

д. ф. (Ph.D.), доцент **Кошевий О.О.**,
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1903-2905

д. т. н., професор **Іванченко Г.М.**
ivgm61@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-1172-2845

Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ОБОЛОНОК МІНІМАЛЬНИХ ПОВЕРХОНЬ МЕТОДОМ РІШЕННЯ ПРОДОВЖЕННЯ ПО ПАРАМЕТРУ ТА МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Оптимальне проектування тонкостінних просторових конструкцій необхідне, для зменшення дії активного зовнішнього навантаження. Використання такої методики дозволяє розробити алгоритм побудови їх геометричної форми, який буде ефективно працювати, під дією комбінації термосилового навантаження.

Оптимальне проектування в будівельній та прикладній механіці розділяється на декілька видів. До основних видів відносяться: параметрична, топологічна, оптимізація форми (морфологічна) та оптимізація фізико-механічних характеристик (модуля пружності та коефіцієнту Пуассона). В даній науковій публікації розкривається суть оптимізації форми тонкостінних просторових конструкцій, до яких відносяться оболонки мінімальних поверхонь.

Багатокритеріальна параметрична оптимізація формується під певні параметри. Основний параметр є вага чи об'єм оболонки мінімальної поверхні. Додаткові параметри, але не менш важливі, для дослідження напружено-деформованого стану оболонок мінімальних поверхонь, є міцнісні характеристики. Вони дають змогу використовувати загальну методу дослідження всіх будівельних конструкцій, за II групами граничних станів.

Постановка задачі оптимального проектування, оболонок мінімальних поверхонь може відбуватися: лінійною, геометрично нелінійною, фізичною нелінійною, нестационарна задача в часі.

За допомогою методу продовження рішення по параметру та власного програмного забезпечення формується точковий каркас оболонок мінімальних поверхонь, з оптимальною формою. Завантаження цієї інформації в розрахунковий комплекс Femap with Nastran відбувається перехідними модулями. На базі переходу, відбувається кінцева побудова геометрії оболонок мінімальних поверхонь, а саме: поверхонь, кривих та необхідних точок.

За допомогою методу скінченних елементів та методу продовження рішення по параметру було реалізовано оптимальну форму оболонок мінімальних поверхонь на заданому контурі. До таких оболонок мінімальних поверхонь відносяться: оболонка мінімальної поверхні на прямокутному контурі; оболонка мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох дуг кіл; оболонка мінімальної поверхні на квадратному плані; оболонка мінімальної поверхні на трапецевидному контурі; двохзв'язна мінімальна поверхня на круглому контурі; оболонка мінімальної поверхні, яка складається із двох похилих еліпсів на круглому контурі.

Застосування такого підходу, дає можливість забезпечити використання декількох видів оптимального проектування на одному досліджуваному об'єкті, що є актуальною задачею, для теорії оптимізації, в будівельних конструкції та прикладної та будівельної механіки.

Ключові слова: *оболонка мінімальної поверхні; параметрична оптимізація; топологічна оптимізація; морфологічна оптимізація; оптимізація форми, метод скінчених елементів, Femap with Nastran, товщина оболонки мінімальної поверхні; метод рішення продовження по параметру; оптимальне проектування; оптимальна форма; цільова функція; міцнісні характеристики.*

Постановка проблеми. Оптимальне проектування тонкостінних просторових конструкцій необхідне, для зменшення дії активного зовнішнього навантаження. Використання такої методики дозволяє розробити алгоритм побудови їх геометричної форми, яка буде ефективно працювати під дією комбінації термосилового навантаження. Початок робіт по оптимальному проектуванню форми тонкостінних просторових конструкцій розпочалося в середині ХХ століття. Необхідність такого підходу було запропоновано для зменшення ваги та собівартості виготовлення тонкостінної просторової конструкції [1-2].

Використання оптимального проектування форми в західних виданнях називається **морфологічною оптимізацією**. Вона базується на підборі геометрії, для зменшення дії внутрішніх зусиль конструкції. Це спричиняє додаткову несучу здатність такого типу конструкцій.

Оптимальне проектування в будівельній та прикладній механіки розділяється на декілька видів. До основних видів відносяться: параметрична, топологічна, оптимізація форми (морфологічна) та оптимізація фізико-механічних характеристик (модуля пружності та коефіцієнту Пуассона) [3-6]. В даній науковій публікації розкривається суть оптимізації форми тонкостінних просторових конструкцій до яких відносяться оболонки мінімальних поверхонь [7-10]. Сучасний підхід до оптимального проектування в будівельній та прикладній механіки, є

застосування декількох видів оптимального проектування, на одному досліджуваному об'єкті. Це дає можливість, з різних точок зору, використовувати оптимальне проектування, для зменшення матеріалоемності просторових тонкостінних конструкцій. В даному підході оптимального проектування, першим є застосування оптимізації форми оболонок мінімальних поверхонь. Під оптимізовану форму вже накладають зовнішні термосилові навантаження та відбувається багатокритеріальна параметрична оптимізація [11-12].

Багатокритеріальна параметрична оптимізація формується під певні параметри. Основний параметр є вага чи об'єм оболонки мінімальної поверхні. Додаткові параметри, але не менш важливі, для дослідження напружено-деформованого стану оболонок мінімальних поверхонь, є міцнісні характеристики. Вони дають змогу використовувати загальну методу дослідження всіх будівельних конструкцій, за II групами граничних станів. До міцнісних характеристик відносяться наступні параметри дослідження оболонок мінімальних поверхонь, які поділенні на відповідні параметри в розрахунковому графічному комплексі Femap with Nastran, а саме [13-15]:

- міцність (відповідна характеристика напруження по Мізесу, що описує 4-теорію міцності Гука);
- переміщення (відповідні характеристики сумарного переміщення по відповідним осям OX, OY, OZ);
- коефіцієнт стійкості λ (відповідна характеристика оболонок мінімальних поверхонь, яка описує втрату стійкості).

Ці основні характеристики, в комбінації в цільовою функцією вагою, чи об'ємом, оболонок мінімальних поверхонь, дають можливість використати два види оптимального проектування на одному досліджуваному об'єкті.

Додатковим видом оптимального проектування може використовуватися власні чи вимушені коливання оболонок мінімальних поверхонь. Ці характеристики можуть стати поштовхом, до аналізу багатокритеріальної параметричної оптимізації, з урахуванням динамічного впливу, на оболонки мінімальних поверхонь. Користь такого підходу є висока так як прикладні дослідження в будівельній та прикладній механіці показують економію сталі від 15% до 30%, відповідно до постановки задачі та комбінації зовнішнього активного навантаження [16-19].

Постановка задачі оптимального проектування, оболонок мінімальних поверхонь може відбуватися: лінійною, геометрично нелінійною, фізичною нелінійною, нестационарна задача в часі. Вивчена тільки лінійна постановка. З нелінійних – це геометрична нелінійність, яка була розроблена автором, для дослідження даного типу задач, в будівельній та прикладній механіці. Є окремі дослідження на оболонки обертання з урахування сейсмічних впливів та детермінованого навантаження.

В теорії оптимального проектування, оптимальна конструкція називається при умові, що вона є найкращою версією себе з усіх можливих. Оптимальне проектування виконується тільки, із заданою комбінацією зовнішнього навантаження. У вихідних даних створюється критерій, які представляють, що таке найкраща версія конструкції. Призначення критерій оптимальності, є метод дослідження, який реалізується за допомогою цільових функцій. Незважаючи на це обмеження, які накладаються в оптимальній розрахунок відносяться до розрахункових характеристик матеріалу, деформації та її розміри.

При необхідній комбінації зовнішнього навантаження та обмежень, визначається чи така постановка задачі є конкурентоспроможною, якщо умова виконується, то тоді оцінюється її економічна складова. Це задачі досить високого порядку в прикладній та будівельній механіки, які тільки набирають розвитку в світі. Математична сторона питання пройшла вже досить значний шлях, з теорії управління, та варіаційного числення, що дає змогу використовувати математичні апарати для вирішення даного типу задач.

Оптимальність оболонок мінімальних поверхонь описується за допомогою деякої функції проектувальних параметрів, які є критеріями оптимальності. Значення критерій оптимальності визначається фізичними і механічними зв'язками, які закладені в розрахунковий комплекс Femap with Nastran та певними співвідношеннями у механіки. Умови задачі оптимального проектування, є встановлення певних обмежень, які накладаються на відгук конструкції [20]. Після реалізації чисельних екскрементів відбувається безпосереднє проектування оболонок мінімальних поверхонь.

Теоретичні відомості побудови оболонок мінімальних поверхонь на основі методу продовження рішення по параметру. Радіус вектор визначається, з урахуванням довільною точки $P_0 \in \Omega_0$, та наступним співвідношенням:

$$\vec{r}(x^1, x^2) = r^0(x^1, x^2) + Z(x^1, x^2)\vec{n}^0. \quad (1.1)$$

Вектор нормалі до M_0^2 є одиничним $-\vec{n}^0$. Система рівнянь яка визначає положення точки $P_0 \in \Omega$ на площині M_0^2 .

$$x = x(x^1, x^2); \quad (1.2)$$

$$y = y(x^1, x^2). \quad (1.3)$$

Диференціальне рівняння, зі зведеними співвідношення відбувається, при визначені форми, з наступними крайовими умовами:

$$Z/\Gamma = \varepsilon(x^1, x^2). \quad (1.4)$$

Ефективне визначення крайових умов досягається на основі параметру λ , він вводиться у крайові умови задачі:

$$Z/\Gamma = \lambda \varepsilon(x^1, x^2); \quad (0 \leq \lambda \leq 1). \quad (1.5)$$

При вирішенні нелінійної задачі формоутворення визначається значення функції $Z = Z(x^1, x^2)$ за допомогою параметру λ .

$$S(Z_{i,k}) = 0, \quad (1.6)$$

$$G(Z_{i,k}; \lambda) = 0. \quad (1.7)$$

Вирази (1.6 та 1.7) задовольняють наступні умови, які описується співвідношенням:

$$Z_{i,k}(0) = Z_{i,k}^0. \quad (1.8)$$

При використанні рядів Тейлора в околиці оптимального рішення отримуємо:

$$\Phi_{(n)} = \Phi'_{(n)} \left(Z_{i,k}^{(n+1)} - Z_{i,k}^{(n)} \right) \cong \lambda_{(n+1)} b. \quad (1.9)$$

На кожному кроці побудови оптимальної форми відбувається за допомогою:

$$Z_{i,k}^{(n+1)} = Z_{i,k}^{(n)} + [\Phi'_{(n)}]^{-1} (\lambda_{(n+1)} b - \Phi_{(n)}). \quad (1.10)$$

Чисельна реалізація оболонок мінімальних поверхонь з точкового каркасу, які формується методом скінченних елементів.

За допомогою методу продовження рішення по параметру та власного програмного забезпечення формується точковий каркас оболонок мінімальних поверхонь, з оптимальною формою. Завантаження цієї інформації в розрахунковий комплекс Femap with Nastran відбувається перехідними модулями. На базі переходу, відбувається кінцева побудова геометрії оболонок мінімальних поверхонь, а саме: поверхонь, кривих та необхідних точок.

Реалізація побудови оптимальної форми оболонок мінімальних поверхонь, створює можливість нанесення сітки скінченних елементів. На поверхню накладається сітка пластинчастих скінченних елементів **plate**. Це виконується на основі задання фізико-механічних характеристик сталі,

а саме: модулю пружності та коефіцієнта Пуассона. Виконується перевірка на збіжність пластинчастих скінченних елементів та задається їх властивість.

Оболонки мінімальних поверхонь є унікальними просторовими тонкостінними конструкціями, реалізація яких в практичній роботі проектування фактично відсутнє. Попередня товщина оболонок мінімальних поверхонь задається 60 мм., за допомогою попередніх розрахунків, та слугує основною, для подальшої параметричної оптимізації, при термосиловому навантаженні.

Додатковою компонентною, для реалізації подальшої багатокритеріальної параметричної оптимізації, використовується унікальне **property**, для кожного пластинчастого скінченного елемента окремо. Ця властивість дає можливість, під час параметричної оптимізації виконувати, призначати на кожен скінченний елемент власну товщину, роботи її більшу у завантажену зона, або меншу де навантаження не так істотно впливає. Одним із основним чинником є оптимальна форма оболонок мінімальних поверхонь, яка необхідна для зменшення оптимізованої версії майбутньої тонкостінної просторової конструкції.

Окремо необхідно відзначити, що всі оболонки мінімальних поверхонь побудовані методом продовження рішення по параметру, через певний заданий контур. Для тестових прикладів такі контури є: квадратний, прямокутний, трапецевидний, круглий. Можна використовувати трикутний, ромбовидний, шестигранний та інші.

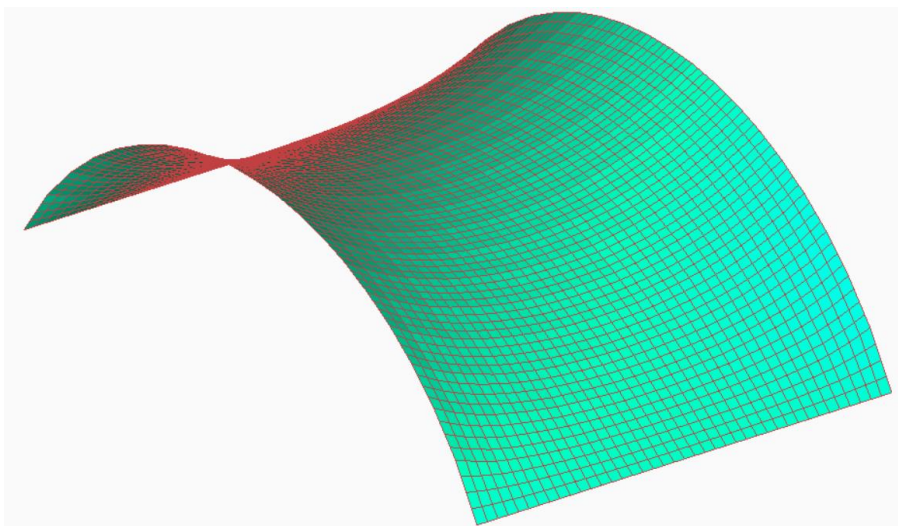


Рис 1.1 Скінченно-елементна модель оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі.

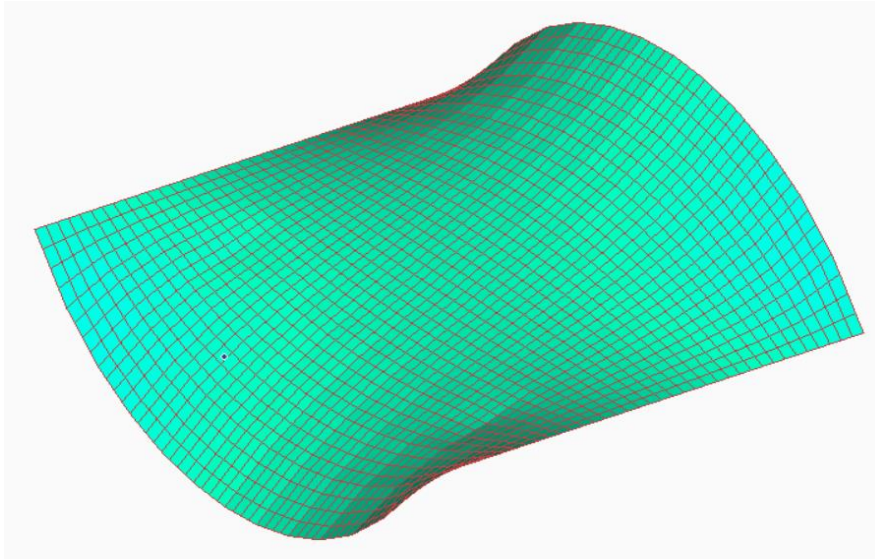


Рис 1.2 Скінченно-елементна модель оболонки мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох дуг кіл.

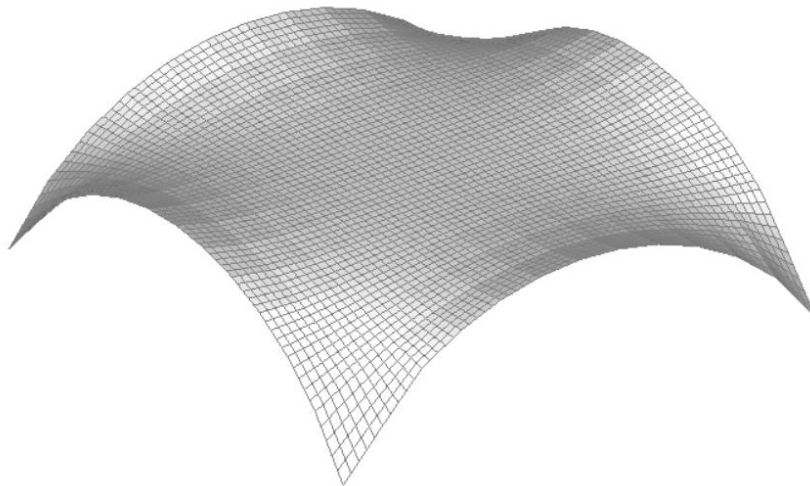


Рис 1.3 Скінченно-елементна модель оболонки мінімальної поверхні на квадратному плані.

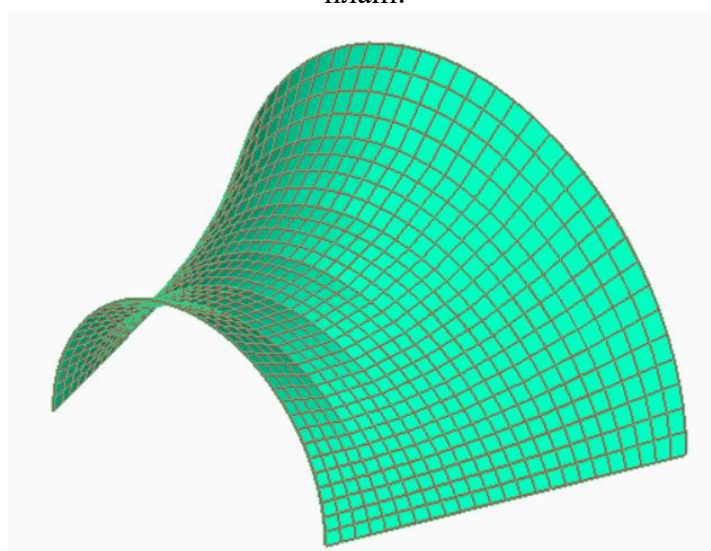


Рис 1.4 Скінченно-елементна модель оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі.

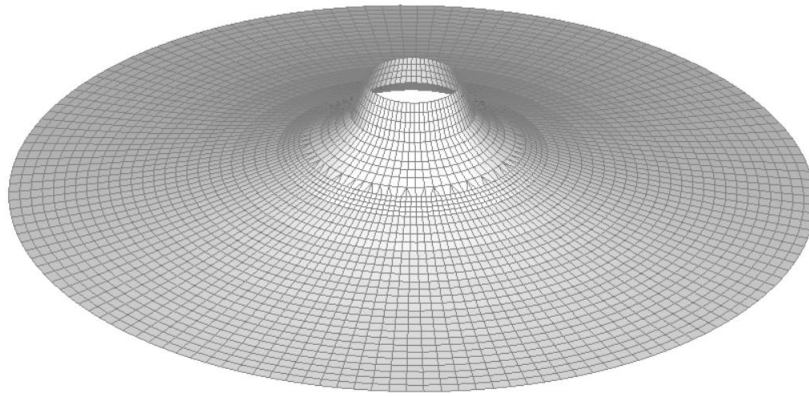


Рис 1.5 Скінченно-елементна модель двохзв'язної мінімальної поверхні на круглому контурі.

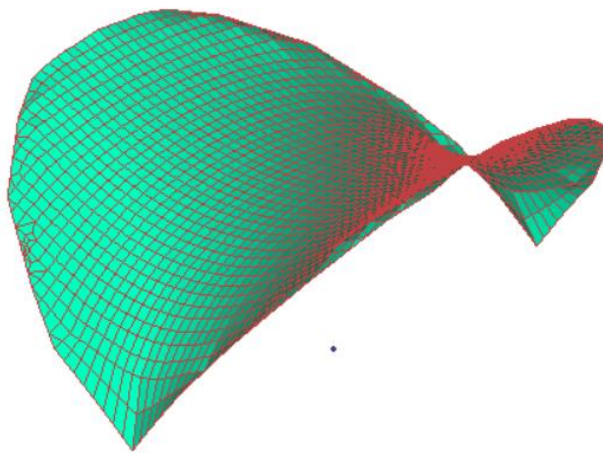


Рис 1.6 Скінченно-елементна модель оболонки мінімальної поверхні, яка складається із двох похилих еліпсів на круглому контурі.

Висновки чисельної побудови методом скінченних елементів та методом продовження рішення по параметру оболонок мінімальних поверхонь. За допомогою методу скінченних елементів та методу продовження рішення по параметру було реалізовано оптимальну форму оболонок мінімальних поверхонь на заданому контурі. До таких оболонок мінімальних поверхонь відносяться: оболонка мінімальної поверхні на прямокутному контурі; оболонка мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох дуг кіл; оболонка мінімальної поверхні на квадратному плані; оболонка мінімальної поверхні на трапецевидному контурі; двохзв'язна мінімальна поверхня на круглому контурі; оболонка мінімальної поверхні, яка складається із двох похилих еліпсів на круглому контурі.

Попередня товщина оболонок мінімальних поверхонь на заданому контурі становить 60 мм. Матеріал з якого виготовляються дані тонкостінні просторові конструкції – сталь. Вид скінченних елементів

plate. Скінченна-елементна модель представлена в розрахунковому комплексі **Femap with Nastran.**

Така постановка задачі дає можливість реалізувати оптимальну форму унікальних тонкостінних конструкцій та використовувати її в подальшій багатокритеріальній параметричній оптимізації. Застосування такого підходу, дає можливість забезпечити використання декількох видів оптимального проектування на одному досліджуваному об'єкті, що є актуальною задачею, для теорії оптимізації, в будівельних конструкцій та прикладної та будівельної механіки.

Література

1. Герасимов Е. Н., Почтман Ю. М., Скалозуб В. В. Многокритериальная оптимизация конструкций. Донецк : Вища шк. Главное изд-во, 1985. 134 с.
2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Москва : Мир, 1985. 509 с.
3. Ігнатишин М. І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита) : *монографія*. Мукачево : РВВ МДУ, 2017. 172 с.
4. Іванченко Г. М., Кошевий О. О. Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливань оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2022. Вип. 102. С. 67–83.
5. Іванченко Г. М., Кошевий О. О., Жупаненко І. В. Параметрична оптимізація вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2022. № 50(1). С. 22–34.
6. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. Київ : КНУБА, 2022. –Вип. 109. С. 50–65
7. Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Параметрична оптимізація вимушених частот коливання двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні при термосиловому навантаженні. *Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка»*. Київ : КНУБА, 2022, Випуск 103. С. 67–81.
8. Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Багатокритеріальна параметрична оптимізація міцності і ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається із двох похилих еліпсів, з урахуванням геометричної нелінійності при термосиловому навантаженні. *Опір*

матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. Київ : КНУБА, 2025. Вип. 114. С. 265–275.

9. *Іванченко Г.М., Кошевий О.О.* Параметрична оптимізація стійкості і ваги оболонки мінімальної поверхні з урахуванням геометричної нелінійності при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник.* Київ : КНУБА, 2025. Вип. 115. С. 231–243.

10. *Іванченко Г.М., Кошевий О.О.* Багатокритеріальна параметрична оптимізація міцності і ваги оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник.* Київ : КНУБА, 2024. Вип. 113. С. 89–98.

11. *Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Затилюк Г.А.* Багатокритеріальна параметрична оптимізація переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник.* Київ : КНУБА, 2024. Вип. 112. С. 251–271.

12. *Кошевий О.О.* Багатокритеріальна параметрична оптимізація стійкості оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, яка складається із двох похилих еліпсів з урахуванням геометричної нелінійності при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин.* 2025 1(56). С. 71–80.

13. *Кошевий О.О., Літков О.Г.* Багатокритеріальна параметрична оптимізація міцності алюмінієвої циліндричної оболонки з урахуванням геометричної нелінійності при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин.* 2025 1(56). С.112–122.

14. *Кошевий О.О.* Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття / *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник.* Київ : КНУБА, 2019. Вип. 103. С. 253–265.

15. *Кошевий О.О.* Оптимізація сталюого звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання. *Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник.* Київ : КНУБА. 2018. Вип.3. С.34–50.

16. *Кошевий О.О., Кошева І.С.* Багатокритеріальна параметрична оптимізації в парі цільових функцій: вага і переміщення оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин.* 2022. № 49 (1). С. 66–78.

17. *Кошевий О.П., Кошевий О.О.* Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями. Містобудування та територіальне планування. Київ : КНУБА, 2015. Вип. 55.С. 215–227.

18. Кошевий О. П., Кошевий О. О. Власні коливання оболонки мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі. *Містобудування та територіальне планування*. Київ : КНУБА, 2016. Вип. 59. С. 234–244.
19. Кошевий О. О., Кошевий О. П., Григор'єва Л. О. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд : наук.-техн. зб.* Київ : КНУБА, 2022. Вип. 108. С. 309–324.
20. Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. Москва : Наука, 2006. 544 с.

References

1. *Herasymov, E. N., Pochtman, Yu. M., & Skalozub, V. V.* (1985). *Mnohokriterialnaia optimizatsiia konstruksii* [Multicriteria optimization of structures]. Vyscha shkola. {in Russian}
2. *Gill, P., Murray, W., & Wright, M.* (1985). *Prakticheskaiia optimizatsiia* [Practical optimization]. Mir. {in Russian}
3. *Ihnatyshyn, M. I.* (2017). *Mekhaniko-matematyчне modeliuвання elementiv mostovykh konstruksii (opora, balka, plyta)* [Mechanical and mathematical modeling of elements of bridge structures (support, beam, slab)]: monohrafiia. RVV MDU. {in Ukrainian}
4. *Ivanchenko, G. M., & Kosheviy, O. O.* (2022). *Chyslene doslidzhennia parametrychnoi optymizatsii vymushenykh chastot kolyvan obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni* [Numerical study of the parametric optimization of the forced frequency of oscillations of the minimum surface shell on the square contour under thermal load]. *Prikladnaia gheometriia ta inzhenerna hrafika* [Applied Geometry and Engineering Graphics], (102), 67–83. {in Ukrainian}
5. *Ivanchenko, G. M., Kosheviy, O. O., & Zhupanenko, I. P.* (2022). *Parametrychna optymizatsiia vymushenykh chastot kolyvannia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni* [Parametric optimization of frequency oscillation minimum surface shell on a rectangular contour under thermal load]. *Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn* [Ways to Increase the Efficiency of Construction in the Conditions in the Formation of Market Relations], (50/1), 22–34. {in Ukrainian}
6. *Ivanchenko, G. M., Kosheviy, O. O., & Kosheviy, O. P.* (2021). *Chyslerna realizatsiia bahatokryterialnoi parametrychnoi optymizatsii obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni* [Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermforce

loading]. *Opir materialiv i teoriia sporud* [Strength of Materials and Theory of Structures], (108), 309–324. {in Ukrainian}

7. *Ivanchenko, G. M., & Kosheviy, O. O.* (2022). Parametrychna optymizatsiia vymushenykh chastot kolyvannia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni [Parametric optimization of forced frequencies of oscillation of a double-connected coned shell of minimum surface under thermal loading]. *Prikladnaia gheometriia ta inzhenerna hrafika* [Applied Geometry and Engineering Graphics], (103), 67–81. {in Ukrainian}

8. *Ivanchenko, G. M., & Kosheviy, O. O.* (2025). Bahatokryterialna parametrychna optymizatsiia mitsnosti i vahy obolonky minimalnoi poverkhni na kruhlomu konturi, shcho skladaietsia iz dvokh pokhylykh elipsiv, z urakhuvanniam heometrychnoi neliniinosti pry termosylovomu navantazhenni [Multicriteria parametric optimization of strength and weight of a minimum surface shell on a circular contour consisting of two inclined ellipses taking into account geometric nonlinearity under thermal loading]. *Opir materialiv i teoriia sporud* [Strength of Materials and Theory of Structures], (114), 265–275. {in Ukrainian}

9. *Ivanchenko, G. M., & Kosheviy, O. O.* (2025). Parametrychna optymizatsiia stiikosti i vahy obolonky minimalnoi poverkhni z urakhuvanniam heometrychnoi neliniinosti pry termosylovomu navantazhenni [Parametric optimization of stability and weight of a minimum surface shell taking into account geometric nonlinearity under thermal loading]. *Opir materialiv i teoriia sporud* [Strength of Materials and Theory of Structures], (115), 231–243. {in Ukrainian}

10. *Ivanchenko, G. M., & Kosheviy, O. O.* (2024). Bahatokryterialna parametrychna optymizatsiia mitsnosti i vahy obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni z urakhuvanniam heometrychnoi neliniinosti [Multicriteria parametric optimization of strength and weight of a minimum surface shell on a square contour under thermal loading taking into account geometric nonlinearity]. *Opir materialiv i teoriia sporud* [Strength of Materials and Theory of Structures], (113), 89–98. {in Ukrainian}

11. *Ivanchenko, G. M., Kosheviy, O. O., & Zatyliuk, G. A.* (2024). Bahatokryterialna parametrychna optymizatsiia peremishchennia i vahy obolonky minimalnoi poverkhni na kruhlomu konturi, shcho skladaietsia iz dvokh pokhylykh elipsiv pry termosylovomu navantazhenni z urakhuvanniam heometrychnoi neliniinosti [Multicriteria parametric optimization of displacement and weight of a minimum surface shell on a circular contour consisting of two inclined ellipses under thermal loading taking into account geometric nonlinearity]. *Opir materialiv i teoriia sporud* [Strength of Materials and Theory of Structures], (112), 251–271. {in Ukrainian}

12. *Kosheviy, O. O.* (2025). Bahatokryterialna parametrychna optymizatsiia stiikosti obolonky minimalnoi poverkhni na kruhlomu konturi, yaka

складається із двох похилих еліпсів з урахуванням геометричної нелінійності при термосиловому навантаженні [Multicriteria parametric optimization of stability of a minimum surface shell on a circular contour consisting of two inclined ellipses taking into account geometric nonlinearity under thermal loading]. *Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn* [Ways to Increase the Efficiency of Construction in the Conditions of the Formation of Market Relations], 1(56), 71–80. {in Ukrainian}

13. Kosheviy, O. O., & Litkov, O. G. (2025). Bahatokryterialna parametrychna optymizatsiia mitsnosti aliuminiivoi tsylindrychnoi obolonky z urakhuvanniam heometrychnoi neliniinosti pry termosylovomu navantazhenni [Multicriteria parametric optimization of the strength of an aluminum cylindrical shell taking into account geometric nonlinearity under thermal loading]. *Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn* [Ways to Increase the Efficiency of Construction in the Conditions of the Formation of Market Relations], 1(56), 112–122. {in Ukrainian}

14. Kosheviy, O. O. (2019). Optimalne proektuvannia tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkami pokryttia [Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells]. *Opir materialiv i teoriia sporud* [Strength of Materials and Theory of Structures], (103), 253–265. {in Ukrainian}

15. Kosheviy, O. O. (2018). Optymizatsiia stalnoho zvarenoho rezervuaru pry obmezheni: napruzhen, peremishchen, vlasnykh chastot kolyvannia [Optimization of steel welded tank with limitation: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations]. *Budivelni konstruktsii. Teoriia i praktyka* [Building Constructions. Theory and Practice], (3), 34–40. {in Ukrainian}

16. Kosheviy, O. O., & Kosheva, I. S. (2022). Bahatokryterialna parametrychna optymizatsiia v pari tsilovykh funktsii: vaha i peremishchennia obolonky minimalnoi poverkhni na priamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni [Multicriteria parametric optimization in a pair of objective functions: weight and displacement of the minimum surface shell on a rectangular contour under thermal loading]. *Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn* [Ways to Increase the Efficiency of Construction in the Conditions of the Formation of Market Relations], (49/1), 66–78. {in Ukrainian}

17. Kosheviy, O. P., & Kosheviy, O. O. (2015). Chyselne doslidzhennia vlasnykh kolyvan roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimalnymy poverkhniamy [Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces]. *Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia* [Urban Planning and Spatial Planning], (55), 215–227. {in Ukrainian}

18. Kosheviy, O. P., & Kosheviy, O. O. (2016). Vlasni kolyvannya obolonok minimalnykh poverkhon na kruhlomu ta kvadratnomu konturi [Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour]. *Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia* [Urban Planning and Spatial Planning], (59), 234–244. {in Ukrainian}

19. Koshevyi, O. O., Koshevyi, O. P., & Grigoryeva, L. O. (2021). Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under thermal loading. *Opir materialiv i teoriia sporud* [Strength of Materials and Theory of Structures], (108), 309–324. {in Ukrainian}
20. Kryvoshapko, S. V., Ivanov, V. N., & Khalaby, S. M. (2006). *Analiticheskiye poverkhnosty: materyaly po heometryy 500 poverkhnostey y ynformatsyya k raschetu na prochnost tonkykh obolochek* [Analytical surfaces: Materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells]. Nauka. 2006. 544 s. {in Russian}.

Ph.D., assistant Professor **Kosheviy O.O.**,
a380982070137@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1903-2905
Kyiv National University of Construction and Architecture» (KNUCA)
Ph.C., Professor **Ivanchenko H.M.**
ivgm61@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-1172-2845
Kyiv National University of Construction and Architecture» (KNUCA)

OPTIMAL DESIGN OF MINIMAL SURFACE SHELLS USING THE PARAMETRIC EXTENSION METHOD AND THE FINITE ELEMENT METHOD.

Abstract. *Optimal design of thin-walled spatial structures is essential for reducing the effects of active external loads. Applying this methodology makes it possible to develop an algorithm for determining their geometric shape that will perform effectively under combined thermal and mechanical loads.*

Optimal design in structural and applied mechanics is divided into several types. The main types include: parametric, topological, shape optimization (morphological), and optimization of physical and mechanical properties (modulus of elasticity and Poisson's ratio). This scientific publication explores the essence of shape optimization for thin-walled spatial structures, which include minimal surface shells.

Multi-criteria parametric optimization is defined by specific parameters. The primary parameter is the weight or volume of the minimal surface shell. Additional parameters, though no less important, for studying the stress-strain state of minimal surface shells are strength characteristics. They allow for the use of a general method for analyzing all building structures, based on the second group of limit states.

The formulation of an optimal design problem involving minimal surface envelopes can be linear, geometrically nonlinear, physically nonlinear, or time-varying.

Using the method of parameter extension and proprietary software, a point mesh of minimal surface shells with an optimal shape is generated. This information is loaded into the Femap with Nastran simulation suite via interface

modules. Based on this transfer, the final construction of the geometry of the minimal surface shells takes place, namely: surfaces, curves, and the necessary points.

Using the finite element method and the parameter extension method, the optimal shape of the shells of minimal surfaces on a given contour was determined. Such minimal surface shells include: a minimal surface shell on a rectangular contour; a minimal surface shell with a rectangular plan, consisting of two straight lines and two circular arcs; a minimal surface shell on a square plan; a minimal surface shell on a trapezoidal contour; a two-boundary minimal surface on a circular contour; the envelope of a minimal surface consisting of two oblique ellipses on a circular contour.

The application of this approach makes it possible to employ several types of optimal design on a single object of study, which is a pressing challenge for optimization theory, structural engineering, and applied and structural mechanics.

Keywords: *minimum surface shell; parametric optimization; topological optimization; morphological optimization; shape optimization; finite element method; Femap with Nastran; thickness of a minimum surface shell; parameter extension method; optimal design; optimal shape; objective function; strength characteristics.*