continuous function of a continuous argument; to simulate the real force interaction of a pair of teeth; to form a coordinate grid — one of the necessary conditions for the method of determining the bending stress fields in the dangerous area of the tooth and the body of the gear rim. The methods presented in this work constitute a new calculation basis for analyzing the volumetric SSS of conical gear wheels with circular teeth, which has significant practical significance. Based on them, it is possible to perform a computational analysis at the stages of design, creation, and refinement of both conical and cylindrical gear wheels with curved teeth for any external meshing system and to select the most rational geometric parameters and conditions for the force interaction of the meshing.

Key words: volumetric SSS, stress field, bending stresses. R-function theory, conical gear, circular tooth.